

# Yetişkinlerin Zihinden Hesaplama Becerilerinin Özellikleri Üzerine Karşılaştırmalı Bir Çalışma

Zeynep Çavuş Erdem<sup>1</sup> ve Hacı Duran<sup>2</sup>

**Öz:** Bu çalışmanın amacı; formel matematik eğitimi alan ve almayan bireylerin zihinden hesaplama yaparken izledikleri yolları karşılaştırmaktır. Çalışma formel matematik eğitimi alan 6 kişi, okuma-yazma bilmeyen ve matematik işlemlerini yapmayı informal yöntemlerle öğrenen 6 kişi olmak üzere toplam 12 kişi örnekleme alınarak yürütülmüştür. Veriler, dört işlem becerilerini ölçen bir takım soruları içeren görüşme formuyla toplanmıştır. Betimsel analiz yönteminin kullanıldığı çalışmada, formel eğitim alan ve almayan bireylerin, toplama ve çıkarma işlemi gerektiren sorularda gruplandırma, katlarını alma, onluğa tamamlama ve kalıp sayılar üzerinden işlem yapma gibi benzer stratejilere başvurdukları gözlenmiştir. Çarpma ve bölme işlemi gerektiren sorularda ise zihinsel hesaplama yöntemlerinde kısmi farklılıklar saptanmıştır. Formel eğitim almayan bireylerin hesaplama becerilerini, genel olarak hesap gerektiren günlük işlerle meşgul olmaları sonucunda edindikleri ve hesaplamaları yaparken doğal bir şekilde onluk sistemden ve işlem özelliklerinden faydalandıkları belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Zihinden hesap, dört işlem, gruplandırma, katlarını alma, kalıp sayılar, onluğa tamamlama

**DOI:** 10.16949/turcomat.41967

**Abstract:** The aim of this study is to compare the ways individuals who got formal mathematics education and the ones who didn't get follow while calculating from the mind. The study was carried out by sampling a total number of 12 people 6 of whom were people who got formal mathematics education and 6 of whom were people who are illiterate and learnt to do mathematical operations through informal methods. The data was collected through an interview form which included several questions evaluating the four operations skills. In the study in which descriptive analysis method was used, it was observed that both the individuals who got formal education and the ones who didn't get applied to similar strategies like grouping, taking multiples, rounding to decimals and operating over mold numbers in questions which require addition and subtraction operations. But partial differences were determined in the mental calculation methods in the questions which require multiplication and division operations. It was defined that the individuals who didn't get formal education obtained their calculating skills as a result of dealing with daily routines which require calculation at large and that they naturally benefit from the decimal system and its operational features while doing the calculations.

**Keywords:** Calculating from the mind, four operations, grouping, taking multiples, mold numbers, rounding to tenners

[See Extended Abstract](#)

## 1. Giriş

Matematik, insanlık tarihi kadar eski bir bilimdir. İnsanoğlunun günlük hayatta karşılaştığı nesnelere gruplama, eşleştirme, niceliklere ayırma ve bunları sesli ve görsel sembollerle ifade etme becerileri sonucunda ortaya çıkan temel bilgi birikimi alanlarının başında, bilindiği gibi matematik gelmektedir. Ticaret hayatının gelişmesi, mesafe miktarlarının karşılaştırılması, zaman döngülerinin önceden bilinme çabaları, paylaşım

<sup>1</sup> Matematik Öğretmeni, MEB, Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu, Adıyaman, [zcavuserdem@hotmail.com](mailto:zcavuserdem@hotmail.com)

<sup>2</sup> Prof. Dr., Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, [duranhaci@gmail.com](mailto:duranhaci@gmail.com)

sorunları ve miktarların muhafaza edilmesi çabaları sayı sistemlerinin inşasına ve bu sayılarla hesaplamaların yapılmasına neden olmuştur. Bu durum, matematiğin ve aritmetiğin oluşmasında önemli bir faktör olarak karşımıza çıkmaktadır.

İfrah (1998) ‘Rakamların Evrensel Tarihi’ adlı çalışmasında, farklı gelişme aşamalarındaki toplumların ve medeniyetlerin kullandıkları sayı sistemlerini ve hesaplama şekillerini ayrıntılı bir biçimde incelemiş ve insanoğlunun matematikle olan ilişkisinin ve günümüzde kullanılan bazı informal hesaplamaların bilinen eski tarihlere dayandığını göstermiştir. Kart’ın (1996) ‘Matematik tamamen insan ürünü bir bilimdir, yani insan olmasaydı fizik, kimya, biyoloji, jeoloji, astronomi olayları yine olurdu, fakat matematik diye bir şey olmazdı’ şeklindeki açıklaması da matematiğin insanoğluluyla birlikte geliştiği düşüncesini destekler nitelikte olup, matematiğin insan mantığının sembolik bir ifadesi olduğunu göstermektedir.

Matematiğin mimarı olarak adlandırabileceğimiz insanoğlunun, matematiksel işlem yapma becerisi, konuşma ve anlama becerisi gibidir. Bu bakımdan zihinden matematiksel hesaplamalar, bireyin sosyal öğrenmeyle edindiği yeteneklerin başında gelmektedir. Yapılan araştırmalar, bireyin günlük hayatta karşılaştığı problemleri çözmede, matematiği kullandığını ve matematiksel hesaplamaları yapabildiğini göstermektedir (İfrah, 1996; Saxe, 1982). Bu durum, bireylerin günlük hayatta kullandıkları matematiği nasıl, ne şekilde ve ne derece öğrendikleri sorusunu akla getirmektedir.

Günlük hayatta kullanılan matematiği, ‘*gündelik matematik*’ olarak tanımlayan Erdem, Gürbüz ve Duran (2011) çalışmalarında; gündelik matematiğin, insanların ana dillerini öğrenmeleri gibi formel bir eğitim almadan gelenekten ve kültürden edinilen öğrenmelere bağlı olarak gündelik ihtiyaçları karşılamak üzere oluşturulduğunu ifade etmişler. Örneğin, bir çocuğun okula başlamadan önce sayıları ve basit hesaplamaları yapabilmesi aile içinde informal bir eğitimle gerçekleşmektedir. Yapılan bazı araştırmalar 2-3 yaş aralığında bulunan çocukların nesnelere sayma becerisini kazandığını göstermektedir (Gelman & Gallistel, 1978; Gelman & Meck, 1983). Erdem, Gürbüz ve Duran (2011) gündelik matematiğin varlığını, nesilden nesile bir gelenek olarak sürdürdüğünü belirtmiştir. Günümüzde formel eğitim almayan bireylerin kendi deneyimleriyle sınırlı stratejileri kullanarak matematiksel hesaplamaları yapabildiklerini ortaya koyan araştırmalar (Saxe, 1982, 1988b) göz önüne alındığında, bu geleneğin devam ettiğini söylemek mümkündür.

Günlük hayatta kullanılan matematiğe ilişkin olarak Bell (1974, akt. Keçeci ve Akademi, 2011) çalışmasında, yetişkin bireylerin kesin hesaplardan daha çok yaklaşık tahmini hesapları kullandıklarını ifade etmiştir. Bir başka araştırma yetişkinlerin kağıt kalemle hesaplama yöntemlerini, karşılaştıkları hesaplamaların sadece %25’inde kullandığını göstermektedir (Wandt & Brown, 1957). Çünkü yetişkinler genelde, yazılı sayı ve hesaplama sisteminden ziyade gruplama ve sınıflandırma gibi zihinden hesap yöntemlerini tercih ederler (Saxe, 1988a). Bireyler, günlük hayatta karşılaştıkları ticari hesaplamalar olarak adlandırabileceğimiz, alım satım, indirim, kâr – zarar hesaplamaları

içeren durumlarda, kendi geliştirdikleri stratejilerini kullanırlar (Carraher, Carraher & Schliemann, 1985). Kısacası, bireyler günlük hayatta bu ve buna benzer birçok durumda, matematik hesabıyla karşılaşılır ve bu hesaplamaları informel yollarla yaparlar. Bu hesaplamalar sıklıkla yüzdeler hesaplama ve orantı ile akıl yürütme yöntemlerinin kullanılmasını içerir (Sowder, Philipp, Armstrong & Schappelle, 1998). Günlük hayatta alım-satım işleriyle meşgul olan çocukların oranlama-karşılaştırma problemlerinde farklı stratejiler geliştirdikleri ve okula giden öğrencilere göre bu konuda daha başarılı oldukları bilinmektedir (Saxe, 1988b). Bu bağlamda, günlük hayatta matematik hesabı gerektiren durumlarla karşılaşan bireylerin, problemle baş etme sürecinde ortaya çıkardığı birtakım stratejiler formel eğitimden tamamen veya kısmen bağımsız bir şekilde gelişir.

Van de Walle (1994) günlük yaşamda yazılı hesap, zihinden hesap, tahmini hesap ve araçlarla (hesap makinesi veya bilgisayar gibi) yapılan hesap olmak üzere; genel olarak dört türlü hesap kullanıldığını belirtmiştir. Bu hesaplama türlerinden zihinden hesap ve tahmini hesap, günlük yaşamda yazılı hesaptan daha çok kullanılmaktadır (Yazgan, Bintaş ve Altun, 2002). Zihinden hesap, hayatımızın her alanında kullanılabilen ve kağıt-kalem gerektirmeyen bir hesap olması nedeniyle, formel matematik eğitimi alan ve almayan tüm bireylerin sıklıkla başvurduğu bir hesap türüdür. Bunun yanı sıra, zihinsel hesaplamaların büyük yararı, birçok önemli yapısal konuda öğrenmeyi çok kolaylaştırıyor olmasıdır (Rubenstein, 2001). Bu durum; zihinden hesap yapmanın, yazılı yani formel yöntemle hesap yapmaktan farklı olarak, işlemlerin temel veya genel özelliklerine göre gerçekleştiği anlamına gelmektedir. Konu hakkındaki araştırmalar bu durumu, insanların bir şeyi kısa yoldan yapma eğilimi ile açıklamaktadır. Örneğin, ‘Metresi 18 liradan 6 metre kumaş kaç lira eder?’ şeklinde yöneltilen bir soruya bireyin önce 10 ile 6’yı, sonrasında ise 8 ile 6’yı çarpıp toplayarak cevap vermesi, farkına varmadan matematik derslerinde sıklıkla kullandığımız dağılım özelliğini kullandığını göstermektedir. Benzer şekilde,  $75 + 87$  işlemini gerçekleştirirken bireyin tamamlama yöntemini kullanması ( $75$ 'i  $100$ 'e tamamlamak için  $25$ ,  $87$ 'den çıkartıp kalan  $52$ 'yi  $100$ 'ün üzerine eklemek) kağıt-kalemle yapılan kurallı hesaplamaların yanı sıra farklı açılardan bakabilme ve değerlendirilebilme becerilerinin de gelişimine büyük katkı sağlamış olacaktır.

Zihinden hesap yapma sürecinde ortaya çıkan stratejilerden Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema ve Empson (1998) “*icat edilmiş strateji*” olarak bahseder. Yazılı hesabı “*geleneksel algoritma*” olarak tanımlayan araştırmacılar, icat edilmiş stratejiyi geleneksel algoritmadan farklı olarak geliştirilen, materyal kullanımı ve bire-bir eşleme ile saymayı gerektirmeyen stratejiler olarak tanımlar (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Son yıllarda yapılan araştırmalar, çocukların sayılarla dört işlem yapma sürecinde, öğretimden bağımsız olarak yararlı stratejiler geliştirdiklerini göstermektedir (Kamii & Dominick, 1997; Carpenter ve ark., 1998; Fosnot & Dolk, 2001).

Zihinden hesap; hesaplama yardımı olan kağıt kalem, hesap makinesi gibi araçlar olmaksızın ve işlemlerin özelliklerinden faydalanılarak yapılan hesaptır (Reys, 1985). Zihinden hesaplama yaparken ortaya çıkan stratejiler, yazılı hesaptan farklı olarak basamak değil, sayı odaklıdır, sayıların sağ tarafı yerine sol tarafı kullanır ve tek bir yoldan ziyade farklı yollar içerir (Van de Walle ve ark., 2012). Zihinden hesaplama,

tahmin etme, akıl yürütme ve yordama gibi beceriler içeren bu stratejiler, bireylerin aynı zamanda sayı hissini de geliştirir.

Sayı hissi, bireyin sayılar, işlemler ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin boyutu hakkında iyi bir bilgiye sahip olup, bu bilgiyi ve ilişkileri sayısal veri içeren problemlerde ve günlük durumlarda uygun biçimde kullanabilme becerisidir (Yang, 2003). Sayı hissi gelişmiş olan bireyler geleneksel algoritmalara ve yazılı hesaba bağlı kalmadan esnek düşünerek farklı çözümler üretirler ve bu durum onların günlük hayatta karşılaştıkları sayısal hesaplamalarla baş etmelerini kolaylaştırmaktadır. Son yıllarda yapılan araştırmalar öğrencilerin sayı hissi stratejilerini yeterince kullanamadıklarını ortaya çıkmıştır (Harç, 2010; Kayhan Altay, 2010; Şengül & Gülbağcı Dede, 2012, 2014). Bu durum öğretimde zihinden hesap gerektiren etkinliklere yeterince değinilmemesinden kaynaklanabilir. Çünkü öğretimde yazılı işlem kurallarına ağırlık verilmesi, bireylerin zihinden hesap ve tahminle ilgili becerilerini geliştirmelerini engellemektedir (Yazgan, Bintaş ve Altun, 2002).

Sayı duygusunun gelişiminde etkili bir araç olmaması sebebiyle zihinden hesap uluslararası öğretim programlarında odak noktası olmaya başlamıştır (Reys, Reys, Nohda & Emori, 1995). Zihinden hesap, son yıllarda bireye farklı bakış açıları getirmesi bakımından, ülkemiz eğitim sisteminde de daha fazla önem kazanmıştır. Ortaokul matematik dersinin genel hedeflerinden biri de “Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilme” dir (MEB, 2013). Yapılan çalışmalar, okullarda zihinden işlemlere mutlaka yer verilmesini önermektedir (Pesen, 2004; Yazgan, Bintaş ve Altun, 2002).

Bütün bu açıklamalar, formel matematik eğitimi alan ve almayan tüm bireylerin günlük hayattaki problemlerde ve sayısal hesaplamalarda zihinden hesaba başvurduğunu göstermektedir. Bu durum ise "*Formel matematik eğitimi alan ve almayan bireylerin zihinden hesaplama yaparken başvurdukları stratejilerin farklılıkları ve benzerlikleri nelerdir?*" şeklinde bir soruyu akla getirmektedir. Literatüre bakıldığında formel matematik eğitimi almayan bireylerle yapılan çalışmaların fazla olmadığı görülmektedir (Saxe, 1982, 1988b). Çalışmanın formel matematik eğitimi alan ve almayan bireylerin zihinden hesaplamaları uygulama ve öğrenme biçimlerine yönelik ilgili alan yazınına katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Türkiye’de son yıllarda okur-yazar oranı yükselmiş olsa da ülkemizde hala okuma-yazma bilmeyen dolayısıyla formel matematik eğitimi almayan insanlardan vardır. Nitekim TÜİK (2013) 25 ve daha yukarı yaşta olan ve okuma yazma bilmeyen toplam nüfus oranının %5,7 olduğunu ortaya koymuştur. Bu araştırmada, günlük hayatta kullanılan dört işlem gerektiren zihinsel hesaplamaları, formel matematik eğitimi alan ve almayan bireylerin uygulama ve öğrenme biçimleri incelenip, karşılaştırılmıştır.

## 2. Yöntem

Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi içinde

çalışan ve durumları çok yönlü, sistemli ve derinlemesine inceleyen görgül bir araştırma yöntemidir (Patton, 1990; Cohen & Manion, 2000; Yıldırım ve Şimşek, 2005). Durum çalışması, kontrol edilemeyen bir olayın ve ya olgunun derinlemesine incelenmesine olanak verir. Araştırılan durum, kendi bileşenleri içerisinde bir bütün olanak ele alınır. Sosyal bilimlerde sıklıkla başvurulan bir yöntemdir.

Araştırmada durum çalışması desenlerinden, bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Bu desende, araştırılmak istenen olaya ait birkaç durum mevcuttur. Her durum, kendi içinde bütünüyle ele alınır ve diğer durumlarla karşılaştırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Her durum için aynı boyutlar, aynı problemler hakkında bilgi verilir. Bu yöntem okuma yazma bilmeyen kişilerin zihinden matematik işlemi yapma becerileri hakkında veri toplamak için de çok uygundur. Veri toplama sürecinde ayrıntılı görüşmeler yapılmıştır. Görüşmecilere, niçin gruplandırma yaptıkları, sayıları neden bilinen modüllere veya sayılara tamamladıkları ve bu tür hesap yapma becerilerini ilk defa nasıl öğrendikleri sorulmuş ve cevapları incelenmiştir.

## 2.1. Çalışma Grubu

Araştırmada formel matematik eğitimi almayan 5 bayan ve 1 bay, formel matematik eğitimi alan 3 bayan, 3 bay olmak üzere toplam 12 kişiyle görüşülmüştür. Gereksiz tekrarlardan kaçınmak amacıyla çalışmanın bundan sonraki kısmında matematik eğitimi almayanlar “*informel grup*”, matematik eğitimi alanlar ise “*formel grup*” olarak ifade edilecektir. Çalışma grubu oluşturulurken homojen bir yapı oluşturulmaya dikkat edilse de bazı nedenler bu durumu engellemiştir. İnförmel grup, okula gitmeyen bireylerden oluştuğu için 50 ve üstü yaş aralığında ve çoğunluğu bayan olan bir gruba tekabül etmektedir. Her ne kadar iki grup arasında yaş ve cinsiyet açısından bir dengesizlik olduğu düşünülse de araştırma problemi införmel ve formel eğitim alma bakımından zihinden hesaplama becerilerini ölçtüğünden bu farklılığın bir eksiklik olmadığı düşünülmektedir. İnförmel grup İ1, İ2, İ3, İ4, İ5, İ6 olarak, formel grup ise F1, F2, F3, F4, F5, F6 olarak kodlanmıştır. İnförmel gruba ait bilgiler, zihinden hesaplama bilgilerini ve tecrübelerini tespit etmek için daha detaylı bir şekilde aşağıda verilmiştir.

İ1: 78 yaşındadır, yaşamının ilk 35 yılını köyde geçirdiğini belirterek bu süre zarfında hesaplama yapmaya dair yeterli bilgisinin olmadığını, hesap gerektiren işlerle eşinin ilgilendiğini ifade etmiştir. İ1’in şehir merkezinde yaşamaya başladıktan sonra para hesabıyla uğraşarak dört işlemi yapmaya başladığı ifadelerinden anlaşılmaktadır. Bu konuda kendisine yöneltilen ‘*Hesap yapmayı nasıl öğrendiniz?*’ şeklindeki soruya, “*Kocam bana para verirdi, ‘Git bakkala şunu al ve bakkaldan şu kadar para üstü al.’ derdi. Ben de bu şekilde hesabı öğrendim.*” şeklinde bir açıklama yapan İ1’in deneyimleriyle zihinden hesap yapma becerisini kazandığını söylemek mümkündür.

İ2: 53 yaşında olan İ2, küçükken okula gönderilmediğini fakat 30 yaşında okuma yazma kursuna katıldığını ve burada sadece okuma yazmayı öğrendiğini, dört işleme dair bir şey öğrenmediğini belirtmiştir. Sayıları çocukken öğrendiğini ifade eden İ2, hesap yapmayı para hesabıyla birlikte öğrendiğini söylemiştir. “*Küçükken bayramda harçlık verirdi bize. O zaman derlerdi bak bu 15 kr, bak bu 25 kr diye, bu şekilde para hesabı*

*yapmaya başladık. Sonra şehirde yaşamaya başlayınca bakkal işleri oluyordu, mecburen ben gidiyordum. Bakkalda o günkü para hesabını kafamda tutup sonra evde tekrar ediyordum, işte şu kadar harcarsam, şu kadar para kalır, bu kadar harcarsam, bu kadar para üstü kalır diye. Bu şekilde öğrendik.”* diyen İ2'nin görüşme sürecinde çok istekli olduğu ve soruları diğer bayanlara nazaran daha kısa sürede cevapladığı gözlenmiştir.

İ3: 50 yaşında olan ve hayatının ilk 28 yılını köyde geçirdiğini ifade eden İ3, saymayı çocukken öğrendiğini, çocukken ablasıyla 1 liranın kaç tane 25 kuruş ettiğini konuştuklarını, 1 lira için kavga ettiklerini belirtmiş ve para hesabı yapma çabalarından dolayı toplamayı ve çıkarmayı öğrendiğini söylemiştir. Bunun yanı sıra *“Etrafımdaki insanlar 5 tane 5, 25 eder, 8 tane 4, 32 eder diyorlardı, ben de bunu zihnimde tutuyordum. Bazı hesaplamaları da bu şekilde öğrendim.”* diyen İ3, hesap yapmayı iyi bildiğini bu konuda yetenekli olduğunu söylemiştir.

İ4: 65 yaşında olan ve köyde yaşayan İ4, son 10-15 yıla kadar sadece saymayı bildiğini, sonrasında ise köyde süt yoğurt satarak para hesabını öğrenmeye başladığını ifade etmiştir. Şu anda köyde bakkalı olan İ4'ün, görüşmelerde para hesabı şeklindeki soruları diğer sorulara nazaran daha rahat cevaplayabildiği gözlenmiştir.

İ5: 70 yaşındaki İ5, köyde ikamet etmektedir. Parasal hesaplamalarla çok karşılaşmadığını söyleyen İ5, matematik hesabını, besledikleri hayvanların ürünlerinden yaptıkları ticaret sonucu öğrendiğini ifade etmiştir. İ5'in görüşme boyunca, yöneltilen sorulara uzun süreli düşünerek cevap verdiği gözlemlenmiştir.

İ6: Köyde yaşamını devam ettiren İ6, 82 yaşında bir baydır. Matematik hesabını geçimini sağladığı tütüncülükle birlikte öğrendiğini söyleyen İ6'nın, görüşme boyunca büyük sayılar dahil, sorulara çok rahat ve hızlı bir şekilde cevap verdiği gözlenmiştir. Diğer görüşmecilerden farklı olarak hesaplama yeteneğinin çok iyi olması nedeniyle, İ6'ya formel grubun soruları yöneltilmiştir.

Formel gruba ilişkin bilgiler aşağıdaki gibidir.

F1: 30 yaşındaki F1, bir okulda fen ve teknoloji öğretmeni olarak görev yapmaktadır. 8 yıllık mesleki deneyime sahip olan F1, matematiği her zaman sevdiğini ve öğrenciyken matematiksel hesaplamaları yaparken pek zorlanmadığını ifade etmiştir.

F2: 7 yıllık mesleki deneyime sahip olan ve şu an şehir merkezinde bir okulda matematik öğretmeni olarak çalışan F2 matematiği her zaman sevdiğini ve hiç zorlanmadığını ifade etmiştir.

F3: Matematiği öğrenciyken sevdiğini ama bazı konularda zorlandığını söyleyen F3, zihinden hesaplamalarda zorlanmadığını ifade etmiştir. F3 32 yaşındadır.

F4: 16 yaşındaki F4 Anadolu Lisesi'nde onuncu sınıfta öğrenim görmektedir. Matematiği ilkokuldan sonra, matematik hocasıyla beraber sevdiğini söyleyen F4, zihinden hesap yaparken biraz zorlandığını da açıklamalarına eklemiştir.

F5: 30 yaşındaki F5 matematiği öğrencilik hayatı boyunca her zaman sevdiğini ifade etmiştir. F5'in zihinden hesaplamaları çok rahat bir şekilde yaptığı gözlenmiştir.

F6: 37 yaşındaki F6, öğrenciyken matematiği çok sevmediğini ve hesaplama yaparken zorlandığını belirtmiştir. F6'nın zihinden hesaba çok başvurmadığı, işlemleri formel hesap kullanarak yaptığı konuşmalarından anlaşılmıştır.

## 2.2. Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracı olarak, araştırmacılar tarafından geliştirilen ve dört işlem hesaplamalarını içeren sorulardan oluşan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Geliştirilen soruların içerdiği işlemler aynı olmakla birlikte, zorluk dereceleri farklıdır. Formel grubun küçük sayılı işlemlerde stratejilere başvurmadan işlem yapması, informal grubun ise büyük sayılı işlemlerde zorlanacağı öngörüldüğünden iki gruba farklı sorular hazırlanmıştır. Soruya cevap veremeyen ya da zorlanan görüşmecilerle yapılan görüşme, aynı beceriyi ölçecek şekilde daha basit sorularla sürdürülmüştür. Görüşme formundaki sorular oluşturulurken alanında uzman üç matematik eğitimcisinin görüşünden faydalanılmıştır. Türkçe yazım ve anlama kurallarına uygunluğunun değerlendirilmesi için Türkçe eğitimi uzmanının görüşüne başvurulmuştur. Hazırlanan form, formel ve informal gruptan dört kişiye uygulanmıştır. Sorular araştırmacılar tarafından sözlü olarak deneklere iletilmiştir. Pilot çalışma sonuçlarına göre yapılan düzeltmelerle birlikte görüşme formu, uygulamaya hazır hale getirilmiştir. Görüşme formunda yer alan bazı sorular Tablo1'de verilmiştir.

**Tablo1.** Görüşme formunda yer alan bazı sorular

İnformel Gruba Yöneltilen Sorular	Formel Gruba Yöneltilen Sorular
18 lira paranız var. Eşiniz 15 lira daha verirse, toplam kaç liranız olur?	Cebinizde 365 lira paranız var. Bu paranın üzerine 128 lira daha eklenmesiyle, toplam paranız kaç lira olur?
Mutfak alışverişi için yaptığınız harcamalar 78 lira tuttu. Bakkala 100 lira verirsiniz, para üstü ne kadar alırsınız?	İhtiyaçlarınız için alış-veriş merkezine gittiniz ve yaptığınız harcamalar 729 lira tuttu. 1000 liralık paranızdan kaç lira para üstü kalır?
6 kg'lık un paketlerinden 7 paket alırsanız, kaç kilo un almış olursunuz?	67 ile 7'yi çarpmak için nasıl bir yol izliyorsunuz?
28 elmayı 4 kişiye eşit şekilde paylaşırsak her birine kaç elma düşer?	720'yi 6'ya bölmek için nasıl bir yol izlersiniz?"

## 2.3. Verilerin Toplanması

Görüşmelerin tamamı, görüşmecilerin rahat ve sakin bir şekilde düşünerek cevap vermelerini sağlayacak ortamlarda gerçekleştirilmiştir. Ortalama bir saat süren görüşmelerde, öncelikle görüşmecilerin matematik özgeçmişlerine dair birtakım sorular yöneltilerek görüşmenin sohbet tarzında gerçekleşmesine çalışılmıştır. Böylelikle görüşmecilerin kendini rahat hissetmelerini ve düşündüklerini daha samimi bir şekilde

açıklamalarını sağlamak, matematik hesabına dair deneyimlerini belirlemek hedeflenmiştir. Görüşmeler, ayrıntılı bir şekilde analiz edilmek amacıyla kaydedilmiştir.

## 2.4. Verilerin Analizi

Görüşmelerin analizinde, betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analizde önceden belirlenen temalara göre elde edilen veriler özetlenip yorumlanır. Doğrudan alıntılara sık sık yer verilen bu yaklaşımda görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini doğru yansıtmaya amacı güdülmüştür (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu doğrultuda araştırmada, görüşme formundaki önceden hazırlanan sorulara verilen cevaplar, detaylı bir şekilde incelenmiş ve bireylerin bazı görüşleri doğrudan aktarılmıştır. Toplanan veriler araştırmacılar tarafından gruplandırılmıştır. Gruplandırma yapılırken işlem sırası, gruplandırma biçimi, işlem yapmada tercih edilen yöntemin nedeni, işlem öğrenme becerisinin nasıl geliştiği ve öğrenildiği gibi ölçütler kullanılmıştır.

## 3. Bulgular

### 3.1. Toplama İşlemine Ait Bulgular

Görüşmecilere öncelikle Tablo 1’de verilen toplama işlemi içeren sorular yöneltilerek cevapları incelenmiş ve örnek cevaplar Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2.** Toplama işlemine ait stratejiler

GRUP	STRATEJİ	ÖĞRENCİ AÇIKLAMASI	AÇIKLAMANIN CEBİRSEL İFADESİ
INFORMAL GRUP	Gruplama	İ1: Şimdi bu soruyu cevaplamak için şöyle yaparım. 10 liranın üstüne 10 lira daha eklerim, eder 20. Birinden 8 lira kalır, diğerinden 5 lira kalır. Onları da toplarsam 13 yapar. Sonra 20’nin üstüne 13’ü eklersem 33 lira yapar	İ1, İ3, İ6 $10+10=20$ $8+5=13$ $20+13=33$
	Onluğa Tamamlama	İ2: 10, 10 daha 20 yapar. 8’e 5’ten 2 daha eklersem 10 eder. Onu da bunların üstüne koyarım eder 30. İ2 Geriye 3 lira kaldı. Toplam 33 lira eder.	$10+10=20$ $8+2=10$ $5-2=3$ $20+10+3=33$
	Katlarını Alma	İ5: Hmmm (Sesli düşünerek) 15 var, oradan da 15 gelirse 30 yapar geriye oradan 3 kalır. Cevap 33 İ5 eder.	$15+15=30$ $18-15=3$ $30+3=33$
FORMAL GRUP	Gruplama	F2: 128 ile 365’i toplarken, önce 100 ile 300’ü F1, toplarım eder 400. Sonra 20 ile 60’ı toplarım o da F2, eder 480. Sonra da 8 ile 5’i toplarım, toplam 493 F3, yapar. F5, F6	$100+300=400$ $20+60=80$ $8+5=13$ $400+80+13=493$
	Geleneksel (Formel) Hesap	F4: Ben bu tarz soruları şu şekilde yapıyorum. 8, 5 daha 13, 13’ün 3’ü elde var. 6’nın üstüne 2 koy eder F4 8, 1’de elde 9 yapar. Toplam 493 olur.	128 <u>+365</u> 493



Verilen cevaplar incelendiğinde, İ2'in ondalık sistemi kullandığı ve sonucu 10'a tamamlayarak bulduğu, İ1 ve F2'nin gruplama ile İ5'in ise 15'in katını kullanarak toplama işlemini yaptığı görülmektedir. Diğer görüşmecilerin gruplama ile işlemi yaptıkları tespit edilmiştir. Diğerlerinden farklı olarak F4'ün soruyu kurallı toplama işlemiyle yaptığı görülmektedir. F4'ün formel hesabı zihninde canlandırması, öğrenimine devam etmesi ve bu tarz hesaplamaları sıklıkla formel hesabı kullanarak yapıyor olmasına bağlanabilir.

### 3.2. Çıkarma İşlemine Ait Bulgular

Görüşmenin devamında görüşmecilere Tablo1'deki çıkarma işlemi gerektiren sorular yöneltilmiş ve örnek cevaplar Tablo 3'te verilmiştir.

**Tablo 3.** Çıkarma işlemi ait stratejiler

GRUP	STRATEJİ	ÖĞRENCİ AÇIKLAMASI		AÇIKLAMANIN CEBİRSEL İFADESİ
INFORMAL GRUP	<b>Kalıp Sayıya Tamamlama</b>	İ2: Şimdi 78, 80 olursa oradan 2 lira kalır. 80'den 100'e 20 kalır. Toplarsak 22 lira olur. İ6: 729'a 1 eklerim 730 yapar. 70 eklersen 800, 200 daha eklersen 1000 olur. 271 kalır.	İ1, İ2, İ3, İ4, İ6	78+2=80 100-80=20 20+2=22
	<b>Onluklarla İşlem</b>	İ5: 10 tane onluktan 7 tane onluk çıkartırsam, 30 kalır. 78 olduğu için 30'dan 8'i çıkartırım. Geriye 22 kalır.	İ5	10.10-7.10=3.10=30 30-8=22
FORMAL GRUP	<b>Geriye Doğru Sayarak Tamamlama</b>	F1: 800 olsaydı harcama, 200 lira kalırdı. Sonra 29'u çıkartırım. Eğer 30 olsaydı, 70 kalırdı. 29 olduğu için oradan da 1 kalır. Toplam 271 olur.	F1,F2, F3,F4, F5,F6	1000-800=200 100-30=70 200+70+1=271

Tabloya bakıldığında, her iki grubun da tamamlama yöntemini kullanarak soruyu çözdükleri görülmektedir.

Görüşmenin devamında informal gruba “*Cebinizde 345 lira paranız var, bu paranızın 120 lirasını kızınıza verirseniz kaç liranız kalır?*” şeklinde bir soru yöneltilmiş ve büyük rakamlarla işlem yapma yetenekleri ölçülmek istenmiştir. İ1 ve İ4 soruyu cevaplamakta zorlandıkları için, sorudaki 120 lira, 100 lira olarak değiştirilmiş, doğru cevap alındıktan sonra, soru bir daha sorulmuş ve cevaplar incelenmiştir. Görüşmecilerin tamamı doğru cevabı vermiştir. Hesaplama yöntemleri de paralellik göstermektedir. Örnek teşkil etmesi bakımından İ3'ün cevabı aşağıda verilmiştir.

*İ3: 225 kaldığını nasıl buldum. Önce 100 liranı çıkardım. 245 liram kaldı sonra 20 lira daha çıkardım. 225 liram kaldı.*

Verilen cevap, görüşmecilerin yüzlüklerden yüzlükleri, onluklardan onlukları çıkartarak işlem yaptıkları ve onluk sistemden faydalandıklarını göstermektedir.

### 3.3. Çarpma İşlemine Ait Bulgular

Görüşmenin devamında, görüşmecilere çarpma işlemi gerektiren sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda, formel ve informel grup stratejilerin farklılığından dolayı ayrı şekilde değerlendirilmiş ve cevaplar diyaloglar şeklinde sunulmuştur.

Soru (İ): *6 kg'lık un paketlerinden 7 paket alırsanız, kaç kilo un almış olursunuz?*

İ1: *Bunu ben yapamam. (Biraz bekledikten sonra) Dur bakayım 4 tane 6, 24 yapar. 2 tane daha altı koyarsan 12 yapar. 24, 12 daha 36 eder. 1 tane daha 6 koymam lazım. O da 41 eder.*

A: *41 mi yapar?*

İ1: *Dur bakim. 36'yuuu 6 ile toplayınca tamam işte 42 eder, 41 değil (6+6+6+6=24, 6+6=12, 24+12=36, 36+6=42).*

Cevaplar incelendiğinde İ2 ve İ4'ün de benzer cevaplar verdiği tespit edilmiştir. Buradan hareketle İ1, İ2 ve İ4'ün çarpma işlemi toplamaya dayandırarak yaptıklarını, hesaplama yaparken sayıların katlarından ve gruplama yönteminden faydalandıklarını söylemek mümkündür (Katlarını Toplama Stratejisi).

İ3 ve İ5 soruya cevap verememiştir. Daha anlaşılır olması için soru değiştirilmiş ve 'Ağırlığı 5 kilo olan un paketlerinden 9 paket alırsam kaç kilo un almış olurum?' şeklinde sorulmuştur. Soruya doğru cevabı veremeyen İ3 için soru 'Metresi 5 lira olan kumaşlardan 9 metre alırsam kaç lira öderim?' şeklinde değiştirilerek yeniden sorulmuştur. Doğru cevabı bulan İ3 cevabı bulma yöntemini şu şekilde ifade etmiştir.

İ3: *Nasıl buldum. 10 lira olsa 9 metre 90 eder. Yarısını alırım 45 olur. (10x9=90, 90:2=45)*

İ5: *5 kilo undan 10 tane olsaydı 50 ederdi. 9 tane olduğu için bir tanesini çıkarıyorum. 45 eder. (5x10=50, 5x10-1x5=9x5=45)*

Cevaba bakıldığında bireylerin 10 sayısını tercih ettiği görülmektedir. Ayrıca İ3'ün soruyu, sayılar sabit tutulup, ifade değiştirildiği zaman cevaplaması, hesaplamaları tecrübesi dahilinde yaptığı düşüncesini akla getirmektedir. Diğer bir deyişle İ3'ün hesap bilgilerini genelleştiremediği söylenebilir.

İ3'ün çarpma işlemi gerektiren işlemlerde, diğer görüşmecilere nazaran daha başarılı olduğu gözlemlenmiş, bundan dolayı kendisine "Metresi 12.5'tan 5 metre kumaş kaç lira yapar?" sorusu yöneltilmiş, cevabı aşağıda verilmiştir.

İ3: *57.5 eder?*

A: *Nasıl yaptığınızı anlatabilir misiniz?*

İ3: *5 tane 10, 50 eder. 5 tane 2.5 .....Dur yanlış oldu o zaman. 4 tane 2.5 10 lira etti. Bir tane daha 2.5, 62.5 lira tutar (5x12.5= 5x10+ 4x2.5+2.5= 62.5)*

Verilen cevaba bakıldığında, İ3'ün bilinçsiz bir şekilde çarpma işleminin dağılma özelliğini kullandığı söylenebilir.

Aynı şekilde ondalıklı sayılarla hesap yapabilme becerilerini ölçmek için görüşmecilere ‘Kilosu 1.5 liradan 6 kilo domates kaç lira tutar?’ şeklinde bir soru sorulmuş ve alınan cevaplar incelenmiş ve aşağıda sırasıyla verilmiştir.

*İ1: Kilosu 1.5'tan olursa iki tane 1.5 üç eder. 6 kilo olursa 3, 3 daha bir 3 daha 9 eder (1.5+1.5=3, 3+3+3=9)*

*İ5: 1.5, 1.5 daha 3 yapar. Üç tane 3'ü toplarsak 9 yapar.*

*İ2: 6 kilo olursa, 1 lira 6 lira yapar. Bir de buçuk olduğu için yarısını alırım 3 yapar. 9 lira eder (6x1.5= 6x1+6x0.5=9).*

*İ4: (6 parmağını göstererek) Bak bu 6 lira eder. (Sonra parmaklarını çiftler çiftler birleştirerek) Bak bu iki parmak 1 lira, 1 lira, 1 lira. 3 lira da bu eder. 9 lira yapar.*

Cevaplar incelendiğinde, İ1 ve İ5'in gruplama yöntemiyle toplama işleminden yararlanarak çarpma işlemini yaptıkları görülmektedir (Gruplama). İ2 ve İ4'ün çarpma işleminin dağılma özelliğine göre işlem yaptıklarını söylemek mümkündür (Dağılma Özelliğinden Faydalanarak Çarpma)

İnformel gruba çarpma işlemine ilişkin son olarak, ‘Kilosu 1 lira 40 kr olan biberden 4 kilo alırsanız kaç lira ödemeniz gerekir?’ sorusu yöneltilmiş, buradan hareketle ondalık kısmı 5 ve ya 50 olmayan sayılarla işlem becerileri ölçülmeye çalışılmıştır. Soruya, bir süre uğraşmalarına rağmen İ6 dışında doğru cevabı veren olmamıştır. Buradan hareketle, genel olarak informel grubun ondalık sayılarla işlem yapma konusunda zorluk yaşadıkları söylenebilir.

Formel gruba sorular, problem içerisine yerleştirilmeden verilen iki sayının çarpımı şeklinde sorulmuştur. Bu bağlamda görüşmecilere ilk olarak “18 ile 20'yi çarparsanız sonuç ne olur?” şeklinde bir soru yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir. F6 dışında görüşmecilerin ortak olarak “18 ile 20'yi çarparken, 18'in sonuna bir sıfır atarım, 180 ile 2'yi çarp ve 360 bulurum.” şeklinde bir cevap verdikleri, formel eğitimde öğretilen ‘10 ile kısa yoldan çarpma kuralı’ nı uyguladıkları, zihinden hesaplamaları işe koşmadıkları belirlenmiştir. F6 ise ‘10 ile 18, 180 eder, bir tane daha eklerim toplam 360 olur.’ şeklinde cevap vererek dağılma özelliğinden faydalanmıştır. Görüşmecilere “67 ile 7'yi çarpmak için nasıl bir yol izliyorsunuz?” şeklinde bir soru sorulmuş ve örnek cevaplar aşağıda verilmiştir.

*F3: 67 ile 7'yi çarparken önce 60 ile 7'yi çarpırım. Sonrasında ise 7 ile 7'yi çarpırım. Biri 420, diğeri 49 eder. Toplarsam 469 eder. Bu şekilde hesaplarım.*

*F4: 67 ile 7'yi çarparken alt alta çarpırım. 7 kere 7, 49 eder. 9'u alta yazarım. Sonra 6 kere 7, 42, 4'te elde 46 eder. 469 yapar yani.*

Cevaplar incelendiğinde, F3'ün dağılma özelliğinden faydalanarak işlemi yaptığı, F4'ün ise çarpma işleminin kuralını zihninde canlandırarak hesaplama yaptığı gözlenmektedir. Diğer görüşmecilerin cevapları F3 ile paralellik göstermektedir.

### 3.4. Bölme İşlemine Ait Bulgular

Görüşmecilere son olarak bölme işlemine ilişkin sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda informel gruba “28 elmayı 4 kişiye eşit şekilde paylaşırsak her birine kaç elma düşer?”

sorusu yöneltilmiştir. Görüşmecilerin soruyu çözmekte zorlanmaları sonucunda araştırmacılar, elmaları 2 kişiye paylaştırmalarını istemiştir. Görüşmecilerin tamamı doğru cevabı bulmuştur. Cevabı bulma yöntemleri incelendiğinde, görüşmeciler arasında bir paralellik söz konusu olup, örnek teşkil etmesi bakımından İ2'nin cevabı bulma yöntemi aşağıda verilmiştir.

*İ2: Her birine 14 düşer. Önce 20'yi dağıtırım. Her birine 10 düşer, sonra 8'i dağıtırım her birine 4 düşer. 14 olur ( $20:2=10$ ,  $8:2=4$ ,  $10+4=14$ ).*

Cevap incelendiğinde, görüşmecilerin onluklardan faydalanarak ve gruplayarak hesaplama yaptıkları görülmektedir. Görüşmecilere sorunun ilk hali bir daha sorulmuş ve İ3'ün dışındaki görüşmeciler yine aynı yöntemi kullanarak önce 20'yi sonrasında 8'i bölerek soruyu çözmüştür. Görüşmecilerin onluk sayma sistemini, farkında olmadan etkili bir biçimde kullandıkları ve bazı kalıp sayılar üzerinden hesaplama yaptıkları söylenebilir.

İ3 soruyu çözmek için şöyle bir yöntem izlemiştir.

*İ3: Her birine 8'mi düşer.*

*A: Nasıl yaptığınızı anlatır mısınız?*

*İ3: Ben bunları yapmakta çok iyi değilim ama yaptım işte. 4 kişiydi değil mi, her birine 8 düşer, yok dur ama 8 tane 4, 32 eder. Olmaz. Her birine 7 düşer. Evet 20 olsa 5 düşer, 8 olsa 2 düşer. 7 düşer her birine ( $20:4=5$ ,  $8:4=2$ ,  $5+2=7$ ).*

İ3'ün başka çarpımları bilip bilmediğini ölçmek için 9 ile 4'ün çarpımı sorulmuş fakat doğru yanıt alınmamıştır. Görüşmeci bazı hesaplamaları eşinden ve çocuklarından duyarak öğrendiğini ifade etmiştir. Bütün görüşmeler analiz edildiğinde informel grubun '5x5=25', '9x10=90' gibi bazı standart işlemleri ezberledikleri ve bu işlemlerden hareketle hesaplama yaptıkları belirlenmiştir. Bu bilgiler ışığında, informel grubun günlük yaşamda rastgele öğrendiği herhangi bilgiyi temel alarak hesaplama yaptığı söylenebilir.

Görüşmenin devamında informel gruba, "84 litre yağı, 8 tenekeye eşit şekilde bölmek istediğimizde her bir tenekeye kaç litre düşer?" sorusu yöneltilerek, tam bölünemeyen sayılarla işlem becerileri ölçülmek istenmiştir. İ1 ve İ3 soruya cevap verememiştir. İ2'nin verdiği cevap aşağıda verilmiştir.

*İ2: Her birine 10 litre koysak geriye 4 litre kalır. Onu da yarım yarım koyarsak, her birine 10 litre, bir de yarım düşer ( $80:8=10$ ,  $4:8=0,5$ ,  $10+0,5=10,5$ ).*

*A: Yani.*

*İ2: Yani on yarım düşer.*

*A: Yani on buçuk mu?*

*İ2: Evet on buçuk.*

Bu ifadelerden İ2'nin soruyu çözmek için ilk soruyla aynı yöntemi kullandığı görülmektedir. Burada dikkat çeken başka bir nokta ise İ2'nin yarım kavramını diyalog sonunda buçuk olarak okumaya başlamasıdır. Araştırmacılar tespitini sağlamlaştırmak için İ2'ye "26 litre ve 4 teneke olsaydı, her birine kaç litre düşerdi?" sorusunu

yönelmiştir. İ2 cevabı dört buçuk olarak bulunduğunu belirtmiştir. Buradan İ2'nin öğrenmeye çok açık olduğu ve öğrendiği bilgileri hemen uygulamaya geçirdiği söylenebilir. İ4 ve İ5 de soruya İ2 ile benzer yöntem kullanarak doğru cevap vermiştir. İ2, İ4, İ5'in gruplama yaparak soruyu çözdükleri söylenebilir.

Formel grubun stratejilerini belirlemek için "720'yi 6'ya bölmek için nasıl bir yol izlersiniz?" şeklinde bir soru yöneltilmiştir. F2 ve F6'nın dışındaki bütün görüşmecilerin bölme işleminin kuralını zihninde canlandırarak işlem yaptıkları, F2'nin doğru cevabı 72'nin 6'ya bölümünden faydalanarak bulunduğu tespit edilmiştir. Buradan hareketle, görüşmecilerin büyük sayıları içeren bölme işlemlerinde formel hesaplama yaptıklarını söylemek mümkündür. B6 doğru cevabı bulamamış ve bu tarz bölmeleri kağıt-kalem kullanarak hesapladığı için cevabı bulamadığını ifade etmiştir. F6'nın sıklıkla formel hesabı kullanmasının, zihinden hesaplama kabiliyetinin azalmasına neden olduğu ifade edilebilir.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, formel matematik eğitimi alan ve almayan bireylerin, günlük hayatta karşılaştıkları dört işlem hesaplamalarını zihinden yapma stratejileri incelenmiştir.

İnformel grubun dört işlem hesaplama yeterliklerini sosyal öğrenme sonucunda edindikleri belirlenmiştir. Sosyal öğrenmenin tepki-sonuç yoluyla ve model alma yoluyla gerçekleştiği belirtilmektedir (Bandura, 2001). Çalışmada, informel grubun bazı gündelik hesaplamaları deneyimleri (teпки-sonuç) doğrultusunda tekrarlayarak öğrendiği, bazı hesaplamaları ise çevresinden edindiği bilgileri (model alma) temel alarak yaptıkları ve genel olarak bakkal hesabı olarak adlandırabileceğimiz problemleri çözebildikleri tespit edilmiştir. İnformel grupta yer alan görüşmecinin (İ2) 'buçuk' kavramını çalışma sürecinde öğrenip içselleştirmesi, grubun sosyal öğrenme yoluyla öğrenmesinin bir örneği olarak sunulabilir.

İnformel ve formel grubun toplama ve çıkarma işleminde benzer stratejiler kullandıkları, hesaplamaları yaparken, onluk taban sisteminden etkili bir biçimde faydalandıkları, işlemlerde sayıları yakın olan onluklara veya yüzlüklere tamamlayarak, gruplayarak ve katlarını alarak işlem yaptıkları belirlenmiştir. Belirlenen stratejiler; Van De Walle ve arkadaşları (2012) ve Cengiz (2013) çalışmasında elde ettiği stratejilerle benzerlik göstermektedir. 'Gruplama ile Toplama' stratejisine Wan de Valle 'On'ları Topla, Birleri Topla, Sonra Birleştir' derken, Cengiz 'Büyükten Küçüğe Doğru Basamak Değerlerini Birleştirme' demiştir. Aynı şekilde 'Kalıp Sayıya Tamamlayarak Çıkarma' stratejisi, Wan de Valle'nın 'Yaklaşmak için On'ları Ekle, Sonra Birleri' stratejisiyle, Cengiz'in ise 'Üzerine Ekleme' stratejisiyle örtüşmektedir.

Dört işlemin temel olarak yer aldığı gündelik hesaplamaların insanın doğal yaratıcılığına ve akıl yürütmelerine daha yatkın bir yapıda olduğu (Erdem, Gürbüz ve Duran, 2011) göz önüne alındığında, iki grup arasındaki benzerlik doğal bir durum gibi görünse de iki grup arasında yıllar süren formel eğitim farkı, bu tespiti ilginç bir hale getirmektedir. Sayısal hesaplamaların temel bileşeni olarak formel eğitim almak, bireyin matematiksel hesaplamaları ve karmaşık sayılı işlemleri yapma kabiliyetini ve hızını

arttırsa da sayısal hesaplama becerisinin tek bileşeni olarak düşünülmemelidir. İnsan beyninin mucivevi yapısı ve yapılan araştırmalar (Saxe,1982; İfrah,1996) bunun en büyük ispatıdır.

Toplama ve çıkarma işlemindeki benzerlik; çarpma ve bölme işleminde biraz farklılaşmaktadır. İnfornel grubun '5x5', '9x10' gibi 5 ve 10 sayılarının belirgin çarpımları dışında, sayı çarpımlarını bilmedikleri görülmüştür. Çarpma işlemi gerektiren problemleri de toplamaya dayalı olarak yaptıkları, bazı sorularda sayıları gruplayarak, bazı sorularda ise görüşmecilerin farkında olmadan çarpma işleminin dağılıma diğer bir adıyla parçalama (Van de Walle ve ark., 2012) özelliğini kullanarak hesaplama yaptıkları tespit edilmiştir.

Her iki gruptaki bütün görüşmecilerin bölme işlemiyle ilgili problemlerde, verilen sayıların onluklarını ayrı, birliklerini ayrı şekilde gruplayarak böldükleri ve kısmen ortak yöntemi kullandıkları belirlenmiştir. Buna ek olarak, formel grubun çarpma işlemini dağılıma özelliğini kullanarak yaptıkları ve infornel gruptan farklı olarak bazı hesaplamalarda formel (yazılı) hesaptaki kuralları ve geleneksel algortimayı zihinlerinde canlandırarak işlem yaptıkları görülmüştür. Bu durum; öğrenim sürecinde formel hesabın zihinden hesaplama daha fazla işe koşulması ve tekrarlanması; zihinden hesabı gerektiren işlemlere fazla yer verilmemesi şeklinde açıklanabilir. Zihinden hesap ve sayı hissi üzerine yapılan, öğrencilerin ve öğretmenlerin kurala dayalı stratejileri kullanmaya daha meyilli olduklarını ifade eden araştırmalar (Yazgan, Bintaş ve Altun, 2002; Yang, 2007; Kayhan Altay ve Umay, 2011; Şengül, 2013) bu düşüncüyü doğrulamaktadır.

Oysaki zihinden hesap yapma becerisi, öğrencilerin matematiğe karşı isteklerini ve özgüvenlerini artırır (Rubenstein, 2001) ve zihinden hesaplama becerisi, gelişme çağındaki çocukların sahip olabilecekleri en değerli yeteneklerin başında gelmektedir ve gelmelidir (Patilla, 2002; Cheshire ve ark., 1999' den akt., Keçeci ve Akademi, 2011). Dolayısıyla, okullarda zihinden hesabın kullanıldığı etkinliklere sıklıkla yer verilmesi ve öğretmenlerin bu konuda öğrencileri teşvik etmesi gerektiği söylenebilir.

Çalışmada infornel grubun soruları basite indirgeyerek çözmeye çalıştıkları, büyük sayılarla işlem yaparken zorlandıkları, ondalık sayıların, ondalık kısmı sadece 5 ya da 50 olan soruları yapabildikleri görülmüştür. Genel olarak grubun, matematik işlemleriyle ilgili kurallı öğrenmelerinin olmadığı, soruları cevaplarırken zihinden hesaplama stratejilerini kullandıkları, dört işlemde en çok toplama işlemine dayanarak ve onluk taban sisteminden yararlanarak işlem yaptıkları anlaşılmıştır. Gruplama yaparken beşten, ikiden ve bu sayıların katlarından sıklıkla yararlandıkları gözlenmiştir ve bütün bu öğrenmeleri gündelik tecrübeler, alışkanlıklara ve hesap yapma becerilerine dayanarak öğrendikleri söylenebilir.

Özet olarak bu çalışmada, formel matematik eğitimi alan ve almayan bireylerin gündelik hesaplama gerektiren dört işlem sorularında, infornel yöntemlerle hesaplama yaptıkları ve hesaplama stratejilerinin benzerlik gösterdiği belirlenmiştir. Bu benzerlik;

sayıları gruplandırma, birbirinin katı olan sayılardan yola çıkarak işlem yapma, sayıları onluğa veya belirli bir kalıp sayıya tamamlama şeklinde açıklanabilir. Benzerliğin dört işlemde daha ileri düzeyde matematik becerisi gerektiren hesaplamalarda hangi boyutlarda olduğunu belirlemek ve daha genel sonuçlara ulaşmak için daha fazla bireyle araştırma yapılması ve diğer matematik konularıyla ilgili bilgilerinin karşılaştırılması, diğer araştırmacılara öneri olarak sunulabilir. Matematik eğitimi almayan bireylerin, günlük hayatta arazi ölçümünde ve ya miras paylaşımında kullanılan alan hesabı, alışverişte sıklıkla kullanılan yüzde, kar-zarar hesabı gibi hesaplamaları yaptıkları göz önüne alındığında, yapılan araştırmalarla ortaya ilginç sonuçlar çıkacağı düşünülmektedir.

## **A Comparative Study on the Qualities of Adults' Calculating from the Mind Abilities**

### **Extended Abstract**

Mathematics is a science which is as old as the human history. Mathematics, which is accepted as a human product science (Kart, 1996), was born of the necessity of mankind to group objects through abstraction, matching them, and ranking them quantitatively. The mathematical operation ability of mankind, who we can designate as the builder of mathematics, is like its speaking and comprehension abilities. In this regard, mathematical calculations from the mind are the foremost of the abilities an individual obtains by social learning. Considering that individuals who didn't get education use mathematics and can do mathematical operations while solving the problems they come across in their daily life (İfrah, 1996; Saxe, 1982), the questions of how mathematics was used, in which way and to what extend it was learned come to mind.

Van de Walle (1994) specified that four types of calculation are used at large in daily life including written calculation, calculating from the mind, estimated calculation and calculation made by tools (like calculator or computer). Among these calculation types, calculating from the mind and estimated calculation are more widely used than written calculation in daily life (Yazgan, Bintaş & Altun, 2002). Calculating from the mind is a type of calculation which is more widely applied by individuals who got formal mathematics education (Wandt & Brown, 1957) and could also be used by those who didn't get it (Saxe, 1982; 1988b) as it is a calculation that can be used in all areas of our lives and that it doesn't require paper-pen. As the studies in which the strategies applied by individuals who got and who didn't get education were compared are hardly seen in the literature, the embodiment and learning styles of individuals who got formal mathematics education and those who didn't get towards mental calculations which require four operations used in daily life it were analyzed and compared in this study.

In the study where case study method was used, semi-structured interview was held with totally 12 people including 6 people who got mathematics education and 6 people who never went to school. The interview form developed by the researchers which consisted of questions including four operations calculations was prepared in two different formats like same-tasking and different degree of difficulty, as the educational level of the interviewers were different. While the questions in the interview form were being created, we benefited from the opinions of three mathematics educationists who are experts in their fields. All the interviews were held in environments that would provide the interviewers to think and answer in a comfortable and relaxed way. Descriptive analysis method was used to analyze the interviews. Accordingly, the answers given to questions were analyzed in a detailed way and some opinions of the individuals were directly quoted. The collected data was grouped by the researchers. Criterion like operation order, grouping style, the reason of the method

---



chosen while doing the operation, how the ability of learning operations developed and how it was learned were used while grouping.

In the study, it was defined that the individuals who didn't get mathematics education obtained their qualification to calculate four operations through social learning. It was stated that social learning occurred due to response-result way and modeling way (Bandura, 2001). In the study, it was determined that the informal group learned some of the daily calculations by repeating according to their experiences (response-result) whereas they did some calculations by basing the information they obtained from their environment (modeling) and they could solve the problems which we can call "back of the envelope calculation" at large.

The strategies that the interviewers use for addition operation are "grouping", "rounding to decimals", "taking the multiples", while the strategies they use for subtraction are "rounding to mold number", "operation with decimals", "rounding by counting backwards". While the strategies in multiplication are determined as "adding the multiples", "grouping", and "multiplying by dispersibility", the strategies that are used in division operation are "grouping by the help of decimals".

It was defined that individuals that got mathematics education and those who didn't get it both use similar strategies in addition and subtraction operations, benefit efficiently from decimal system, operate by rounding the numbers to closest decimals and hundreds, by grouping and by taking the multiples in the operations. The defined strategies show similarities with the strategies that Van De Walle et al. (2012) and Cengiz (2013) obtained in their studies.

The similarities in addition and subtraction operations differ slightly in multiplication and division operations. It was seen that individuals who didn't get mathematics education didn't know multiplication products except for evident multiplication products of numbers 5 and 10 like '5x5', '9x10'. It was identified that they do operations which require multiplication also based on addition, that they do calculations in some questions by grouping the numbers and in some questions by unconsciously using the dispersibility or with its other name fragmentation of multiplication (Van de Walle et al., 2012).

It was defined that all the interviewers in both groups divide the decimals and units of the numbers given by grouping separately in the problems related to division operation and that they partially use the common method. In addition to this, it was seen that the individuals who got mathematics education do the multiplication operation by using the dispersibility and that different from the other group, they operate in some calculations by stimulating the rules in formal (written) calculation and traditional algorithm in their mind. This situation can be explained as formal calculation being worked and being repeated more than calculating from the mind during the learning process; operations which require calculation from the mind are not given enough space. The researches which were made on calculation from the mind and number sense, which expressed that the students and the teachers (Yazgan, Bintaş & Altun, 2002; Yang, 2007; Kayhan Altay & Umay, 2011; Şengül, 2013) are more likely to use strategies based on rules verify this opinion. Whereas the ability of

calculating from the mind increases the students' demand towards mathematics and their self-confidence (Rubenstein, 2001) and the ability of calculating from the mind comes and must come first among the most valuable abilities that growing children may have (Patilla, 2002; Cheshire et al. 1999, as cited in Keçeci & Akademi, 2011). Thus, it can be said that it is necessary to frequently give space to activities in which calculation from the mind is used in schools and that teachers need to encourage students in this respect.

In brief in this study, it was defined that individuals who got formal mathematics education and the ones who didn't get it do calculations with informal methods in the four operations questions which require daily calculations and that their calculation strategies show similarities. This similarity can be explained as grouping the numbers, operating by basing the numbers which are multiples of each other, rounding the numbers to decimals or to a certain mold number. Defining up to what extend is the similarity in the calculations which require more advanced mathematics ability than four operations and doing research with more individuals and comparing their knowledge about other mathematics topics to reach more general results may be offered to other researchers as a suggestion.

## Kaynaklar/References

- Altun, M. (2001). *Matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Yayınevi.
- Armstrong, T. (1994). Multiple intelligences: Seven ways to approach curriculum. *Educational Leadership*, 52(3), 26-28.
- Bandura, A. (2001). Social cognitive theory: An agentic perspective. *Annual review of psychology*, 52(1), 1-26.
- Cengiz, N. (2013). Doğal sayılarla dört işlem ve tarihçesi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s. 59-79). Ankara: Pegem Akademi.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for research in mathematics education*, 29(1), 3-20.
- Carraher, T. N., Carraher, D., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3(1), 21-29.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). *Research methods in education* (5th ed.). London: Routledge Falmer.
- Erdem, E., Gürbüz, R. ve Duran, H. (2011). Geçmişten Günümüze Gündelik Yaşamda Kullanılan Matematik Üzerine: Teorik Değil Pratik. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(3), 232-246.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. L. A. M. (2001). *Young mathematicians at work*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The children's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13(3), 343-359.
- Harç, S. (2010). *6. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu kavramı açısından mevcut durumlarının analizi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- İfrah, G. (1998). *Rakamların evrensel tarihi I: Bir gölgenin peşinde*. Ankara: Tübitak Popüler Bilim Kitapları.
- Kamii, C., & Dominick, A. (1997). To teach or not to teach algorithms. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(1), 51-61.
- Kart, C. (1996). Matematik ve ülke kalkınmasındaki rolü. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 252, 3-6.
- Kayhan Altay, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duygularının; sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duygusu bileşenlerine göre incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Kayhan Altay, M. ve Umay, A. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının hesaplama becerileri ve sayı duyguları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 6(1), 1277-1283.
- Keçeci, T. ve Akademi, T. G. (2011). *Pratik matematik teknikleriyle zihinden yapılan işlemlerin matematik sevgisini ve başarısını arttırmadaki rolü ve önemi*. Paper presented at the 2 nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications, (s. 68-79), Antalya, Turkey.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5., 6., 7. ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Patton, M.Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods* (2nd ed.). Newbury Park: CA. Sage.
- Pesen, C. (2004). Zihinden toplama ve çıkarma işlemlerinde kullanılan yöntemlerin ilköğretim 1. sınıf öğrencilerinin başarı düzeyine etkisi. *Ege Eğitim Dergisi*, 5(1), 17-23.
- Reys, B. J. (1985). Mental Computation. *Arithmetic Teacher*, 32(6), 43-46.
- Reys, R. E., Reys, B. J., Nohda, N., & Emori, H. (1995). Mental computation performance and strategy use of Japanese students in grades 2, 4, 6, and 8. *Journal for research in mathematics education*, 26(4), 304-326.
- Rubenstein, N (2001). Mental mathematics beyond the middle school. *Mathematics Teacher*, 94(6), 442-447.
- Saxe, G. B. (1982). Developing forms of arithmetic operations among the Oksapmin of Papua New Guinea. *Developmental Psychology*, 18(4), 583-594.
- Saxe, G. B. (1988a). Candy selling and math learning. *Educational Researcher*, 17(6), 14-21.
- Saxe, G. B. (1988b). The mathematics of child street vendors. *Child Development*, 1415-1425.
- Sowder, J. T., Philipp, R.A., Armstrong, B. E., & Schappelle, B.P. (1998). *Middle-Grade teachers' mathematical knowledge and its relationship to instruction: A research monograph*. Albany N.Y.: State University of New York Press.
- Şengül, S. (2013). Identification of number sense strategies used by pre-service elementary teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(3), 1965-1974.

- Şengül, S., & Gülbağcı Dede, H. (2012). Evaluation of number sense on the subject of decimal numbers of the secondary stage students in Turkey. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(2), 296-310.
- Şengül, S., & Gülbağcı Dede, H. (2014). The strategies of mathematics teachers when solving number sense problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(1), 73-88.
- Türkiye İstatistik Kurumu [TÜİK]. 2013. Haber bülteni, Sayı: 18619. (Yayınlanma tarihi:10.03.2015)
- Van de Walle, J. (1994). *Elementary school mathematics teaching developmentally*. New York: Longman.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Wandt, E., & Brown, G. W. (1957). Non-occupational uses of mathematics mental and written approximate and exact. *The Arithmetic Teacher*, 4(4), 151-154.
- Yang, D. C. (2003). Teaching and learning number sense an intervention study of fifth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1(1), 115-134.
- Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions. *School Science and Mathematics*, 107(7), 293-301.
- Yazgan, Y., Bintaş, J. ve Altun, M. (2002). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin zihinden hesap ve tahmin becerilerinin geliştirilmesi*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, Ankara, Turkey.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

#### **Kaynak Gösterme**

Erdem, Z. Ç. ve Duran, H. (2015). Yetişkinlerin zihinden hesaplama becerilerinin özellikleri üzerine karşılaştırmalı bir çalışma. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(3), 463-482.

#### **Citation Information**

Erdem, Z. Ç., & Duran, H. (2015). A comparative study on the qualities of adults' calculating from the mind abilities. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(3), 463-482.