

# Öğrenci Çalışmalarını İncelemenin Öğrenci Düşünme Şekillerini Anlamadaki Rolü ile İlgili Matematik Öğretmen Adaylarının Düşünceleri<sup>1</sup>

Makbule Gözde Didis<sup>2</sup>, Ayhan Kürşat Erbaş<sup>3</sup>, Bülent Çetinkaya<sup>4</sup>, Erdiñç Çakıroğlu<sup>5</sup> ve Cengiz Alacacı<sup>6</sup>

**Öz:** Öğretmenin sahip olması beklenen önemli yeterliliklerden birisi öğrenci düşünme şekilleri bilgisidir. Pedagojik alan bilgisinin bir alt boyutu olan bu bilginin öğretmenlere mesleğe başlamadan önce kazandırılması önemlidir. Bu çalışmanın amacı matematiksel modelleme etkinliklerinin sınıf içi uygulamalarından elde edilen öğrenci çözüm kâğıtları ve videoları incelemenin öğrenci düşünme şekillerini anlamaya olan katkısı konusunda matematik öğretmen adaylarının düşüncelerini incelemektir. Çalışmanın katılımcıları öğretmen adaylarına dönük bir matematiksel modelleme dersine kayıtlı yirmi beş matematik öğretmen adaydır. Sekiz hafta süren çalışmanın verileri bireysel düşünce raporları, birebir görüşmeler ve bir öz-değerlendirme anketi yoluyla toplanmıştır. Verilerin analizleri, öğretmen adaylarının öğrenci çözüm kâğıtları ve video kesitlerini incelemenin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin farkına varma, tahmin edebilme, anlama ve yorumlamalarına yardım ettiğini düşündüklerini ortaya çıkarmıştır. Bu çalışmanın sonuçları öğretmen eğitimcilerine, öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin gelişimine destek sağlama açısından gerçek sınıf ortamlarından alınmış öğrenci çalışma ürünlerinin kullanılmasını önermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Pedagojik alan bilgisi, öğrenci düşünme şekilleri, öğretmen eğitimi, öğrenci çalışmaları

**DOI:** 10.16949/turcomat.50978

**Abstract:** Awareness for and knowledge of students' ways of thinking is an important component of teachers' competence that should be gained before starting their career. The purpose of this study was to investigate pre-service secondary mathematics teachers' views regarding the role of examining students' work in understanding students' ways of thinking within the context of an undergraduate mathematical modeling course for pre-service mathematics teachers. The participants were twenty-five pre-service mathematics teachers enrolled in the course. Lasting eight weeks the data were collected through the pre-service teachers' reflection papers, individual interviews, and a self-evaluation questionnaire. The analyses of data revealed that the pre-service mathematics teachers thought that examining students' solution papers and video episodes helped them to be aware of, predict, understand, and interpret students' ways of thinking. The findings of the study suggested that mathematics teacher educators might consider using students' work from real classroom settings in order to both develop and support the development of pre-service mathematics teachers' pedagogical content knowledge.

**Keywords:** Pedagogical content knowledge, students' ways of thinking, teacher education, student work

[See Extended Abstract](#)

<sup>1</sup> Bu çalışma XI. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildirinin genişletilmiş halidir ve birinci araştırıcının doktora tezi ile ilgilidir. Bu makaleye konu olan çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 110K250 nolu araştırma projesi kapsamında desteklenmiştir. Bu makalede öne sürülen görüşler yazarlara ait olup, TÜBİTAK'ın görüşlerini yansıtmamaktadır. Ayhan Kürşat ERBAŞ, Türkiye Bilimler Akademisi Üstün Başarılı Genç Bilim İnsanları Ödüllendirme Programı (GEBİP) tarafından desteklenmektedir (A.K.E./TÜBA-GEBİP/2012-11).

<sup>2</sup> Yrd. Doç. Dr., Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, [gözde.didis@gop.edu.tr](mailto:gözde.didis@gop.edu.tr)

<sup>3</sup> Doç. Dr., Orta Dođu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi, [erbas@metu.edu.tr](mailto:erbas@metu.edu.tr)

<sup>4</sup> Doç. Dr., Orta Dođu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi, [bctinka@metu.edu.tr](mailto:bctinka@metu.edu.tr)

<sup>5</sup> Prof. Dr., Orta Dođu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, [erdinc@metu.edu.tr](mailto:erdinc@metu.edu.tr)

<sup>6</sup> Prof. Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, [cengiz.alacaci@medeniyet.edu.tr](mailto:cengiz.alacaci@medeniyet.edu.tr)

## 1. Giriş

Öğrenci düşünme şekilleri bilgisi pedagojik alan bilgisinin önemli bir alt boyutu ve öğretmenlerin sahip olması gereken önemli bir yeterlidir (Doerr & English, 2004; Grossman, 1990; Shulman, 1986). Bu sebeple, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünme yapıları ile ilgili bilgisi, son yıllarda öğretmen eğitimi ve mesleki gelişimiyle ilgili üzerinde en çok durulan konulardan biri olmuştur (Sowder, 2007). Öğretmenin öğrencilerin düşünme biçimlerini ve bu düşünme biçimlerindeki kavramsal gelişimlerini anlaması onların tek bir yaklaşıma ait düşüncelerini anlamasının ötesinde, ortaya koydukları çeşitli çözüm yollarını, matematiksel fikirlerini, bu fikirleri nasıl kullandıklarını fark edebilmesidir (Doerr & Lesh, 2003).

Birçok çalışma hem matematik öğretmenlerinin hem de matematik öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerini yeterince anlayamadığını ve öğretimde bunları kullanmadığını göstermiştir (Bergqvist, 2005; Kılıç, 2011; Tirosh, 2000). Öğretmenlerin öğrencilerin olası kavram yanlışlarını, hata ve zorluklarını tahminleri ile öğrencilerin gerçek kavram yanlışları, hata ve zorlukları arasında farklılıklar bulunmakta, öğretmenler öğrencilerin hata ve zorluklarının kaynaklarını açıklamakta zorluklar yaşamaktadırlar. Ayrıca öğrencilerin çalışmalarını sadece doğruluğuna ve yanlışlığına göre değerlendirme eğilimi göstermektedirler (Bergqvist, 2005; Hadjidemetriou & Williams, 2002, Nathan & Koedinger, 2000). Benzer şekilde öğretmen adayları da öğrencilerin düşünme süreçlerini değerlendirirken, daha çok kendi düşünme süreçleri ve deneyimlerine odaklanarak öğrenci çözümlerini sonucun doğruluğunun değerlendirilmesinin ötesinde yorumlayamamaktadır (Kılıç, 2011, Şen-Zeytun, Çetinkaya & Erbaş, 2010; Tirosh, 2000). Örneğin, öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini öğrencilerin grafik çizimlerine yönelik zorlukları ve öğretmenlerin öğrencilerin bu zorluklarına yönelik algıları ve tahminleri açısından inceleyen Hadjidemetriou ve Williams (2002), öğretmenlerin tahminleri ve öğrencilerin yaşadığı zorluklar arasında uyumsuzluklar olduğunu ve öğretmenlerin öğrencilerin grafik çizimlerine yönelik zorluklarını tahmin etmekte başarılı olamadıklarını bulmuştur. Benzer şekilde, beş matematik öğretmeninin kovaryasyonel düşünme düzeylerini ve bu öğretmenlerin öğrencilerin kovaryasyonel düşünme becerilerini tahmin etme düzeylerini bire bir görüşmeler aracılığıyla araştıran Şen-Zeytun, Çetinkaya ve Erbaş'ın (2010) bulguları öğretmenlerin hem kendi kovaryasyonel düşüncelerini hem de öğrencilerin bu konudaki zorlukları, hataları ve kavram yanlışlarını tahmin etme konusunda yetersiz olduklarını ortaya çıkarmıştır. Diğer taraftan, Kılıç (2011) öğretim yöntemleri dersi kapsamında altı öğretmen adayının “iki terimlerin çarpımı, rasyonel ifadelerin sadeleştirilmesi ve polinom denklemlerin çözümü” gibi farklı konularda öğrencilerin zorlukları ve hataları ile ilgili bilgilerini gözlem, görüşme ve öğretmen adaylarının yazılı dokümanları aracılığıyla incelemiştir. Diğer araştırmalara benzer şekilde bulgular öğretmen adaylarının da özellikle öğrencilerin yaşadıkları zorlukları, kavram yanlışlarını ve yaptıkları hataların kaynaklarını bulmakta zorluk çektiklerini ortaya çıkarmıştır.

Öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar öğretmen yetiştirme programlarının öğretmenlerin bu bilgilerini geliştirmede etkisinin zayıf olduğuna dikkat çekerek öğretmenlere bu bilginin mesleğe başlamadan öğretmen yetiştirme programlarında

kazandırılması gerekliliğini vurgulamaktadır (Kılıç, 2011; Tirosh, 2000). Öğretmen yetiştirme programları öğretmenlerin öğrenci düşünme şekillerini kazandıkları ve şekillendirdikleri ilk formal eğitim yeri olmalıdır. Öğretmen yetiştirme programlarında öğretmen adaylarına öğrenci düşünme şekillerini analiz edebilecekleri, anlama, tahmin etme ve yorumlama yeteneklerini geliştirebilecekleri öğrenme ortamları sağlanmalı; öğretmen adaylarının öğrencilerin ortak bilişsel süreçlerine yönelik farkındalıklarının artırılması için yardım edilmelidir (Tirosh, 2000).

Geçmişten günümüze matematik eğitimi alanında öğretmenlerin öğrenci düşünme şekilleri bilgilerinin artırılmasına yönelik çeşitli bağlamlarda mesleki gelişim programları tasarlanmış ve uygulanmıştır. Öğretmen eğitiminde araştırma tabanlı öğrenci düşünme şekilleri bilgilerinin kullanıldığı “Bilişsel Yönlendirmeli Öğretim” (*Cognitively Guided Instruction*), gerçek sınıf ortamından elde edilmiş öğrenci çalışmalarının kullanıldığı “Çok Katmanlı Program Geliştirme” (*Multi-tier Program Development*), örnek olay kullanımı odaklı yaklaşımlar ve sınıf içi video kayıtları kullanımı odaklı yaklaşımlar bu mesleki gelişim yaklaşımlarının örnekleridir (Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang & Loef, 1989; Fennema, Franke, Carpenter & Carey, 1993; Schorr & Lesh, 2003; Sherin & Han, 2004; Van Es & Sherin, 2008).

Bununla birlikte, son yıllarda öğretmenlerin mesleki gelişiminde kullanılan bu yaklaşımların öğretmen yetiştirme programlarındaki derslerde kullanımı bağlamında öğretmen adaylarının pedagojik, konu alan ve pedagojik alan bilgilerinin gelişimini ele alan çalışmalar yapılmaktadır (Crespo, 2000; Lampert & Ball, 1998; Masingila & Doerr, 2002; Santagata & Yeh, 2014; Wilson, Lee & Hollebrands, 2011). Özellikle gerçek öğrenci çalışmalarında üzerinde çalışmak öğretmen adaylarının öğrenciler ve öğrencilerin düşünme şekilleri hakkında bilgilenmesi, öğrencilerin düşünme şekillerini anlama ve yorumlama becerilerini geliştirmesi açısından araştırmacılar tarafından önerilen yollardan biridir (Ball & Cohen, 1999; Lampert & Ball, 1998; Masingila & Doerr, 2002; Smith, 2001). Lampert ve Ball (1998) ve Masingila ve Doerr (2002) çalışmalarında öğretmen adayları için öğrencilerin yazılı ürünleri, öğretmenlerle ve öğrencilerle görüşmeler, derslerden video görüntüleri elde ederek öğretmen adaylarının öğrenme-öğretme ortamını inceleyebilecekleri çoklu öğrenme ortamının öğretmen adaylarının mesleki gelişimlerini nasıl desteklediğini incelemiştir. Bu çalışmaların sonuçları gerçek sınıf ortamındaki uygulamalara dayalı materyallerin öğretmen adaylarına hem sınıflardaki öğrenme-öğretme ortamını inceleme ve anlama, hem de öğrencilerin matematiksel düşünme şekilleri hakkında bilgi sahibi olmalarına olanak sağlayarak, pedagojik, pedagojik alan ve alan bilgilerinin gelişimini desteklemeye olanak sağladığını ortaya çıkarmıştır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının gerçek sınıf ortamından elde edilmiş öğrenci çalışmalarını analiz ederek öğrenci düşünme şekilleriyle ilgili bilgilerindeki gelişimi desteklemek amacıyla bir eğitim yaklaşımı tasarlanmıştır. Çalışmanın amacı, öğrencilerin bir grup matematiksel modelleme sorusu kapsamında ürettikleri çözümleri ve sınıf-içi çalışmaları içeren video görüntülerini inceleyen bir grup lise matematik öğretmen adayının öğrenci düşünme şekilleri bilgilerindeki gelişimlerini ve bu gelişimde gerçek

öğrenci çözümleri ve video görüntülerini incelemenin rolünü kendi perspektiflerinden incelemektir. Bu çerçevede, çalışmada aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

- 1) Öğrenci çalışmalarını incelemenin öğrenci düşünme şekilleri bilgilerindeki gelişimlerine yönelik lise matematik öğretmen adaylarının düşünceleri nelerdir?
- 2) Öğrenci düşünme şekilleri bilgilerinin gelişiminde gerçek öğrenci çözümlerini ve video görüntülerini incelemenin rolü ile ilgili lise matematik öğretmen adaylarının düşünceleri nelerdir?

Çalışmanın bulguları matematik öğretmen eğitimcilerine gerçek öğrenci çalışmalarını kullanmanın öğrenci düşünme şekilleri bilgilerindeki gelişimle ilgili öğretmen adaylarının düşüncelerini görme imkânı sağlayacaktır. Aynı zamanda öğrencilerin yazılı ve görsel-işitsel çalışmalarının bir ders kapsamında kullanılmasının öğretmen adayları açısından ne şekilde yararlı olabileceği konusunda öğretmen eğitimcilerine fikirler sunacaktır.

### 1.1. Matematiksel Modelleme Yaklaşımı ve Öğretmen Eğitimi

Matematiksel modelleme, matematik eğitimi alan yazını içinde araştırmacılar tarafından farklı amaç ve yaklaşımlar kapsamında farklı şekillerde tanımlanmakla birlikte, genel olarak “gerçek hayattan veya gerçekçi bir durumun matematiksel yöntemler kullanılarak analiz edilme süreci” olarak açıklanabilir (Erbaş vd., 2014, s.1608). Bir gerçek hayat durumunun matematiksel modelleme süreci birden farklı matematiksel gösterimler, işlemler ve fonksiyonel ilişkiler kullanılarak birlikte yorumlanmasını içerir ve lineer olmayan döngüsel bir süreçtir (Lehler & Schauble 2003'den akt., Erbaş ve ark., 2014).

Geleneksel sözel problemlerden farklı olarak, matematiksel modelleme soruları anlamlı gerçek veya gerçekçi hayat durumlarını içerir. Bu sorularda öğrenciler gerçek hayat durumunu yorumlayarak farklı gösterimlerle (sembol, formül, denklem, grafik vb.) matematik diline aktarır. Matematiksel modelleme soruları öğrencilere gerçek yaşam durumlarını farklı varsayımlarla yorumlama sürecinde farklı düşünme fırsatı sunar, öğrenciye birden fazla çözüm yaklaşımı (model) üretme imkânı verir ve öğrencilerin farklı düşünme yapılarını ortaya çıkmasına olanak sağlar (Lesh & Doerr, 2003; Lesh & Zawojewski, 2007). Bu sebeple modelleme sorularının çözümünüyle oluşan öğrenci ürünleri öğrencilerin basit hesaplamaları ve kısa cevaplarından öte düşünme süreçlerini kapsamlı bir şekilde ortaya koyar.

Model ve modelleme perspektifine (MMP) göre matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının alan bilgisi ve pedagoji bilgisinin ötesinde psikoloji ve öğrencilerde matematiksel düşünmenin gelişim süreçleri gibi konularda da derinlemesine bilgi sahibi olması gerekmektedir (Lesh & Doerr, 2003; Schorr & Lesh, 2003). Öğretmen, öğrencilerin matematiksel fikirlerini ve temsillerini kavradığı ölçüde öğretimde başarılı olabilir. Ancak, öğrencilerin düşünme biçimlerinin doğrudan aktarıldığı öğrenme ortamları öğretmenler için etkili olmadığı gibi, öğrenci düşünce yapılarını anlamak öğretmenlerin eğitim sürecinde kendiliğinden gelişen bir beceri de değildir (Niss, Blum & Galbraith, 2007; Schorr & Lesh, 2003). Öğretmenlerin kendilerini bu yönde geliştirecek

öğrenme ortamlarına ihtiyaçları vardır. Model ve modellemeye dayalı öğretmen eğitiminde, öğretmenlerin öğrenci düşünme şekillerini anlamada modelleme etkinliklerinin önemli bir yeri olduğunu vurgulanmaktadır. Öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde oluşturduğu farklı modelleri yorumlama ve değerlendirme etkinliklerinin, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin nasıl düşündüğüne yönelik sahip oldukları modelleri test edip gözden geçirmeleri ve bu modelleri zenginleştirmeleri için uygun bir ortam sağlayacağı düşünülmektedir (Doerr, 2006; English, 2003; Lesh & Doerr, 2003).

## 2. Yöntem

### 2.1. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları, geniş ölçekli bir proje kapsamında geliştirilen “Öğretmen Adayları için Matematiksel Modelleme” dersine kayıtlı Ankara’daki bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliği programına devam eden 25 (18 kadın, 7 erkek) öğretmen adaydır. Katılımcıların 16’sı 3. sınıf, 7’si 4. sınıf ve 2’si 5. sınıf öğrencisiydi. Bu öğretmen adaylarından programın 4 ve 5. sınıfına devam edenler “soyut matematik, lineer cebir, tek değişkenli analiz, çok değişkenli analiz, analitik geometri, diferansiyel denklemler, cebire giriş, kümeler teorisi ve topoloji, Öklid geometrisi” gibi zorunlu matematik alan derslerinin çoğunu tamamlamışlardı. Aynı zamanda, bu öğretmen adayları “sınıf yönetimi, ölçme değerlendirme, öğrenme öğretmen kuram ve yaklaşımları” gibi bazı pedagoji derslerini ve “özel öğretim yöntemleri, problem çözme” gibi matematik eğitimine yönelik pedagojik alan derslerini almışlardı. Diğer taraftan, 3. sınıfa devam eden öğretmen adayları ise yukarıda sıralanan matematik derslerinin bir kısmını tamamlamış, çalışmanın devam ettiği süreçte de “cebre giriş, kümeler teorisi ve Öklid geometrisi” derslerini almaktaydılar. Bu katılımcılar aynı zamanda “eğitim bilimlerine giriş, gelişim psikolojisi veya rehberlik” gibi bazı pedagoji derslerini almış olmalarına rağmen, 4 ve 5. sınıf öğretmen adaylarından farklı olarak henüz hiç matematik eğitimi dersi almamışlardı. Bu çalışmaya konu olan ders aldıkları ilk matematik eğitimi içerikli dersti. Ayrıca, 3 ve 4. sınıfa devam eden öğretmen adayları okul deneyimi ve öğretmenlik uygulaması derslerini henüz almamışlardı. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarından sadece dördü (iki 5. ve iki 4. sınıf öğrencisi) matematiksel modelleme içerikli bir seçmeli ders almış olup, geriye kalan öğretmen adaylarının ise matematiksel modelleme ile ilgili bir tecrübeleri bulunmamaktadır. Aynı zamanda, katılımcıların hiçbiri bu çalışmaya kadar öğrenci düşünme şekillerine yönelik hiçbir çalışma yapmamıştır. Katılımcıların akademik not ortalamaları 2,06 ile 3,62 arasında değişmektedir ( $\bar{x} = 2,66$ ;  $SS = 0,37$ ).

### 2.2. Çalışmanın Tasarımı ve Uygulanması

Öğrenci düşünme şekilleri bu çalışmada öğrencilerin bir matematik (modelleme) problemini çözerken ortaya koyduğu matematiksel fikirler, kullandıkları konu ve kavramlar, ürettikleri çözüm yaklaşımları, yaşadıkları işlemsel ve kavramsal zorluklar ve yaptıkları hatalar olarak ele alınmıştır. Öğrenci düşünme şekilleri çalışması “öğrenci çözüm kâğıtları ve öğrenci çözüm kâğıtlarına ait video görüntüleri olmak üzere”

öğrencilerin hem yazılı hem de görsel-işitsel olarak düşünme süreçlerini gösteren materyalleri içermektedir.

### 2.2.1. Öğrenci Çözüm Kâğıtlarının ve Video Görüntülerinin Hazırlanması

Öğrenci düşünme şekillerini yansıtan yazılı ve görsel materyaller, çalışma öncesinde bir proje kapsamında lise öğrencileriyle yapılan modelleme uygulamalarından elde edilip bu çalışma için düzenlenmiştir. Araştırmacılar önce her bir modelleme etkinliği için farklı iki devlet lisesindeki öğrencilerle gerçekleştirilen grup çalışması odaklı sınıf içi uygulamalardan elde edilen 10-12 gruba ait öğrenci çözüm kâğıtlarını incelemiştir. Bunların arasından her bir etkinlik için dört veya beş farklı öğrenci grubuna ait birbirinden farklı (doğru veya yanlış) yaklaşımları içeren çözüm kâğıtları seçilmiştir. Kullanılan öğrenci çözüm kâğıtlarının sınırlandırılmasının nedeni, öğrenci çözüm kâğıtlarının ilgili video görüntüleriyle bir arada kullanılmasından dolayı derste planlanan zamanı aşmamak ve öğretmen adaylarının her bir çözüm kâğıdı üzerinde derinlemesine inceleme yapabilmelerini sağlamaktır. Öğrenci çözüm kâğıtlarının belirlenmesinde, sorunun anlaşılması ve yorumlanmasında çeşitlilik, çözümde farklı matematiksel konu, kavram, gösterimlerin kullanılmış olması; aritmetik, cebirsel, mantık ya da sezgisel hatalar yapılmış olması ve bazı kavramlarda ve işlemlerde zorluklar yaşanması gibi öğrencilerin geçtikleri matematiksel düşünme süreçlerini temsil etmeleri dikkate alınmıştır.

Diğer taraftan, öğrencilerin modelleme sorularına çözüm süreçlerini içeren video görüntüleri oluşturulması için önce sınıf içi uygulamalardan elde edilen videolar araştırmacılar tarafından izlenerek “sorunun öğrenciler tarafından anlaşılması, öğrencilerin ilk çözüm yaklaşımları, çözüm sürecinde öğrenci tartışmaları, öğrencilerin süreçte geliştirdikleri çözümler, öğrenci hata ve zorlukları” ölçütleri çerçevesinde videolar kodlanarak ilgili videodan kesitler belirlenmiş ve bunlar birleştirilerek ortalama 7-8 dakika uzunluğunda video görüntüleri oluşturulmuştur. Video görüntülerinin düzenlemesi iki farklı şekilde yapılmıştır. Birinci tip video görüntüleri, sınıf içi uygulamaları sırasında elde edilen her bir öğrenci grubunun çözüm kâğıtlarını göstermekte ve öğrencilerin ders sonundaki sunumlarını içermektedir. İkinci tip video görüntüleri ise, sınıf içi uygulamaları sırasında odaklanılan bir öğrenci grubunun sorunun çözüm sürecini yansıtan yani sorunun çözümü boyunca öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini detaylı olarak gösteren video görüntüleridir. Bu videolar, her öğrenci grubunun nasıl bir çözüm sürecinden geçtiğini (ilk çözüm yaklaşımları, çözüm sürecinde öğrenci tartışmaları, öğrencilerin süreçte geliştirdikleri çözümler, öğrenci hata ve zorluklarını) ve geliştirdikleri nihai çözüm yaklaşımlarını içermektedir.

### 2.2.2. Veri Toplama

Çalışmada dört matematiksel modelleme sorusu (bkz. Ek) bağlamında öğrenci düşünme şekillerine odaklanılmıştır. Öğretmen adayları ilk hafta verilen bir modelleme sorusu üzerinde 3-4 kişilik gruplara ayrılarak çalışmış ve kendi çözümlerini geliştirmişlerdir. Daha sonra öğretmen adaylarından öğrencilerin gerçek çözümleri üzerinde çalışmadan “bu problemi sınıf ortamında uyguladığınızda öğrencilerin bu soruya getireceği çözüm yaklaşımları neler olabilir? Öğrenciler nerelerde ve ne tür zorluklar

yaşayabilirler? Öğrencilerin ne tür hatalar yapmasını beklersiniz?” gibi sorularla ilgili tahmin ve beklentileri hakkında düşünceleri ve düşüncelerini rapor etmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarına ikinci hafta derse gelmeden önce aynı modelleme sorusu ile ilgili lise öğrencilerinin yapmış oldukları çözümleri ve öğrencilerin çözümlerini yansıtan video görüntüleri elektronik posta (e-mail) ile gönderilmiştir. Bunun sebebi öğretmen adaylarının derse gelmeden önce bireysel olarak öğrenci çözüm süreçlerini incelemeleri ve bunlar hakkında ön izlenimler elde etmelerine fırsat vermektir. Böylece videoları istenilen bir hızda, gerektiği yerde durdurarak, geriye veya başa alarak detaylı bir şekilde incelemeleri mümkün olmuştur.

İkinci hafta, ders sırasında, öğretmen adaylarına öğrenci çözüm kâğıtları tekrar dağıtılarak bunları grup olarak incelemeleri sağlanmış ve video görüntüleri sınıf ortamında izletilmiştir. Öğretmen adaylarından video görüntülerini izlerken ve öğrenci çözüm kâğıtlarını incelerken aşağıdaki ölçütler çerçevesinde düşünüp not almaları istenmiştir: (i) öğrencilerin kullandıkları matematiksel konu ve gösterimler, (ii) öğrenci çözümlerinin güçlü ve zayıf yönleri, (iii) öğrencilerin hataları, (iv) zorlukları ve (v) varsa öğrencilerin sorunun çözümünde göz ardı ettikleri diğer bilgi, beceri veya durumlar. Daha sonra dersi veren öğretim üyesinin yönelttiği sorularla her bir çözüm kâğıdı ve video görüntüsü hakkında sınıf tartışması yapılmıştır. Dört modelleme sorusu için benzer bir süreç kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının öğrenci çözüm kâğıtlarını ve video görüntülerini inceleme süreci Tablo 1’de özetlenmiştir.

**Tablo 1.** Öğretmen adaylarının öğrenci çalışmalarını inceleme süreci

Süreç	Etkinlik	Açıklama	Zaman
1.Adım	Öğrenci çözüm kâğıtlarının inceleme-analiz etme	Öğretmen adaylarına öğrenci çözüm kâğıtları dağıtıldı. Öğretmen adayları öğrenci düşünme şekillerini grup olarak incelediler ve buna yönelik not aldılar.	25-30 dk.
2.Adım	Video görüntülerini izleme	Öğretmen adayları öğrenci çözüm kâğıtları üzerinde çalıştıktan sonra video görüntülerini izlediler ve video gözlemlerinden öğrencilerin düşünme şekillerine yönelik not aldılar.	30 dk.
3.Adım	Çözüm kâğıtları ve video görüntülerini birlikte analiz etme	Video gözlemleri sürecinde aldıkları notlar eşliğinde öğrenci çözüm kâğıtlarına dönerek detaylı bir şekilde incelediler.	60 dk.
4.Adım	Öğrenci düşünme süreçleri üzerinde sınıf tartışması	Yukarıda verilen 5 ölçütü kullanarak öğretmen adayları sınıf tartışması yaptılar.	45 dk.

Öğretmen adayları her modelleme sorusu bağlamında öğrenci düşünme şekilleri çalışmasından sonra verilen sorular rehberliğinde bireysel düşünce raporu yazmışlardır. Bu raporlarda öğretmen adayları, öğrenci düşünme şekillerini incelemeleri sonucunda “öğrencilerin neler bilip bilmediğini, öğrencilerin çözümlerinde gözlemledikleri farklı

çözüm yollarını, öğrenci çözüm kâğıtları ve video görüntüleri hangi yönleri ile öğrenci düşünme süreçlerini anlama ve yorumlamalarında yardımcı olduğu” vb. durumlarla ilgili tespitlerini ve yorumlarını belirtmişlerdir. Öte yandan her öğrenci düşünme şekilleri çalışmasından sonra, yedi öğretmen adayı ile bire bir yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler öğretmen adaylarının düşünce raporlarında yazdıklarını derinleştirme amaçlı olup raporlarda yer alan durumlar üzerinde durulmuştur. Öğrenci düşünme şekilleri ile ilgili tüm çalışmalar tamamlandığında matematik öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekilleri bilgilerindeki gelişmelerini ve bu gelişmelerini etkileyen faktörleri değerlendirmeleri amacıyla öz değerlendirme anketi uygulanmıştır. Öz değerlendirme anketinde öğretmen adayları “öğrenci çözüm kâğıtları ve video kesitleri aracılığıyla öğrenci düşünme şekillerini inceledikleri çalışma ortamının onlara hangi açılardan katkı sağladığı veya sağlamadığı, öğrenci düşünme şekillerine yönelik neler öğrendikleri, öğrenci çözüm kâğıtlarının ve video görüntülerinin rolünün neler olduğu” vb. açık uçlu soruları yanıtlamışlardır. Aynı zamanda veri toplama sürecinde gözlem notları tutulmuştur.

### 2.3. Veri Analizi

Verilerin analizinde nitel veri analizi yöntemleri kullanılmıştır. Verilerin kodlanmasında belli bir kuramsal yapı kullanılmamış olup, açık kodlama yapılarak tümevarımcı bir analiz süreci izlenmiştir. Veriler araştırmanın amacı çerçevesinde dikkatlice okunarak kodlar üretilmiş ve kavramlar belirlenmiştir (bkz. Tablo 2).

**Tablo 2.** Veri analizi sürecinde oluşturulmuş örnek kod listesi

	Kodlar		Kategoriler
Tespit	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Çözüm yolu</li> <li>• Hata/zorluk</li> <li>• Matematiksel konu/kavram</li> </ul>	Karşılaştırma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Benzerlik</li> <li>• Farklılık</li> <li>• Beklendik</li> <li>• Beklenmedik</li> </ul>
			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Farkına varma</li> <li>• Tahmin</li> <li>• Anlama ve yorumlama</li> </ul>
Değerlendirme	Kişisel	Karşılaştırma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Olumlu</li> <li>• Olumsuz</li> </ul>
			Gelişim/Değişim <ul style="list-style-type: none"> <li>• Var</li> <li>• Yok</li> </ul>
	Ortam (Faktörler)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Video</li> <li>• Çözüm Kâğıdı</li> </ul>	Gelişimde Rolü <ul style="list-style-type: none"> <li>• Olumlu</li> <li>• Olumsuz</li> <li>• Var</li> <li>• Yok</li> </ul>
			Öğrenci Çalışmaları



Tablo 2’de gösterilen “tespit” kodu “öğretmen adaylarının öğrencilerin çalışmalarını inceledikten sonra öğrencilerin çözümlerindeki tespitlerine yönelik açıklamaları” için kullanılmıştır. “Değerlendirme” kodu ise öğretmen adaylarının (i) öğrenci düşünceleri çalışması sürecinde ve sonucunda öğrenci düşünme şekillerine yönelik gelişim ve değişimleri ve (ii) öğrenci düşünme şekilleri bilgilerinin gelişiminde gerçek öğrenci çözümlerini ve video görüntülerini incelemenin rolü ile ilgili düşüncelerini almak için kullanılmıştır.

Düşünce raporu ve öz değerlendirme anketi gibi farklı kaynaklardan elde edilen veriler üzerinde yapılan kodlamalara örnekler Tablo 3’de gösterilmektedir. Burada veriler anlamlı bir bütün oluşturan paragraflar seçilerek verilmiştir.

**Tablo 3.** Düşünce raporu ve öz değerlendirme anketinden elde edilen verilerin kodlanması

Veri kaynağı	Veri	Kodlar	İlgili Kategori
Düşünce Raporu	Çözüm yolları hiçbir grubun aynı değildi. 1. grup benzerlikte, 2. grup açılı değerlerinden, 3. grup toplam alandan küçük üçgenlerin çıkarılması yöntemiyle, 4. grup paralel kenarın alanını iki kenar üzerinden farklı iki eşitlik yazıp bunu eşitlemek yöntemiyle, 5. grup ise değişik açılı değerlerini kullanıp paralelkenarın alanından tüm alana gitme yoluyla çözüme ulaşmıştı. Yukarıda da belirttiğim gibi bunların çoğu aklıma gelmeyen hatta gelemeyecek çözüm yöntemleriydi	Tespit Çözüm yolu	Farkına varma
		Değerlendirme Kişisel Karşılaştırma Beklenmedik	
Öz Değerlendirme Anketi	Öğrenci çözüm kâğıtları ve video kesitleri ile çalışmadan önce öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini tahmin etme düzeyim çok yüksek değildi. Çünkü ilk yaptığımız etkinlikle ilgili tahminlerimin çoğu tutmamıştı. Ancak diğer etkinliklerle ilgili öğrenci çözüm kâğıtları ve video kesitleri ile çalıştıktan sonra tahmin etme düzeyim yükseldi ve yaptığım tahminlerin büyük çoğunluğu öğrencilerin yaptıklarıyla uyum gösterdi.	Değerlendirme Karşılaştırma Olumlu Değişim var	Tahmin Etme

Tüm veri kaynaklarından elde edilen verilerin analizinde öğretmen adaylarının görüşlerine yönelik ortaya çıkan kavramlar arasındaki ilişkiler tespit edilerek aşağıdaki tema ve kategoriler çerçevesinde bulgular yorumlanmıştır:

### 1. Öğrenci Düşünme Şekilleri Bilgisi

- Öğrenci düşünme şekillerinin (örn; farklı çözüm yollarını, hata ve zorluklarının) farkına varma
- Öğrenci düşünme şekillerini tahmin etme
- Öğrenci düşünceleri anlama ve yorumlama

### 2. Öğrenci Çalışmalarının Rolü

Bu çalışmada farklı veri toplama yöntem ve kaynakları (düşünce raporu, görüşme, anket ve gözlem) kullanılarak sonuçların geçerliliği sağlanmıştır. Aynı zamanda veriler bu çalışmada yer alan iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanarak sınıflamalar karşılaştırılmış ve varsa aradaki farklar üzerinde tartışılarak çözümlenmiştir.

## 3. Bulgular

Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekilleri bilgilerindeki gelişimleri ve bu bilgilerindeki gelişimlerinde gerçek öğrenci çözümleri ve video görüntülerini incelemenin rolü ile ilgili düşünceleri olarak iki başlık altında sunulacaktır.

### 3.1. Öğrenci düşünme şekilleri bilgisi

Verilerin analizi, öğrenci düşünme şekilleri üzerinde çalışmanın, “öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine yönelik farkındalıklarının artması, tahmin etme, anlama ve yorumlama becerilerinin gelişmesi” yoluyla öğrenci düşünme şekilleri bilgilerine katkı sağladığını ortaya çıkarmıştır.

#### 3.1.1. Öğrencilerin düşünme şekillerinin farkına varma

Öğretmen adaylarının belirledikleri öğrenci çözüm yaklaşımları, zorlukları ve hataları Tablo 4’de özetlenmektedir. Tabloda görüldüğü gibi öğretmen adayları kendilerinin düşünmediği ve öğrencilerden de beklemediği birçok farklı çözümü fark etmişlerdir. Örneğin, birinci modelleme sorusunda öğrencilerin paralel kenarın alanını kullanarak ortaya koyduğu çözüm yolu öğretmen adaylarının birçoğu tarafından beklenmedik bir çözüm yaklaşımı olarak ifade edilmiştir.

*Dördüncü grup hiç tahmin etmediğim bir çözüm yolu kullanmıştı. Bir paralelkenarın alanını iki farklı kenarı üzerinden yazıp eşitlemişlerdi [ÖA7, Düşünce Raporu].*

Öğretmen adayları iki modelleme sorusunda (Caddede Park Yeri ve Zıplayan Top) öğrencilerin deneme-yanılma ile ortaya koydukları çözümleri öngöremedikleri bir çözüm yaklaşımı olarak belirtmişlerdir. Aşağıda verilen alıntı öğretmen adaylarının öğrencilerin soru çözümlerinde “deneme-yanılma yaklaşımını” kullanma eğilimine ve “karmaşık matematiksel işlemleri basitleştirme eğilimine” sahip olduklarına yönelik farkındalık kazandıklarını örneklemektedir.

*Öğrenciler deneme yanılma yöntemini kullanıyorlar. Artık öğrencilerin çözüm yaklaşımlarını düşünürken bunu da göz önüne alacağım. ... Virgüllü ifadeleri kullanmaktansa basit işlem yapabilecekleri sayılarla uğraşıyorlar. Mesela, 3. grubun yaptığı yuvarlamalar ya da 2. grup ve 1. grubun sadece 45/52’yi kontrol etmeleri, örneğin, 451/520’yi düşünmemeleri gibi [ÖA9, Görüşme]*

**Tablo 4.** Öğretmen adaylarının belirlediği beklenmedik öğrenci çözüm yaklaşımları (doğru/yanlış) ve hata ve zorlukları

Modelleme Soruları	Öğrencilerin Beklenmedik/Farklı Çözüm Yaklaşımları	Öğrencilerin Beklenmedik Hata ve Zorlukları
Caddede Park Yeri	<ul style="list-style-type: none"> <li>Paralel kenar ve üçgenin alanını kullanarak oluşturulan çözüm yaklaşımı</li> <li>Deneme-yanılma yöntemi ile trigonometrik değerleri bilinen bazı açıları (<math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>) deneyerek çözüm üretme</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Soruyu yanlış anlama/yorumlama:</i> Soruda verilen “güvenli park alanı uzunluğunu (4,8 m)” yanlış yorumlama</li> <li><i>Trigonometrik fonksiyonların kullanımında zorluk ve hata:</i> “Farklı sinüs değerlerini birbirine eşitleme “<math>\sin a = \sin b</math>, <math>a \neq b</math>”</li> </ul>
Zıplayan Top	<ul style="list-style-type: none"> <li>(Sistematik) deneme-yanılma yöntemini kullanarak çözüm yapma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Soruyu yanlış anlama/yorumlama:</i> Zıplama oranının sabit olması yerine, her zıplama da yüksekliği sabit azalıyor kabul etme</li> </ul>
Lunapark Treni	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tasarımlarını kareli kâğıt üzerinde ölçeklendirerek yapma (mesafe-yükseklik eğim ilişkisinde)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Soruyu yanlış anlama/yorumlama:</i> Soruda bahsedilen 100m’lik yatay uzunluğu tasarlayacakları demiryolu eğrisinin uzunluğu şeklinde yanlış yorumlama</li> <li><i>Türev ve eğim kavramı ile ilgili hata:</i> Eğrinin her noktasında eğiminin aynı olduğunu düşünme; eğrinin eğimini doğrunun eğimi gibi yorumlama</li> </ul>
Su Deposu	<ul style="list-style-type: none"> <li>Su deposunun yüksekliğini eşit aralıklara bölerek (birim yükseklik fikri) su miktarı-yükseklik grafiklerini çizmeye çalışma.</li> </ul>	--*--

\*Su deposu etkinliği için öğretmen adaylarının ifade ettiği beklenmedik hata ve zorluk bulunmamaktadır.

Diğer taraftan bazı öğretmen adayları bu araştırmada kullanılan soruların içerdiği “trigonometri, eğim, türev ve grafik yorumlama gibi” konularda öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hatalar ve karşılaştıkları zorluklar hakkında da farkındalıklarının arttığını ifade etmişlerdir.

*İlk başta ben böyle gönderdiğiniz videoları izlemeden önce kâğıtlara bakıyorum; ilk başta şu şekillere bakmıştım ve özellikle eğim algısı konusunda hiç bu kadar olacağını tahmin etmemiştim[...]bir eğri söz konusu olduğunda eğrinin her noktasındaki eğiminin aynı olduğunu düşüneneğini ben hiç düşünemezdim. Bunu görmek benim için çok iyiydi. Onun dışında şekillerden ziyade eğim algısı önemliydi benim için, burada nasıl çizmişlerden ziyade. Benim için en çok verimli geçenlerden bir tanesiydi. Türev çok önemli bir konu, öğretmen olarak bunları görmemiz güzel oldu [ÖA14, Görüşme].*

Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğretmen adayı üçüncü modelleme etkinliği olan Lunapark Treni’ne yönelik öğrenci çalışmalarının detaylı incelemesi sonunda daha önce hiç düşünmediği öğrencilerin eğim ve türev konusundaki algılarını ve yaşadığı zorlukları fark etmiş ve öğrenci çalışmalarını incelemeyi oldukça faydalı bulduğunu ifade etmiştir.

### 3.1.2. Öğrenci düşünme şekillerini tahmin etme

Öğrenci düşünme şekilleri çalışması sürecinde ve sonunda öğretmen adaylarının birçoğu öğrencilerin düşünme süreçlerini tahmin etme düzeylerine yönelik düşüncelerini belirtmiştir. Öğretmen adayları öğrencilerin düşünme şekillerini tahmin etmeye yönelik olarak öğrencilerin çözdüğü bir matematik problemi karşısında “öğrenciler ne tür çözüm yolları üretirler, nerelerde hata yaparlar veya zorlanırlar” gibi öğrencilerin düşünmelerine yönelik durumlara ilk zamanlara göre daha gerçekçi ve tutarlı tahminler yürütebildiklerini ifade etmişlerdir (bkz. Tablo 5). Örneğin, bir öğretmen adayı (Ö9) her ne kadar öğrenci düşüncelerini tahmin etmede hâlâ zorluklar yaşasa da öngörülerinde bir ilerleme olduğunu düşünmektedir.

*Üç haftadır öğrenci düşünme süreçlerini değerlendiriyoruz, hala her şeyi öngöremiyorum aklıma çok fazla şey gelmiyor öğrenci şöyle yapar, böyle yapar diye ama en azından başladığım konumda değişim diye düşünüyorum [ÖA9, Görüşme].*

Birkaç öğretmen adayı da öğrenci düşünme şekilleri çalışmasını yapmadan önceki durumlarına göre daha iyi tahminlerde bulunsalar bile hala yeni durumlarda zorlandıklarını ifade etmişlerdir (bkz. Tablo 5). Öğretmen adaylarından bazıları başlangıçta sadece kendi yaptıkları çözümler ve yaşadıkları zorluklar gibi kendi deneyimlerine bağlı tahminlerde bulunurken öğrenci düşünme şekilleri çalışması boyunca öğrencilerin çözüm yaklaşımlarına öğrencilerin bakış açısı ile bakabilmeye başladıklarını belirtmişlerdir.

**Tablo 5.** Öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünme şekillerine yönelik tahminleri

		<b>Öğrenci Düşünme Şekilleri Çalışması Süreci (Düşünce Raporları- Görüşmeler)</b>		<b>Öğrenci Düşünme Şekilleri Çalışmasından Sonra (Öz Değerlendirme)</b>	
Modelleme Soruları	Benzerlik	Farklılık		Olumlu Değişim	Değişim sınırlı/yok
Caddede Park Yeri	Tutarlı fakat sınırlı tahminler: Tahmin ettikleri çözüm yaklaşımı, hata ve zorlukların çoğunu öğrenci çözümlerinde gözleme ÖA13, ÖA7	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tutarsız Tahmin: Tahmin ettikleri çözüm yaklaşımı, hata ve zorlukları öğrencilerde gözlemleme ÖA20,ÖA11,ÖA12;ÖA24;ÖA9</li> <li>Sınırlı Tahmin: Tahminlerinin dışında, farklı çözüm, hata ve zorluk gözleme ÖA2, ÖA7,ÖA19, ÖA25, ÖA18, ÖA8, ÖA5, ÖA10, ÖA13, ÖA14, ÖA17, ÖA22</li> <li>Kendi Çözümleri, Hata ve zorlukları ile Tahmin: ÖA3</li> </ul>	Tutarlı Tahmin: ÖA2, ÖA5, ÖA11, ÖA12, ÖA13, ÖA14, ÖA15; ÖA16, ÖA22, ÖA23, ÖA24	Çok fark yok- Tahmin etmekte zorlanıyorum: ÖA1, ÖA4, ÖA17	Fark yok: ÖA18, ÖA19, ÖA20
Zıplayan Top	Tutarlı tahminler: ÖA11	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tutarsız Tahmin: ÖA12, ÖA17, ÖA10, ÖA20, ÖA24</li> <li>Sınırlı Tahmin: ÖA1, ÖA2, ÖA7, ÖA8, ÖA14, ÖA17, ÖA16, ÖA3</li> <li>Kendi Çözümleri, Hata ve zorlukları ile Tahmin: ÖA3</li> </ul>	Tahminde Çeşitlilik: ÖA2, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA14, ÖA15, ÖA16		
Lunapark Treni	Tutarlı fakat sınırlı tahminler: ÖA5,ÖA7,ÖA8, ÖA13,ÖA15	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tutarsız Tahmin: ÖA7</li> <li>Sınırlı Tahmin: ÖA1, ÖA5, ÖA8, ÖA9, ÖA14, ÖA7</li> </ul>	Öğrenci bakış açısından düşünme: ÖA3, ÖA6		
Su Deposu	Tutarlı fakat sınırlı tahminler: ÖA13, ÖA11, ÖA15, ÖA7;	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tutarsız Tahmin: ÖA3, ÖA23</li> </ul>			

\*Örneğin, ÖA7, yedi numara olarak kodlanmış öğretmen adaydır.

Öğretmen adaylarına göre başlangıçta tahminlerinin kapsamı dar ve kısıtlı olmuş ancak süreç içinde tahminlerinin çeşitliliği artmıştır. Aşağıdaki alıntıda bir öğretmen adayının öğrenci düşünme şekillerini tahmin etme düzeyinin değişimine yönelik değerlendirmesi sunulmuştur.

*İlk başta, öğrenci çözüm kâğıtlarını ve video kesitlerini incelemeye başlamadan önce, öğrencinin bizim yaptığımız hataları yapacağını ve bizim zorlandığımız yerlerde zorlanacağını düşünmüştüm. Ancak gördüm ki, her şeyden önce öğrenci soruyu anlamayabilir ve soruyu çözebilecek yeterliliğe sahip olsa bile çözüm sonucu bu yüzden yanlış olabilir [ÖA3, Öz değerlendirme anketi].*

Bu öğretmen adayı başlangıçta kendi düşünme sürecinden daha öte tahminde bulunamadığını söylerken, öğrenci düşünme süreçlerini incelerken bu tür tahminlerinin öğrencilerin gözlenen düşünme süreçleri ile çok tutarlı olmadığını gördüğünü ve öğrencilerin farklı zorlukları olabileceğini belirtmiştir.

### 3.1.3. Öğrenci düşünme şekillerini anlama ve yorumlama

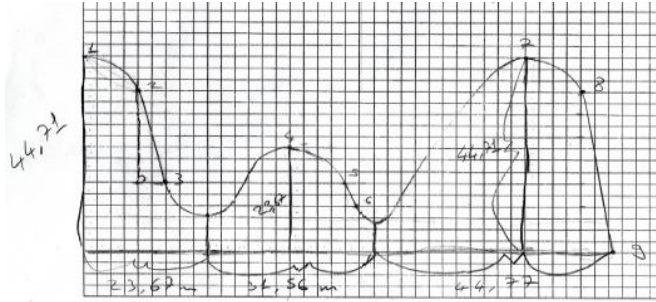
Öğrenci düşünme şekilleri çalışması sonunda öz değerlendirme anketinde, öğretmen adaylarının birçoğu öğrencilerin düşünme şekillerini anlama ve yorumlama becerilerinin arttığına yönelik görüşler belirtmiştir (bkz. Tablo 6). Öğretmen adayları henüz öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine yönelik çalışma yapmadıkları için, çalışmanın başlangıcında öğrencilerin çözüm yaklaşımlarını anlamakta ve yorumlamakta zorlandıklarını, öğrencilerin çözüm süreçlerini göz ardı ederek sadece sonuca göre değerlendirdiklerini bildirmişlerdir. Fakat çalışma boyunca öğrencilerin çözüm süreçlerine dikkat ederek, kendilerini o öğrencilerin yerine koyarak, öğrencilerin yazdıklarını ve söylediklerini değerlendirip daha iyi anladıklarını ve öğrenci çalışmalarında yer alan öğrenci düşünme süreçlerini daha kolay yorumladıklarını ifade etmişlerdir. Aşağıdaki alıntıda bir öğretmen adayı öğrenci çözüm yaklaşımlarını sonuç odaklı bir değerlendirmeden ziyade süreç odaklı yorumlanması gerekliliğini ifade etmektedir.

*Öncesinde sadece sonuç odaklı bir düşünme sürecini anlama durumu varken, daha sonra gidilen adımlar, soruya yaklaşım tarzı ve kullanılan matematiksel kavramlar, yapılan hata ve karşılaşılan zorluklar gibi birçok noktaya dikkat etmeye başladım. Aslında önemli olanın sadece doğru sonuç değil de, gidilen yol ve düşünülen çözüm yaklaşımı olduğunu görebildim [ÖA8, Öz Değerlendirme Anketi].*

Başka bir öğretmen adayının öğrencilerin düşünme sürecini anlama ve yorumlamaları ile ilgili görüşü aşağıdaki gibidir.

*Bu tür etkinliklerin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlama ve yorumlamamda pozitif etki yarattığını düşünüyorum. Çünkü ilk başlarda örneğin bir öğrenci çözüm kâğıdını incelediğimde; herhalde öğrenci burada kafasından sallamıştır dediğim noktalarda bir şifre veya daha iyi açıklamak istersem çok zor akla gelebilecek bir yöntem kullandığını fark ettim. Örneğin (aşağıdaki öğrenci çözümüne ait şekilden söz ediyor) hız treni etkinliğinde ölçeklendirme yapan öğrencinin kâğıdına baktığımızda kafasına göre şekil çizip sayılar türettiğini düşünebilirdim. Fakat daha*

dikkatli baktığımda kareli kâğıttaki kareleri sayarak orantılı bir biçimde hız treni yaylarını oluşturduğunu gördüm [ÖA16, Öz Değerlendirme Anketi ].



Şekil 1. Lunapark Treni modelleme sorusuna ait öğrenci çözümü

Bu alıntıda görüldüğü gibi öğretmen adayı öğrenci düşünme şekilleri ile ilgili çalışmanın başında öğrencilerin çözümlerinde anlamadığı yerlerde onların hayal gücüne dayalı ve temelsiz olarak yaklaştıklarını düşündüğünü belirtmiştir. Fakat öğrenci çalışmalarını inceledikçe çözümlerini daha iyi anlayarak doğru ve farklı bir matematiksel yaklaşım kullandığını fark ettiğini ifade etmiştir.

**Tablo 6.** Öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerini/süreçlerini anlama ve yorumlamalarına yönelik öz değerlendirmeleri

Değişiklik Var	Kararsız	Yeterli Düzeyde Değil	Değişiklik Yok
Öğrenci çözüm süreçlerindeki detayları anlama ve yorumlama: ÖA1, ÖA11, ÖA12, ÖA15, ÖA16, ÖA2, ÖA24, ÖA7, ÖA9, ÖA25, ÖA22, ÖA19 Sonuç odaklı yorumlamadan-süreç odaklı yorumlama: ÖA21, ÖA5, ÖA8, ÖA6 Öğrencinin bakış açısıyla yorumlama: ÖA14	Karşılaştırma yapamıyorum: ÖA13	Çok değişiklik olmadı; ama ders kapsamındaki bu tür uygulamalar devam ettikçe anlama ve yorumlama becerimizin gelişeceğini düşünüyorum: ÖA18	ÖA20 ÖA23 ÖA17

### 3.2. Öğrenci Çalışmalarını İncelemenin Rolü

Öğretmen adaylarının birçoğu çözüm kâğıtlarında özellikle problemi çözerken öğrencilerin çizdikleri şekilleri görmenin öğrencilerin çözüm süreçlerini anlamakta yararlı olduğunu ifade ettiler. Diğer taraftan aşağıdaki alıntıda örneklendirildiği gibi, bazı

öğretmen adayları bazı öğrenci çözüm kâğıtlarının birçok karmaşık işlem içerdiğinden dolayı öğrenci düşüncelerini anlamada zorluk oluşturabildiğini belirtmişlerdir.

*Öğrenci çözüm kâğıtları yapılan işlem basamaklarını göstermesi yönüyle öğrencinin düşünme sürecini anlamama neden oldu. Aynı şekilde faydalanılan şekiller ve şekil üzerinde uzunluklara, açılara verilen isimler öğrencilerin nasıl düşündüğünü neyi nereden yazdığını anlamam adına bana büyük kolaylık sağladı. Yine çözüm kâğıtlarında kullandıkları yazılı ifadeler düşünceleri hakkında genel bir fikir edinmemi sağladı. Fakat çözüm aşamasında kullanılan çalışma kâğıtları oldukça karmaşık ve dağınık geldi [ÖA7, Düşünce raporu].*

Bununla birlikte, videolarda öğrencilerin bu çizimleri nasıl ve neden oluşturduğunu izlemenin ve öğrencilerin kendi ağızlarından açıklamalarını ve tartışmalarını dinlemenin öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamalarında etkili olduğunu ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adayları video görüntülerinden öğrencilerin çözüm esnasında ortaya çıkan tüm düşüncelerini, zorluklarını, çelişkilerini ve bu çelişiklere yönelik ürettikleri çözümleri izleyip analiz edebildiklerini belirtmişlerdir. Aşağıdaki alıntı öğretmen adaylarının bu duruma yönelik düşüncelerini örneklemektedir.

*3. ve 1. grubun çözüm kâğıtlarını incelediğimde çözümleri anlamakta zorlandım. Öğrenci videoları, öğrencilerin ne yapmak istediği ve nerelerde hata yaptığını anlamamda bana yardımcı oldu. Öğrencinin çözüm sürecinde neler yaşadığını neler yaptığını birebir, sözlü bir şekilde ifade etmesi onu anlamamı daha da kolaylaştırdı. Öğrenci çözüm kâğıtları bana ilk başta karışık göründü. Dikkatimi yoğunlaştırdıkça öğrencinin ne yapmak istediğini daha iyi anladım. İşlemlerin sıralanışı ve çizilen şekiller bakımından öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamama yardımcı oldu [ÖA25, Düşünce raporu].*

Öte yandan, öğretmen adayları öğrenci çözüm kâğıtları ile video görüntülerinin eş zamanlı kullanılmasının öğrenci düşünme şekillerini daha doğru anlama ve yorumlama açısından gerekliliğini dile getirmiştir. Yani öğretmen adayları öğrencilerin soruyu çözdükleri ve çözüm yollarını açıkladıkları video görüntülerini izlemelerinin çözüm kâğıtlarını anlamalarına yardımcı olduğunu ve bu şekilde öğrenci neden bu şekilleri çizmiş? “neden bu matematiksel kavramı kullanmış?” veya “neden bu matematiksel işlemleri yapmış?” sorularının cevaplarını bularak öğrencilerin nasıl düşündüklerini anlayabildiklerini ifade etmişlerdir. Aşağıdaki alıntıda örneklendirildiği gibi, birçok öğretmen adayı öğrencilerin modelleme etkinliği üzerinde çalışırken sergiledikleri davranışlarını ve konuşmalarını öğrenci çözüm kâğıtlarıyla birlikte incelediklerinde öğrencilerin süreçteki matematiksel düşüncelerinin neden ve nasıl ortaya çıktığını daha iyi yorumlayabildiklerini ifade etmişlerdir.

*Çözüm kâğıtları ve videolar bence bir bütün olarak ele alındığında daha verimli olabilir. Çünkü öğrenciler çözüm sürecinde yaptıkları ve buldukları çoğu şeyi çözüm kâğıtlarına yansıtamamışlar. Bu yüzden o noktada bir eksiklik oluyor. Bunun giderilmesi için çözüm videoları gerekli. Yine çözüm kâğıtlarını öğrenciler sunduklarında anlaşılamayan veya eksik olan şeyler daha net anlaşıldı. Mesela 1.*



*Grubun sunumunda öğrenci tahtaya şekli tekrardan çizdi ve bu şekil çözüm kâğıtlarındaki şekilden daha farklı ve daha açıklayıcı idi. Tam olarak ne yaptıklarını o zaman anlayabildim [ÖA8, Düşünce raporu].*

#### 4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Öğretmen adaylarının söylemlerinin analizi öncelikle öğrenci düşünme şekilleri üzerinde çalışırken öğretmen adaylarının bu konudaki eksikliklerini fark ettiklerini ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adayları ders kapsamında uğraştıkları modelleme problemlerinin çözümünde öğrencilerin nasıl düşünebileceğine yönelik tahminde bulunurken veya nasıl düşünmüş olduğunu anlamaya ve yorumlamaya çalışırken, düşüncelerinin çoğunlukla kendi çözüm süreçleri ile sınırlı olduğunu ve bir lise öğrencisi gözünden farklı fikirler üretmediklerini ifade etmişlerdir. Bu durum alan yazında yapılan çalışmaları da destekleyerek (örneğin; Bergqvist, 2005; Kılıç, 2011; Şen-Zeytun, Çetinkaya & Erbaş, 2010; Tirosh, 2000) bu çalışmada yer alan öğretmen adaylarının özellikle öğrenci düşünme şekillerine yönelik pedagojik alan bilgilerinin zayıf olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının “belirli bir matematiksel konuda zorlukları, hataları, kavram yanılgıları veya bir matematik problemine üretebilecekleri çözüm yaklaşımları” gibi öğrenci düşüncelerini gözlemleyecekleri ve analiz edip değerlendirebilecekleri fırsatları olmadığından bu beklenmedik bir durum da değildir.

Bu çalışmada alanyazında yapılan diğer çalışmalardan farklı olarak, öğretmen adayları öğrenci düşünme şekillerine yönelik kendi gelişim süreçlerini inceleyerek gelişimlerini kendi bakış açılarından değerlendirmiştir. Çalışmanın bulguları gerçek öğrenci çalışmaları ile çalışmanın öğretmen adaylarının kendi bakış açılarından öğrenci düşünme şekilleri bilgilerinin gelişimine “öğrenci düşünme şekillerinin farkına varma, öğrenci düşünme şekillerini tahmin etme, anlama ve yorumlama” olarak üç boyutta katkı sağladığını ortaya çıkarmıştır. Bu bulgular alanyazında yer alan gerçek sınıf ortamından alınmış öğrenci çalışmalarının incelenmesinin öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerini tahmin etme, dinleme, anlamaya ve yorumlama yönelik bilgilerinin gelişimine katkı sağlayacağı düşüncesini destekler niteliktedir (Ball, 1997; Ball & Cohen, 1999; Lampert & Ball, 1998; Masingila & Doerr, 2002; Smith, 2001). Aynı zamanda çalışmanın bulguları bu gelişimlerinde öğretmen adaylarının gerçek öğrenci çözümlerini ve video görüntülerini incelemenin rolünün olumlu olduğu yönündeki fikirlerini ortaya çıkarmıştır. Diğer bir deyişle öğretmen adayları çözüm kâğıtlarında gözlemledikleri öğrenci düşünme şekillerini, öğrenciler o çözümleri üretirken nasıl bu yaklaşımlara ulaştıklarını görerek ve dinleyerek daha iyi anlama fırsatı bulmuşlardır. Yazılı ve işitsel-görsel ürünler öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerini inceleme sürecinde bütünlüyci bir rol oynamıştır.

Öğretmen adayları, öğrenci çözüm kâğıtları ve video görüntüleri yardımıyla öğrenci düşünme şekillerini inceleyip derinlemesine tartıştıkları bir öğrenme ortamında yer almışlardır. Ball’ın (1997) ifade ettiği gibi gerçek sınıf ortamından elde edilen uygulamaya dayalı eğitim materyalleri öğrencilerin yapılandırılmamış ve yorumlanmamış bilgilerini içermekte olup, öğretmen adayları için “öğrencilerin ne bildiğini veya bilmediğini” gösteren somut materyaller olmuştur. Bu çalışmada kullanılan materyaller de öğretmen adaylarının “öğrenciler neleri biliyor, neleri bilmiyor, nasıl çözüm yaklaşımları

üretiyorlar veya nerelerde zorlanıyorlar” gibi konular üzerinde farkındalıklarının artmasına ve bu düşünceleri yorumlamaya başlamalarına yardımcı olmuştur.

Bununla birlikte, öğrencilerin gerçek çalışmalarını incelemenin öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerini yorumlama ile ilgili bilgi ve becerilerinin gelişiminde tek başına yeterli olduğunu söylemek zordur. Gerçek öğrenci çalışmalarının öğretmen adaylarına nasıl bir öğrenme ortamı içinde sunulduğu önem arz etmektedir. Örneğin, bu çalışma kapsamında tasarlanan derste “matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanılması, öğretmen adaylarının etkinlikleri öğrenci gibi çözmesi, hem modelleme etkinliklerini çözmeye sürecinde hem de öğrenci düşünme şekillerini incelerken grup çalışması yapılması” öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekilleri ile ilgili bilgilerinin gelişimini desteklediği düşünülebilir. Bununla birlikte, bu çalışma kapsamında sadece öğretmen adaylarının gerçek öğrenci çalışmaları yani öğrenci düşünme süreçlerini içeren öğrenci çözüm kâğıtları ve video görüntüleri ile ilgili görüşlerine odaklanılmıştır. Diğer faktörlerin öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekilleri bilgisinin gelişimine nasıl bir etkisi olduğu yapılacak yeni çalışmalarda detaylı olarak araştırılabilir.

Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini inceledikleri bir öğrenme ortamının onların pedagojik alan bilgilerinin öğrenci düşünme şekilleri bilgisi bileşenindeki gelişimine katkı sağladığını düşündüklerini ortaya koymaktadır. Öğretmen adaylarının onlar için tasarlanan bir öğretim ortamının kendilerine hangi açılardan katkı sağladığını veya sağlamadığını değerlendirmeleri ve kendi bilgilerine yönelik gelişimlerini ifade etmeleri matematik öğretmen eğitimcilerine öğretmen adaylarının ihtiyaçlarına cevap verebilmek için daha etkili öğrenme ortamları sağlama açısından fikir vereceğini düşünüyoruz. Bu çalışmanın bulgularına dayanarak, öğrenci çalışma kâğıtları ve bu çalışma kâğıtlarının oluşturulması sırasındaki video görüntülerinin birbirlerini tamamlayıcı olarak öğretmen eğitiminde kullanılmasının faydalı olabileceği görülmüştür. Bu sebeple öğretmen eğitimcilerinin, öğretmen adaylarının gelişimini desteklemesi açısından uygulamaya dayalı öğretim materyallerinin kullanımına yer vermelerinin önemli ve gerekli olduğunu düşünüyoruz.

## **Pre-service Mathematics Teachers' Views regarding the Role of Examining Students' Work in Understanding Students' Ways of Thinking**

### **Extended Abstract**

Knowledge of students' ways of thinking is an important dimension of pedagogical content knowledge. However, various studies investigating in-service and pre-service mathematics teachers' knowledge of students' ways of thinking have shown that they had difficulty in predicting, understanding, and interpreting students' ways of thinking (e.g., Bergqvist, 2005; Kılıç, 2011; Tirosh, 2000). Teachers should have opportunities to develop such knowledge before they start teaching. Teacher education courses often fall short on the development of pre-service teachers' knowledge of student thinking. One of the possible ways to improve teacher knowledge of student thinking is to use actual samples of students' work and homework, videotapes of classroom lessons, curriculum materials or teachers' notes taken from real classroom settings. These materials could provide opportunities for pre-service teachers to observe and study children's thinking about mathematics (Ball & Cohen, 1999; Smith, 2001; Sowder, 2007). On the other hand, a teacher education approach based on models and modeling perspective (MMP) highlights that, for teachers and researchers, mathematical modeling tasks would be valuable tools for understanding students' ways of thinking (i.e., models).

The purpose of this study was to investigate pre-service secondary mathematics teachers' views regarding the role of examining students' work in understanding their ways of thinking.

A qualitative research design was utilized in this study. The participants were twenty-five pre-service mathematics teachers enrolled in an undergraduate methods course. They were in their third ( $n = 16$ ), fourth ( $n = 7$ ), or fifth ( $n = 2$ ) years in the program. The pre-service teachers were provided with a learning environment where they had worked on samples of authentic student materials. More specifically, pre-service teachers worked on students' ways of thinking through students' solution papers and video records produced from classroom implementations of modeling tasks as part of a three-year research project carried out by the researchers. Students' solution papers included final solutions along with the scratch papers generated while the students worked towards a solution. Moreover, video records showcased issues of students' explanations and discussions of their solutions, their confusions about the problems being discussed, and their interaction with the teacher during the solution process. During data collection, the pre-service teachers first worked on modeling tasks. They then analyzed and discussed actual student solutions produced on the same task by using students' solution papers and video episodes. The study lasted eight weeks. The data were collected through pre-service teachers' reflection papers, individual interviews, and a self-evaluation questionnaire.

The analysis of the data was conducted through open coding. An inductive approach was followed in analysing the data. In accordance with the aim of the study, the data were read

through several times, the codes were generated, the patterns were identified, the themes were created, and then the results were drawn. In order to ensure validity of the research, the data from different data sources were coded by two of the researchers independently. The researchers held regular meetings to discuss the codes and reached an agreement. Moreover, the data were triangulated with various data sources.

The analyses of data initially revealed that the pre-service mathematics teachers in this study had difficulty understanding and interpreting about students' ways of thinking. This finding is in line with similar other studies (e.g., Kılıç, 2011; Şen-Zeytun, Çetinkaya & Erbaş, 2010; Tirosh, 2000). However, this study focused on pre-service mathematics teachers' views regarding the development of their knowledge of students' ways of thinking. The findings showed that the pre-service mathematics teachers thought that an examination of students' solution papers and video episodes helped them not only to develop an awareness of students' ways of thinking but also to predict, understand, and interpret students' thinking. The pre-service mathematics teachers' reflections showed that as they gained experience while investigating students' work, they started to recognize that students might produce various valid solutions and had common mathematical difficulties which were unpredictable for them before. For example, the pre-service teachers expressed that they were able to notice students' common difficulties regarding the slope and derivative concepts. Thus, the data revealed that the pre-service teachers thought examination of student solution papers was useful in order for them to learn about students' ways of thinking. Furthermore, video episodes enabled them to examine students' ways of thinking in more detail. For example, pre-service teachers mentioned that while they were watching the video episodes, they had the opportunity to hear student talks, to observe their actions, and to understand their thoughts. They also stated that the video episodes enabled them to observe students' interaction in small group works and to witness their emerging mathematical ideas, questions, conflicts, and resolutions while they were reaching consensus to produce a solution for a modeling task. Thus, the pre-service teachers thought that video episodes and student solution papers complemented each other to foster their knowledge of students' ways of thinking.

The findings of this study suggest that mathematics teacher educators might consider using student' actual work derived from real classroom settings to both develop and support the development of pre-service mathematics teachers' pedagogical content knowledge.

### **Kaynaklar/References**

Ball, D. L. (1997). What do students know? Facing challenges of distance, context, and desire in trying to hear children. In B. Biddle, T. Good & I. Goodson (Eds.), *International handbook on teachers and teaching* (Vol. 2, pp. 679–718). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Press.

---

- Ball, D., & Cohen, D. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes and L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco: Jossey Bass.
- Bergqvist, T. (2005). How students verify conjectures: Teachers' expectations. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 171-191.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C. P., & Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.
- Crespo, S. (2000). Seeing more than right and wrong answers: Prospective teachers' interpretations of students' mathematical work. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 155-181.
- Doerr, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 3-24.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2004). Learning through interacting with students' ways of thinking. In I. Putt, R. Faragher, & M. McLean (Eds.), *Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010* (pp. 215-222). Townsville, Queensland: James Cook University.
- Doerr, H. M., & Lesh, R. (2003). A modeling perspective on teacher development. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 125-140). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- English, L. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modeling perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 225-248.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C. ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar [Mathematical modeling in mathematics education: Basic concepts and different approaches]. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri-Educational Sciences: Theory and Practice*, 14(4), 1607-1627.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, NY: Teachers College Press.
- Fennema, E., Franke, M. L., Carpenter, T. P., & Carey, D. A. (1993). Using children's mathematical knowledge in instruction. *American Educational Research Journal*, 30(3), 555-583.
- Hadjidemetriou, C., & Williams, J. (2002). Teachers' pedagogical content knowledge: Graphs from a cognitivist to a situated perspective. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 57-64). Norwich, UK.
- Kılıç, H. (2011). Preservice secondary mathematics teachers' knowledge of students. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 2(2), 17-35.
- Lampert, M., & Ball, D. L. (1998). *Teaching, multimedia, and mathematics: Investigations of real practice*. New York, NY: Teachers College Press.

- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3–33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *The handbook of research on mathematics teaching and learning* (2nd ed., pp. 763–804). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Charlotte, NC: Information Age Publishing (joint publication).
- Masingila, J. O., & Doerr, H. M. (2002). Understanding pre-service teachers' emerging practices through their analyses of multimedia case study of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 235–263.
- Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000). Teachers' and researchers' beliefs about the development of algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 168–190.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3–32). New York, NY: Springer.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5–25.
- Santagata, R., & Yeh, C. (2014). Learning to teach mathematics and to analyze teaching effectiveness: Evidence from a video-and practice-based approach. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(6), 491–514.
- Schorr, R. Y., & Lesh, R. (2003). A modeling approach for providing teacher development. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 159–174). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Sherin, M. G., & Han, S. Y. (2004). Teacher learning in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 20(2), 163–183.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Smith, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 157–223). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Şen-Zeytun, A., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2010). Mathematics teachers' covariational reasoning levels and their predictions about students' covariational reasoning abilities. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(3), 1573–1612.
- Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276.
- Wilson, P. H., Lee, H. S., & Hollebrands, K. (2011). Understanding prospective mathematics teachers' processes for making sense of students' work with technology. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(1), 39–64.
-

**Kaynak Gösterme**

Didiş, M. G., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E. ve Alacacı, C. (2015). Öğrenci çalışmalarını incelemenin öğrenci düşünme şekillerini anlamadaki rolü ile ilgili matematik öğretmen adaylarının düşünceleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(2), 139-162.

**Citation Information**

Didiş, M. G., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E. & Alacacı, C. (2015). Pre-service mathematics teachers' views regarding the role of examining students' work in understanding students' ways of thinking. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(2), 139-162.

**Ek: Çalışmada kullanılan modelleme soruları**

Modelleme Sorusu	Sorunun Bağlamı	İlgili Konu/ Kavramlar
Caddede Park Yeri	İki yönlü bir yolun kenarında evlerin önünde bulunan yolun 150 metrelik kısmına araba park yeri tasarlanmak isteniyor. Soru da yolun toplam genişliği, şerit çizgisi dahil park alanın genişliğinin ve güvenli park alanının boyutları ve park yeri tasarımı için bazı temel şartlar verilerek, öğrencilerden yolun bu 150 metrelik kısmına yola taşmamak şartıyla en fazla sayıda araç park edilebilecek şekilde paralel mi veya açılı mı bir park yeri tasarlayabilecekleri soruluyor.	Trigonometri, trigonometrik ilişkiler, geometri (üçgenler)
Zıplayan Top	Bir firmanın ARGE birimi çalışanları, esnekliğini test etmek için yeni geliştirdikleri bir topu, 52 metre yüksekliğindeki bir binanın çatısından aşağı doğru bırakıyor. Binanın bir katında gözlem yapan bir görevli de topun, yerden 15 metre yüksek olarak belirlenen gözlem seviyesinden 17 kez geçtiğini rapor ediyor. Öğrencilerin topun düz bir zemine çarparak her zıplayışta bir önceki yüksekliğinin belli ve sabit bir oranına ulaştığını varsayarak ve verilen verileri kullanarak test edilen topun zıplama oranının ne olabileceğini bulması isteniyor.	Üstel fonksiyonlar, eşitsizlikler
Lunapark Treni	Bir eğlence parkında yer alması düşünülen lunapark tren yolunun mesafeye göre yüksekliğini içeren tasarlanmak isteniyor. Öğrenciler bu eğimli demiryolunun sadece inişleri ve çıkışları olan, virajı olmayan, başlangıç noktasının yüksekliği 6 metre bitiş yüksekliği 9 metre olan 100 metre mesafelik bir bölümünü tasarlayacaktır. Tasarımda öğrencilerden beklenen temel kriterler: heyecan yaratması fakat aynı zamanda güvenli olmasıdır ve güvenlik kurallarına göre, yolun eğiminin mutlak değeri 5,67 den fazla olmamasıdır.	Eğim, türev, fonksiyon grafikleri, eğri analizi

---

**Ek 1'in devamı**

---

**Su Deposu**

Dört farklı su deposu verilerek öğrencilerden bu su depoları doldurulurken (her bir depo için) depoda biriken suyun hacmine bağlı olarak su yüksekliğini gösteren grafikleri yaklaşık olarak çizmeleri ve herhangi bir Őekle sahip bir su deposu için su miktarına bağlı olarak suyun yüksekliğini gösteren grafiğin nasıl çizileceğini açıklayan bir yönerge hazırlamaları isteniyor.

Fonksiyon grafikleri,  
türev

---