

Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Devirli Ondalık Gösterimle İlgili Kavram Yanılgıları¹

Adnan Baki²

Funda Aydın Güç³

Özet

Bu çalışmanın amacı, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanılgılarını belirlemektir. Çalışmanın amacı doğrultusunda kavram yanılgısı türleri göz önüne alınarak devirli ondalık gösterim ilgili olası kavram yanılgılarına yönelik açık uçlu sorular içeren “*Devirli Ondalık Gösterim Tanı Testi*” hazırlanmış ve dokuzuncu sınıfta okuyan kırk öğrenciye uygulanmıştır. Öğrencilerden alınan yanıtlar detaylı olarak incelenerek öğrencilerin kavram yanılgıları aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılama kategorilerine göre irdelenmiştir. Öğrenciler rasyonel sayılar alt öğrenme alanının bir parçası olan "devirli ondalık gösterim" ile ilgili 6, 7, 8 ve 9. sınıflarda deneyim yaşamaktadırlar. Buna rağmen, bu çalışmanın bulguları öğrencilerin dokuzuncu sınıfta bile bu konu hakkında yaygın kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermektedir. Sonuçlar, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık sayılarla ilgili aşırı genelleme, yanlış tecrübe ve kısıtlı algılama türlerinde kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Ondalık sayılar, devirli ondalık gösterim, kavram yanılgısı

Abstract

The aim of this study is to identify misconceptions of nine grade students on the topic of repeating decimal numbers. Data were obtained from forty students through “Diagnostic Test of Repeating Decimal Numbers” including open-ended questions. Questions were prepared according to the classification of misconceptions as overgeneralization, overspecialization, mistranslation and limited conception. As a part of rational numbers unit the topic of “representation of repeating decimals” is introduced at 6, 7, 8 and 9 grades in our schools. In spite of this, findings of this study illustrate that even nine grade students still have some common misconceptions about this topic. Findings illustrated that most students’ misconceptions were based on overgeneralization. In addition to this students also shared the other categories of misconceptions as well.

Key Words: Decimals, repeating decimals, misconceptions

¹Bu çalışmanın bir bölümü 1.Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu’nda sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

²Prof. Dr., Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, OFMAE Matematik Eğitimi, abaki@ktu.edu.tr

³Arş. Gör., Giresun Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, fundaydin05@gmail.com

1. Giriş

Matematik dersinde somut ve soyut kavramlar soyut olarak zihinlerde oluşur. Bu nedenle de öğrencilere zor gelen derslerin başında gelmektedir. Bütün dünyada olduğu gibi ülkemizde de matematik öğretiminde öğretmen ve öğrencilerin karşılaştığı birtakım zorluklar ve sahip oldukları öğrenmeyi zorlaştıran bazı kavram yanılgıları vardır. Yani çeşitli öğrenmeler sonucu öğrencilerin matematikte öğrenmiş oldukları ve zihinde soyutlaştırdıkları kavramlara yüklemiş oldukları anlamlar, kavramın bilimsel anlamıyla her zaman örtüşmeyebilmektedir. Bu durum ise kavram yanılgısı olarak adlandırılmaktadır. Özellikle matematik için, kavram yanılgısı, çoğunlukla öğrencinin önceki öğrenmelerinden kaynaklanmış, şu anda bilimsel olarak kabul gören görüşlerden farklı kavrayış, sistematik olarak hata üreten öğrenci kavrayışı anlamındadır (Smith, diSessa & Roschelle, 1993). Başka bir deyişle kavram yanılgısı basit bir hata olmaktan ziyade öğrencileri sistematik hatalar yapmaya teşvik eden algı biçimidir (Zembat, 2008). Bu tanımlardan da anlaşılacağı gibi kavram yanılgısı basit bir hata değil sistematik hatanın tekrarlanmasına neden olan yanlış bir kavramdır. Bu sebeple öğrencilerin bir konu ile ilgili mevcut kavram yanılgılarının yeni bilgilerin öğrenimini olumsuz yönde etkileceği ve sıkıntılara neden olacağı (Baki ve Bell, 1997; Baki, 2008) söylenebilir. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel bir kavram ile ilgili yanılgılarını değiştirmek ve matematik öğretiminin öğrenci anlamalarına göre yeniden düzenlenmesi için ön bilgilerinin tespit edilmesi gerekmektedir. Eğer bu kavram yanılgıları teşhis edilerek öğrencilere gerekli dönütler verilmezse, öğrencilerin yanlış anlamaları sistem içerisinde ortaya çıkmayabilir ve öğrenciler de yanlışlarını düzeltme fırsatı bulamayabilir (Baki, 2008). Bu nedenle değerlendirme çalışmaları öğrencilerin başarısızlıklarına odaklanan ölçme işlemlerinden daha çok öğrencilerin eksikliklerini ve yanlış anlamalarını belirleyici nitelikteki tanı koyucu ölçme işlemleri dikkate alınarak yapılmalıdır (Baki, 2008).

Literatür incelendiğinde öğrencilerin birçok matematiksel kavram ile ilgili yanılgıları belirleme ve bunları giderme üzerine çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmada ise özel olarak ondalık sayılar ele alınacaktır.

1.1. Ondalık Sayılar ile İlgili Kavram Yanılgıları

Matematik öğretiminde önemli bir yere sahip rasyonel sayılar alt öğrenme alanı, öğrencilerin birçok kavram yanılgısına sahip olduğu konuların başında gelmektedir. Rasyonel sayılar ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde genellikle rasyonel (Bulgar, 2003; Stafylidou & Vosniadou, 2004; Soylu ve Soylu, 2005) ve ondalık gösterimler (Moloney & Stacey, 1996, 1997; Baki ve Bell, 1997; Steinle & Stacey, 1998; Yılmaz, 2007; Weller, Arnon & Dubinsky, 2009; Burroughs & Yopp, 2010; Brijlall vd., 2011) ile ilgili kavram yanılgıları olmak üzere iki odak nokta dikkat çekmektedir. Her iki odak noktadan sadece birini ele alan çalışmaların yanında rasyonel ve ondalık gösterimler arasındaki ilişki ile ilgili kavram yanılgılarına odaklanan çalışmalar da mevcuttur (Resnick vd., 1989; Sulak vd., 1999; Gür ve Seyhan, 2004; Alkan, 2009; Dubinsky, Arnon & Weller, 2013). Ondalık sayıların, yazılışlarında, okunuşlarında ve dört işlemle hesap yapmada kolaylık sağlaması, uzunluk, alan, arazi ve diğer ölçülerde ve günlük hayatımızın diğer

alanlarında yaygın olarak kullanılması önemini artırmaktadır (Baykul, 2001). Bu çalışmada özel olarak ondalık sayılarda yaşanan kavram yanlışları üzerine yoğunlaşmaktadır.

Baki ve Bell (1997)'nin çalışmaları sonucunda 15 yaş grubu öğrencilerin; basamak değerlerinin anlaşılması, ondalık sayıların yoğunluğu, ondalık sayıların sıralanması, çarpma ve bölme işlemlerinin sayılar üzerindeki etkisi, kesirler ve ondalık kesirler arasında ilişki kurulması, onluk sistemden olmayan birimlerin yorumlanması konularında kavram yanlışları olduğu tespit edilmiştir. Sulak ve diğerleri (1999), 5 ve 7. ve lise 1.sınıf öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmada, öğrencilerin; günlük hayatta karşılaştıkları problemleri sayılarla ilişkilendirme, ondalık sayıları ifade etme, olcum okumaları, ondalık sayıların büyüklüğü, küçüklüğü ve karşılaştırılması, ondalık sayıların çarpma ve bölme işlemimdeki etkisi, ondalık sayıların basamak değerini anlama, ondalık sayılarda virgölün anlamı, ondalık sayıların kesir şeklinde yazılması, yönlü sayılarla işlem yapma konularında ciddi güçlük ve kavram yanlışlarının olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Yılmaz (2007) yapmış olduğu çalışmada 7.ve 8.sınıf öğrencilerinin ondalık sayılarla karşılaştırma konusunda, ondalık kısmı daha çok basamaklı olanın daha büyük olduğu; ondalık sayılarla çarpma konusunda, doğal sayılarda olduğu gibi çarpma işleminin sonucunun daima çarpanlardan büyük çıkması gerektiği gibi kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Ondalık sayılarda bölme konusundaki kavram yanlışısı ise yine doğal sayılarda olduğu gibi bölme işleminin sonucunun bölünenden küçük olması gerektiği şeklindedir. Steinle ve Stacey (1998), 5. sınıftan ve 10. sınıfa kadar öğrenim gören öğrenciler arasında iki ondalık sayıyı karşılaştırmada, kesir kısmındaki basamak sayısı çok olan sayının daha büyük olduğu kavram yanlışısına sahip öğrencilerin olduğu ancak bu kavram yanlışısının ileri sınıflarda önceki sınıflara oranla daha az görüldüğünü, ondalık sayıların karşılaştırılmasının kesirlerin karşılaştırılmasıyla karıştırıldığını ve öğretim sürecinden kaynaklanan hataların bulunduğu belirlemişlerdir. Gür ve Seyhan (2004) tarafından 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayının anlamını kavrayamama, ondalık virgölünü görmezden gelme, ondalık virgölünü farklı iki sayıyı ayıran bir ayıraç gibi algılama, çok basamaklı ondalık sayıların daha küçük olduğunu düşünme, çok basamaklı ondalık sayıların daha büyük olduğunu düşünme, sıfırı bir basamak değeri olarak görmeme, sıfırın bir anlamı olmadığını düşünme, ondalık sayının kesir kısmındaki basamakları doğru olarak isimlendiremememe, kesirlerle ondalık sayılar arasındaki ilişkiyi kavrayamama gibi kavram yanlışlarına sahip oldukları tespit edilmiştir.

Bazı çalışmalarda ise sadece ondalık sayılarda sıralamaya yoğunlaşmış ve öğrencilerin iki ondalık sayıyı sıralarken hangi hatalı kurallara başvurduklarını sınıflandırmaya çalışmıştır. Temelde “uzun olan büyüktür ($3,125 > 3,25$)” ve “kısa olan büyüktür ($3,25 > 3,355$)” olmak üzere iki sınıflandırma dikkat çekmektedir. Sackur-Grisvard ve Leonard (1985), Neshar ve Peled (1986) ve Resnick ve arkadaşları (1989) bu sınıflamayı revize etmiş ve üç hatalı kural sınıflaması yapmıştır. Sackur-Grisvard ve Leonard (1985) öğrencilerden üç ondalık sayıyı sıralamalarını isteyen bir test kullanarak hatalı kuralları revize etmiştir. Resnick ve arkadaşları (1989) bu testi ondalık sayı çiftlerinin ve bazı temel

durumlarda ondalık ve kesirli sayıların karşılaştırılması için modifiye etmiştir. Moloney ve Stacey (1996, 1997) ise kesirlerin bu testte yabancı gibi durduğunu belirterek bu soruları testten çıkarmıştır. Stacey ve Steinle (1998) ondalık sayılar hakkında daha fazla kavram yanılığının belirlenmesi için genişletilmiş 25 ondalık sayı çifti karşılaştırmasını içeren bir testin madde madde analizi ve mülakat verilerini raporlaştırmıştır. Toplamda on düşünce modeli tespit edilmiştir. **Uzun olan büyüktür kavram yanılığı:** uzun dizge düşüncesi ($4,63 > 4,8$), pay odaklı düşünme ($6,3 = 6,03$, çünkü ikisi de 6 tam ve 3 parça, parçaların boyutu (onda 3, yüzde 3) göz ardı edilir), ters düşünme (ondalık sayıların tam sayıları temsil ettiğine ancak tersten yazıldığına inanılır; $0,163 = 1$ tane on, 6 tane yüz, 3 tane bin), sıfırın küçük yaptığını düşünme (virgülden sonra ilk basamakta sıfır veya birden fazla sıfır varsa o sayı küçüktür, diğer durumlarda uzun olan büyüktür), sağ taraf taşmış düşüncesi ($120 = 12$ tane on ise $0,12$ de onda 12 'dir), **Kısa olan büyüktür kavram yanılığı:** payda odaklı düşünme (onlar için onda her sayı yüzde her sayıdan büyüktür, çünkü onda bir yüzde birden büyüktür düşüncesini yanlış genellerler; $5,67 > 5,845$ yüzde 67 binde 845 den büyüktür çünkü yüzdeler bindelerden büyüktür), iki taraflı düşünme (ondalık sayıları rasyonel sayılarla beraber düşünürler $0,3 > 0,4$ çünkü $1/3 > 1/4$), negatif düşünme ($-3 > -4$ olduğu gibi $0,3 > 0,4$), **Uzman görünen davranış (para veya uzunluk analojisinden faydalanılır):** kısaltarak düşünme ($4,70 > 4,08$ doğru sıralanıyor ancak $15,34$ ve $15,348$ karşılaştırılmıyor, $15,348$ için 15TL 34 Kr, 8 hata yada nasıl etkisi olduğu düşünülmeyen sayı), yuvarlayarak düşünme ($15,348$ yuvarlanarak $15,35$ olarak alınır, ancak virgülden sonraki iki basamaktan sonrasının mantığı tam bilinmez). Daha sonra Stacey ve Steinle (1998) *Uzman görünümlü düşünceleri revize ederek kısalt/yuvarla (kısa olanı tahmin et), kısalt/yuvarla (uzun olanı tahmin et), uzman (değişik, çeşitli anlamlar)* şeklinde üç bölüme ayırarak toplamda 11 hatalı kural belirlemiştir.

Özel olarak devirli ondalık gösterime sahip sayılarla ilgili anlamları belirlemeye yönelik çalışmaya rastlanmamasına rağmen bazı çalışmalar içinde bazı kavram yanılgıları belirlenmiştir. Örneğin, yapılan bir çalışmada bir öğrencinin devirli sayılarda virgülden sonraki ilk basamaktan sonraki sayıları attığı belirlenmiştir. Bu yanılgıya göre $3,77777777...$ sayısı, basamakları atıldığında, $3,7$ sayısı ile eşittir (Stenlie ve Pierce, 2006). Başka bir araştırmada ise öğretmen adaylarına $0,999999... = 1$ eşitliğinin doğru olup olmadığı sorulmuş ve bütün öğrencilerin bu eşitliğin doğru olmadığına inandığı belirlenmiştir (Burroughs ve Yopp, 2010). Stacey ve Steinle (1998), ondalık sayıları sıralamaları istediği öğrencilerden kısalt/yuvarla kavram yanılığına sahip olanların $3,7777777$ sayısını $7 > 5$ olduğundan $3,8$ olarak aldığını ve ardından sıralama yaptıklarını belirtmektedir. Benzer sonuç Burroughs ve Yopp (2010)'un araştırmalarında ortaya çıkmaktadır. O'connor (2001) ise, öğrenme ortamında yapılan söylem analizi sonucu devirli sayıların öğretiminde hesap makinelerinin sınırlı ekranları dikkate alınarak çeşitli işlemler yaptırabileceğini ve böylece öğrencilerin paydaları 'on' da kuvvetleri şeklinde rasyonel sayı formlarına kolayca dönüştürülemeyen sayıların da devirli olabileceğini görmüş olabileceğini belirtmektedir. Ayrıca çalışmada öğrencilerin devirli sayıları gerçek ondalık sayılar olarak algılamadıkları görülmüştür. Weller, Arnon ve Dubinsky (2009) çalışmalarında öğrencilere $0,9 = 1$ eşitliğinin doğru olup olmadığı sormuştur. Bazı öğrencilerin $0,9$ ile 1 arasına bir sayı yerleştirilebileceği, $0,9$ un 1 e eşit olması için ona

ekleme yapılması gerektiği, $0,\bar{9}$ yuvarlandığında ancak 1 e eşit olabileceği, $0,\bar{9}$ un 1 e yaklaştığı ancak hiçbir zaman 1 olmayacağı, $0,\bar{9}$ un sonsuza kadar 9 devam ettiği ve bu yüzden 1 e eşit olmayacağı gibi düşüncelerden dolayı bu eşitliğin hiçbir zaman doğru olmayacağını düşündükleri gözlenmiştir. Ancak bu öğrencilere APOS teori ve ACE döngüsüne göre verilen eğitimde düşüncelerinin olumlu yönde değiştiği görülmüştür. Benzer bir çalışmada, Brijlall ve arkadaşları (2011), APOS teorisine göre hazırlanan etkinliklerden önce öğrencilerin $0,\bar{9}=1$ eşitliğinin yanlış olduğunu düşündüklerini, uygulamadan sonra ise pozitif yönde bir değişimin olduğunu belirtmektedir. Bir başka çalışmada ise Vinner ve Kidron (1985), öğrencilere $1/7$ sayısı ondalık olarak yazıldığında virgülden sonraki 50. basamak kaçtır diye sormuştur. Burada 50. basamağı bulmaya odaklanmaktan çok öğrencilerin $1/7$ sayısının devirli olduğunu anlayıp anlamamasına yoğunlaşmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin bir bölümü devirli olduğunu söylerken bir bölümü ise devirli olduğunu görememiştir.

Ondalık sayılar ile ilgili kavram yanlışları üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde devirli gösterime sahip olmayan sayılarla ilgili kavram yanlışları sistemli olarak belirlenmişken, devirli ondalık gösterime sahip sayılarla ilgili anlamaları sistemli olarak inceleyen çalışmalara rastlanmaması dikkat çekmektedir. Yapılan çalışmalar genellikle devirli gösterime sahip sayıların sonsuz basamağı ve rasyonel gösterimine odaklanmıştır ve oldukça az sayıdadır. Oysaki devirli ondalık gösterime sahip ondalık sayılar 6, 7, 8 ve 9. sınıflar matematik öğretim programında yer almaktadır (MEB, 2007; MEB, 2011). Altıncı sınıf öğretim programı bu tür sayıların tanımı ve yüzde hesaplamaları yapılırken yuvarlanarak kullanılmasına yönelik kazanımlar içerirken, yedinci sınıf öğretim programı bir rasyonel sayının aynı zamanda devirsiz ve devirli ondalık gösterim olarak da ifade edilebileceğinin belirtilmesine yönelik kazanımlar içermektedir (MEB, 2007). Sekizinci sınıf öğretim programı ise rasyonel ve irrasyonel sayılar arasındaki farkın kavratılmasında devirli ondalık gösterime sahip sayılara değinilmesini önermektedir (MEB, 2007). Dokuzuncu sınıf öğretim programı da her rasyonel sayının bir devirli ondalık olduğunun ayrıca irrasyonel sayıların kavratılmasında da irrasyonel sayıların ondalık gösterimlerinin sınırsız ve devirsiz olduğunu devirli ondalık gösterime sahip sayılarla karşılaştırılarak öğretilmesini vurgulanmaktadır (MEB, 2011).

Devirli ondalık gösterime sahip sayılar ile ilgili kavramlar öğretim programının küçük bir parçası olarak görünse de, öğrencilerin bu konuda yapmış oldukları bir dizi yanlışlar bizi devirli ondalık gösterim ile ilgili neler düşünüyorlar sorusuna yönlendirmektedir. Ayrıca, matematikteki kavramlar birbirine bağlı olduklarından, bir konunun sadece kendi ünitesi içinde değil diğer üniteler içinde de karşımıza çıktığı göz ardı edilmemelidir. Örneğin devirli ondalık gösterime sahip sayılar öğrencilerin bir üst öğrenimlerinde veya üniversite yıllarında öğrenecekleri irrasyonel sayılar, fraktallar, sonsuzluk, dizi ve seriler gibi alt öğrenme alanlarındaki kavramların öğrenilmesine temel teşkil etmektedir. Tüm bunlar göz önüne alındığında öğrencilerin devirli ondalık gösterim ile ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi ve öğrencilerin kavram yanlışlarını giderme çalışmaları önemli

görülmektedir. Bu bağlamda bu çalışmanın amacı; dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterim ile ilgili kavram yanılgılarını belirlemektir.

2. Yöntem

Çalışmada var olan bir durumun özetlenmesi amaçlandığından doğası gereği betimsel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Bu yönetime uygun olarak, öğrencilerin devirli ondalık gösterim ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarının neler olduğu ortaya konulmuş ve kavram yanılgıları belirlenirken var olan durumlara hiçbir müdahalede bulunulmamıştır.

2.1. Katılımcılar

Araştırmanın çalışma grubunu Giresun ili merkezinde bulunan bir lisede öğrenim gören 9. sınıflar arasında rastlantısal örnekleme yoluyla seçilen iki sınıftaki 40 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin tamamı öğretim programı gereği 6, 7, 8 ve 9 sınıflarda devirli ondalık gösterime sahip sayılar ile ilgili öğrenmelere sahiptir. Katılımcıların dağılımını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Katılımcıların Dağılımı

Sınıf	Kız	Erkek	Toplam
A	13	7	20
B	8	12	20
Toplam	21	19	40

Tablo 1’de görüldüğü gibi iki farklı sınıfta yirmişer öğrenci bulunmaktadır. Katılımcıların tamamı göz önünde bulundurulduğunda kız ve erkek öğrenci sayılarının birbirine yakın olduğu görülmektedir.

2.2. Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veri toplama aracı geliştirilmeden önce öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili nasıl kavram yanılgılarına sahip olduğu araştırılmıştır. Bu araştırma sırasında az sayıda da olsa matematiksel kavram yanılgılarının sınıflandırılabileceğini belirten çalışmalara rastlanmıştır ve yapılan farklı sınıflandırmalar incelenmiştir. Genel olarak kavram yanılgılarını sınıflandıran Committee of Undergraduate Science Education (1996), kavram yanılgılarını deneyimsiz kanılar, bilimsel olamayan inançlar, kavramsal yanlış anlamalar, yanlış benimseme, kullanım dilinden kaynaklanan kavram yanılgıları olarak 5 gruba ayırmaktadır (Akt. Yağbasan ve Gülçiçek, 2003, s.111). Özel de ise matematiksel kavram yanılgılarını sınıflandıran Graeber ve Johnson (1991), yapmış oldukları çalışmalar sonucu kavram yanılgılarını dört kategoride ele almaktadır (Aktaran: Zembat, 2008). Bu kategoriler aşırı genelleme (overgeneralization), aşırı özelleme (overspecialization), yanlış tercüme (mistranslation) ve kısıtlı algılama (limited conception) dir:

1. *Aşırı Genelleme (AG)*: Belli durumlarda uygulanması doğru sonuç veren kural, prensip veya kavramın diğer durumlarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve bu durumlara

yayılmıştır. Bu tür kavram yanlışlığına sahip bir öğrenci doğal sayılar için geçerli olan “çarpma işleminin sonucu çarpan ve çarpılandan büyüktür” özelliğini devirli ondalık gösterime sahip olan sayılar için genelleyerek “devirli ondalık gösterime sahip iki sayının çarpımı çarpan ve çarpılandan büyüktür” düşüncesinde olabilmektedir.

2. *Aşırı Özelleme (AÖ)*: Aşırı genellemenin tersine bir durumda geçerli olan bir kural ve prensibi bu durumun daha özel alt durumu için kısıtlamaktır. Bu tür kavram yanlışlığına sahip bir öğrenci yakınsaklık kavramı sadece devirli ondalık gösterime sahip sayılar için geçerlidir düşüncesinde olabilir veya devirli ondalık sayılarda yuvarlama yapılabilir düşüncesini devirli sayılara özelleyerek ondalık sayılar yuvarlanamaz düşüncesinde olabilir.

3. *Yanlış Tercüme (YT)*: İşlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümle gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zinciri olarak ifade edilmektedir. Bu tür kavram yanlışlığına sahip öğrenci, yazılışı verilen bir devirli ondalık gösterimi doğru okuyamamakta veya benzer şekilde okunuşu verilen bir devirli ondalık sayısının yazılışını doğru yazamayabilmektedir.

4. *Kısıtlı Algılama (KA)*: Bir kavramın kısıtlı veya olması gerekenden zayıf olarak algılandığı durumlarda ortaya çıkar. Örneğin devirli ondalık gösterime sahip sayıları sonlu olarak düşünen bir öğrenci, devreden kısmın sonsuza kadar gittiğini ihmal etmekte yani devirli sayıları kısıtlı olarak algılamaktadır.

Ayrıca kavram yanlışlıklarını sınıflandıran çalışmalar, bu sınıflamaları göz önüne alarak öğrencilerin kavram yanlışlıklarının açıklanabileceğini belirtmektedir. Bu bağlamda çalışmanın amacı doğrultusunda Zembat (2008)'in aktardığı Graeber ve Johnson (1991) in sınıflamış oldukları kavram yanlışlığı türlerinin göz önüne alınarak, her kavram yanlışlığı türüne ait devirli ondalık gösterimle ilgili olası kavram yanlışlıklarına yönelik açık uçlu sorular hazırlanmıştır. Ayrıca sorular hazırlanırken ondalık sayılar ile ilgili literatür de araştırılarak yaygın olan kavram yanlışlıkları belirlenmiş ve konu ile ilgili tanı testleri incelenmiştir. Ondalık sayılar ile ilgili kavram yanlışlıklarını ortaya çıkarabilecek sorular değerlendirilerek devirli ondalık gösterime sahip sayılar için hazırlanan açık uçlu sorulardan oluşan “*Devirli Ondalık Gösterim Tanı Testi*” geliştirilmiştir. Test devirli ondalık gösterim ile ilgili kavram yanlışlıklarını belirlemeye yönelik toplam 21 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Bazı sorular alt sorular içermektedir. Hazırlanan soruların geçerliliği alanında uzman 2 kişi tarafından kontrol edilmiştir. Testin pilot uygulaması yapılmış ve güvenilirlik katsayısı 0,83 olarak hesaplanmıştır. Testte yer alan sorulara ait örnekler tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2. Örnek sorular ve muhtemel cevaplara yönelik olası kavram yanılgısı türleri**Muhtemel Cevaplar ve Olası Kavram Yanılgısı Türleri****Örnek Sorular ve Ortaya Çıkarmayı Amaçladığı Kavram Yanılgısı Türleri**

3. Aşağıda verilen örnekleri göz önünde bulundurarak verilen sayıyı oluşturan rakamların basamak değerleri toplamı olarak yazınız.

$$45=40+5$$

$$5,3=5+0,3$$

$$3, \bar{3} = ?$$

(AG, KA)

8. $32,4\bar{5}\bar{3}$ sayısında 4 ile 5 rakamlarının basamak değerleri arasındaki fark kaçtır?

(KA)

17. Aşağıda verilen sayıların istenen basamaklarındaki rakamları yazınız. Eğer bu basamak yok ise “**yok**”, bilmiyor iseniz “**bilmiyorum**” yazınız.

Sayı	Onda birler basamağı	Yüzde birler basamağı	Binde birler basamağı
3,54			
7,5 $\bar{2}\bar{3}$			
6,10 $\bar{3}\bar{4}$			

(KA)

5. $0, \bar{9} \times 0, \bar{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden **doğru olanları** işaretleyiniz.

- $0, \bar{9}$ dan büyüktür.
- Devirlidir.
- $0, \bar{2}$ ile $0, \bar{9}$ arasındadır.
- $0, \bar{2}$ den küçüktür.
- $0, \bar{2}$ den büyüktür.

(AG)

Beklenen doğru cevap $3, \bar{3} = 3+0, \bar{3}$ olacaktır.

Eğer $3, \bar{3} = 3+0,3$ cevabı verilmişse burada öğrenci devirli ondalık gösterime sahip olmayan sayılarda öğrenmiş olduğu kuralı devirli gösterime sahip sayılar için aşırı genellemekte veya devirli sayıların sonsuza kadar gitmediğini düşünerek kısıtlı algılamaktadır.

$3, \bar{3} = 3+0,33$ olarak yazan öğrenciler ise yine kısıtlı algılamaya sahiptir, devirli sayının virgülden sonra iki basamak olduğunu düşünmektedirler.

Eğer öğrenci birinci soruda “hangi 5? Bu sayıda sonsuz tane 5 var” diyorsa uzman anlamasına sahip demektir. Bununla beraber, birinci soruda cevap olarak (0,05-0,4) işleminin sonucu veren öğrenciler muhtemelen devirli sayıların uzunluklarının sınırlı olduğunu düşünmektedirler. Dolayısıyla kısıtlı algılamaya türünden kavram yanılgısına sahiptirler. Bu kavram yanılgısını test etmek için verilen sayıların basamaklarını belirlemeye yönelik ikinci soru yönlendirilmiştir. Eğer öğrenci verilen $3,54$ sayısı için binde birler basamağı yoktur diyorsa, verilen diğer iki sayı için bindebirler basamağını belirtebiliyorsa öğrenci devirli sayılar ile ilgili kısıtlı algılamaya türünden kavram yanılgısına sahip demektir.

“a” ve “e” şıklarını doğru olarak işaretleyen öğrenciler, doğal sayılarda çarpma işlemi her zaman sonucu büyütür özelliğini aşırı genellenmiş olabilir. Bu düşünceye sahip öğrencilerin işlemi yaparak mı yoksa düşünce sonucunu cevap verdiklerine karar vermek için öğrencilere iki devirli gösterime sahip sayının çarpımı, çarpan ve çapılandan büyüktür ifadesinin doğru mu yanlış mı olduğu sorulmuştur. Bu eş soruya verdikleri cevaba göre düşünceleri değerlendirilmiştir.

Tablo 2'nin devamı

18. $1/3$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz.	Bazı öğrenciler devreden sayılarla ilgili kısıtlı algılama türünden kavram yanlışlarına sahip olabilir ve devreden kısmın kısa olması gerektiğini düşünebilirler. Bu kavram yanlışına sahip öğrenciler $1/3$ ün paydasını 9, 99, 999.. dan birine eşitleyerek veya bölme işlemi yaparak devirli formda yazarken, $1/7$ sayısı için payda bu formlardan birine dönüştürülemez yada bölme işleminde devreden kolayca görülmediğinden bölme işlemini devam ettirmez.
19. $1/7$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz. (KA)	
13. Aşağıdaki sayıların okunuşunu yazınız a) $8,7\overline{45}$ b) $2,00\overline{5}$ c) $3,\overline{4}$	Bu soruda öğrencinin $8,7\overline{45}$ sayısını, “sekiz tam binde yedi yüz kırk beş, kırk beş devirli” olarak okuması beklenmektedir. $8,7\overline{45}$ sayısının okunuşunun “sekiz tam binde yedi yüz kırk beş devirli” olduğunu düşünen öğrenci devreden kısmın hangisi olduğunu belirtmeden okuyarak yanlış tercüme türünden kavram yanlışına sahiptir. Bu kavram yanlışına sahip öğrenci $8,745$ ile $8,7\overline{45}$ sayısını aynı sayı gibi okumaktadır.
(YT) $9, 0,9 = 1$ } $0,9 = 1$ } eşitliklerinin doğru olup olmadığını nedenleri ile açıklayınız.	Burada öğrenciler $0,9 = \frac{9-0}{9} = 1$ olduğundan eşitlik doğrudur cevabı verebilir. Bu uzman görüşüne yakın gibi görünse de öğrenci kullanmış olduğu bu eşitliğin neden doğru olduğunu açıklamıyorsa yani yakınsaklıktan bahsetmiyorsa bu doğru bir açıklama olarak kabul edilemez. İki eşitliği de “hiçbir zaman bire eşit olamaz, çünkü birden eksiktir” diyen öğrenci devirli gösterime sahip sayıları kısıtlı algılamaktadır. Öğrenciler bu sınıf düzeyinde dizi ve seriler hakkında bilgiye sahip olmamalarına rağmen iki eşitlik için de “doğrudur çünkü bire yaklaşıyor” cevabı verirse devirli ondalık gösterime sahip sayılardaki dizilerin yaklaşma özelliğini, devirli ondalık gösterime sahip olmayan sayılar için yanlış genellemektedirler. Birincisi yanlış ikincisi doğrudur çünkü “ikincisini yuvarlıyoruz” diyen bir öğrenci ise yuvarlama özelliğini devirli ondalık gösterime sahip sayılara yanlış genelleyerek aşırı genelleme türünden kavram yanlışına, sadece devirli ondalık gösterime sahip sayılar için yuvarlama yapılabileceğini düşünüp, birinci eşitlikte yuvarlama yapılamayacağını düşündüğünden de aşırı özelleme türünden kavram yanlışlarına sahiptir.
(KA, AG, AÖ)	

Testte her kavram yanlışlığı türüne ait soru sayısının eşit olarak dağılmamıştır. Bunun da nedeni kavram yanlışlığı türlerinin doğasının farklı olmasıdır. Örneğin, aşırı özelleme türünden kavram yanlışlığına sahip öğrenciler belirli bir özelliği sadece devirli ondalık gösterime sahip sayılar için geçerli olduğunu düşünürler. Bu bağlamda, devirli ondalık

gösterime sahip sayılar için özellenebilecek az sayıda özellik vardır. Örneğin öğrenci devirli sayıların yakınsaklığını yuvarlama olarak algılıyorsa, bu özelliği sadece devirli sayılara özelleleyebilir. Bunu da yoklayan farklı bir soruya daha gerek duyulmamıştır.

2.3. Uygulama Süreci ve Verilerin Analizi

“Devirli Ondalık Gösterim İle İlgili Tanı Testi” öğrencilere kendi sınıf ortamlarında bir ders saati süresince öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Çalışmaya toplam 40 öğrenci katılmıştır. Öğrencilerden alınan yanıtlar doğru, yanlış ve çözümsüz olmak üzere üç kategoride incelenmiştir. Bunun yanında, yanlış kategorisinde bulunan yanıtlar detaylı olarak incelenerek öğrencilerin mevcut kavram yanılgıları belirlenmiş ve nitel olarak sunulmuştur.

3. Bulgular

Bu bölümde, elde edilen bulgular aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılama kavram yanılgısı türlerine göre belirlenen mevcut kavram yanılgıları, niceliklerine bakılmaksızın nitel olarak sunulacaktır. Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde kavram yanılgısı türlerine göre elde edilen kavram yanılgıları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Öğrencilerin belirlenen kavram yanılgıları

	<i>Devredeni uzun olan büyüktür</i>
	<i>Devredeni kısa olan büyüktür</i>
Aşırı genelleme	<i>Bölme işlemi her zaman sonucu küçültür</i>
	<i>Çarpma işlemi her zaman sonucu büyütür</i>
	<i>Devirli sayılarla yapılan işlemlerin sonuçları da devirlidir</i>
	<i>Virgüller alt alta gelecek şekilde işlemler yapılır ve sonuçta işleme alınan sayılardaki kadar devreden vardır</i>
	<i>Devirli sayılar yuvarlandığı için $0,9=1$ dir</i>
Aşırı özelleme	<i>Devirli sayılar yuvarlanır, ondalık sayılar yuvarlanmaz</i>
Yanlış tercüme	<i>Okunurken devredeni ayrıca belirtmeye gerek yoktur</i>
	<i>Uzunlukları sınırlıdır</i>
Kısıtlı algılama	<i>“Bir rasyonel sayının devirli gösteriminin yazılması için paydanın 9, 99, 999... gibi bir sayıya dönüştürülmesi gerekir”</i>
	<i>Devreden kısım uzun olamaz</i>
	<i>$0,9$ hiçbir zaman bire eşit olamaz</i>

Öğrenci cevapları analiz edildiğinde aşırı genelleme türünden yedi, aşırı özelleme türünden bir, yanlış tercüme türünden bir ve kısıtlı algılama türünden dört olmak üzere toplam on üç kavram yanılgısı tespit edilmiştir.

3.1. Aşırı genelleme türünden kavram yanlışları

Belli durumlarda uygulanması doğru sonuç veren kural, prensip veya kavramın devirli ondalık gösterime sahip sayılarda da işliyormuş gibi düşünülmesi sonucu ortaya çıkan kavram yanlışları bu başlık altında toplanmıştır ve öğrenci cevapları ile örneklenerek açıklanmıştır.

“Devredeni uzun olan büyüktür”

Öğrencilerin tanı testindeki sorulara vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde, devirli ondalık gösterime sahip sayılarda devreden kısmı uzun olan sayıların devreden kısmı kısa olan sayılardan daha büyük olduğunu düşündükleri görülmektedir. Örnek olarak Ö18’ in vermiş olduğu cevap aşağıdaki gibidir;

4. Aşağıda verilen sayı çiftlerinden **büyük olanı** yuvarlak içine alınız. Eğer eşit olanlar varsa **eşittir** yazınız.

a) $3,\overline{3}$ ya da $3,3\overline{3}$

b) $3,\overline{45}$ ya da $3,4\overline{5}$

c) $3,\overline{123}$ ya da $3,1\overline{23}$

Şekil 1. Ö18 kodlu öğrencinin 4. soruya verdiği yanıt

Bu cevabı veren öğrencilerin devirli ondalık gösterimin özelliklerini dikkate almayarak “devreden kısmı uzun olan büyüktür” kavram yanlışlığına sahip oldukları görülmektedir.

“Devredeni kısa olan büyüktür”

Öğrenci cevapları incelendiğinde, bazı öğrencilerin “devredeni uzun olan büyüktür” yanlışlığına sahip öğrencilerin aksine, devirli ondalık gösterime sahip sayılarda devredeni kısa olan sayının devredeni uzun olan sayıdan büyük olduğunu düşündüğü görülmektedir. Örnek olarak Ö3’ ün vermiş olduğu cevap aşağıdaki gibidir;

4. Aşağıda verilen sayı çiftlerinden **büyük olanı** yuvarlak içine alınız. Eğer eşit olanlar varsa **eşittir** yazınız.

a) $3,\overline{3}$ ya da $3,3\overline{3}$

b) $3,4\overline{5}$ ya da $3,\overline{45}$

c) $3,1\overline{23}$ ya da $3,\overline{123}$

d) $3,4\overline{5}$ ya da $3,4\overline{5}$

e) $0,\overline{2}$ ya da $0,\overline{2}$

Şekil 2. Ö3 kodlu öğrencinin 4. soruya verdiği yanıt

Bu cevabı veren öğrencilerin devirli ondalık gösterimin özelliklerini dikkate almayarak “devreden kısmı kısa olan büyüktür” kavram yanılgısına sahip oldukları görülmektedir.

“Bölme işlemi her zaman sonucu küçültür”

Öğrencilerin devirli ondalık gösterim ile ilgili tanı testine vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde, aşırı genelleme türünde bölme işleminin sonucu küçülttüğü kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir.

Tablo 4. Ö27 ve Ö4 kodlu öğrencilerin yanıtları

Ö27'nin cevapları	Ö4'ün cevapları
<p>6. $3,3/0,2$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden <u>doğru olanları</u> işaretleyiniz.</p> <p><input checked="" type="radio"/> a) $3,3$ den küçüktür.</p> <p><input type="radio"/> b) Devirlidir.</p> <p><input type="radio"/> c) $0,2$ ile $3,3$ arasındadır.</p> <p><input type="radio"/> d) Tam sayıdır.</p>	<p>6. $3,3/0,2$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden <u>doğru olanları</u> işaretleyiniz.</p> <p><input type="radio"/> a) $3,3$ den küçüktür.</p> <p><input type="radio"/> b) Devirlidir.</p> <p><input type="radio"/> c) $0,2$ ile $3,3$ arasındadır.</p> <p><input checked="" type="radio"/> d) Tam sayıdır.</p> <p>$3,3 = \frac{33-3}{9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$</p> <p>$0,2 = \frac{2-0}{9} = \frac{2}{9}$</p> <p>$\frac{10}{3} : \frac{2}{9} = \frac{30}{2} = 15$</p>
g) İki devirli sayının bölümü, bölünenden küçüktür...Q..	g) İki devirli sayının bölümü, bölünenden küçüktür...Q..

Ö27'nin verilen iki soruya vermiş olduğu cevaplar incelendiğinde her iki soruya vermiş olduğu cevapların paralel olduğu görülmektedir. Yani Ö27 iki devirli ondalık gösterime sahip sayılarda bölmenin sonucu küçülttüğü kavram yanılgısına sahiptir. Ö4'ün cevapları incelendiğinde öğrencinin benzer kavram yanılgılarına sahip olduğu ve ilk soruda buna yönelik cevaplar verdiği ancak daha sonra işlemleri yaparak vermiş olduğu cevapları değiştirdiği görülmektedir. Ancak bu kavram yanılgısına sahip olarak yöneltilen “iki devirli sayının bölümü, bölünenden küçüktür” cümlesini “doğru (D)” olarak cevapladığı görülmektedir. Görüldüğü gibi öğrenciler devirli gösterime sahip sayılarla yapılan bölme işleminin sonucu küçülttüğünü düşünmektedirler.

“Çarpma işlemi her zaman sonucu büyütür”

Öğrenci cevapları incelendiğinde, aşırı genelleme türünde devirli ondalık gösterime sahip sayılarla yapılacak çarpma işleminin sonucu büyüttüğü kavram yanılgısına sahip oldukları görülmektedir.

Tablo 5. Ö27 ve Ö4 kodlu öğrencilerin yanıtları

Ö27'nin cevapları	Ö4'ün cevapları
<p>5. $0,\bar{9} \times 0,\bar{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden <u>doğru olanları</u> işaretleyiniz.</p> <p><input checked="" type="radio"/> a) $0,\bar{9}$ dan büyüktür.</p> <p><input checked="" type="radio"/> b) Devirlidir.</p> <p>c) $0,\bar{2}$ ile $0,\bar{9}$ arasındadır.</p> <p>d) $0,\bar{2}$ den küçüktür.</p> <p>e) $0,\bar{2}$ den büyüktür.</p>	<p>5. $0,\bar{9} \times 0,\bar{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden <u>doğru olanları</u> işaretleyiniz.</p> <p>a) $0,\bar{9}$ dan büyüktür. $0,\bar{9} = \frac{9 \cdot 0}{9} = 1$</p> <p><input checked="" type="radio"/> b) Devirlidir. $1 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{9} = 0,\bar{2}$</p> <p>c) $0,\bar{2}$ ile $0,\bar{9}$ arasındadır. $0,\bar{2} = \frac{2 \cdot 0}{9} = \frac{2}{9}$</p> <p>d) $0,\bar{2}$ den küçüktür.</p> <p><input checked="" type="radio"/> e) $0,\bar{2}$ den büyüktür.</p>
e) İki devirli sayının çarpımı, çarpan ve çarpılandan büyüktür.	e) İki devirli sayının çarpımı, çarpan ve çarpılandan büyüktür.

Ö27'nin verilen iki soruya vermiş olduğu cevaplar incelendiğinde her iki soruya vermiş olduğu cevapların paralel olduğu görülmektedir. Yani Ö27 devirli ondalık gösterime sahip sayılarla yapılan çarpmanın sonucu büyüdüğü kavram yanlışlığına sahiptir. Ö4'ün cevapları incelendiğinde öğrencinin benzer kavram yanlışlığına sahip olduğu ve ilk soruda buna yönelik cevaplar verdiği ancak daha sonra işlemleri yaparak vermiş olduğu cevapları değiştirdiği görülmektedir. Ayrıca bu işlem sonuçlarını dikkate alarak “iki devirli sayının çarpımı, çarpan ve çarpılandan büyüktür” cümlesini “yanlış (Y)” olarak cevapladığı görülmektedir. Ancak görülüyor ki öğrenci işlemi yapmadan önce ilk soruda çarpımın çarpan ve çarpılandan büyük olduğunu düşünmektedir.

“Devirli sayılarla yapılan işlemlerin sonuçları da devirlidir”

Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde, aşırı genelleme türünde devirli ondalık gösterime sahip sayılarla yapılacak çarpma ve bölme işlemlerinin sonuçlarının da devirli olduğu kavram yanlışlığına sahip oldukları görülmektedir.

Tablo 6. Ö27 ve Ö4 kodlu öğrencilerin yanıtları

Ö27'in cevapları	Ö4'ün cevapları
<p>5. $0,\bar{9} \times 0,\bar{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden <u>doğru olanları</u> işaretleyiniz.</p> <p><input checked="" type="radio"/> a) $0,\bar{9}$ dan büyüktür.</p> <p><input checked="" type="radio"/> b) Devirlidir.</p> <p>c) $0,\bar{2}$ ile $0,\bar{9}$ arasındadır.</p> <p>d) $0,\bar{2}$ den küçüktür.</p> <p>e) $0,\bar{2}$ den büyüktür.</p>	<p>5. $0,\bar{9} \times 0,\bar{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden <u>doğru olanları</u> işaretleyiniz.</p> <p>a) $0,\bar{9}$ dan büyüktür. $0,\bar{9} = \frac{9 \cdot 0}{9} = 1$</p> <p><input checked="" type="radio"/> b) Devirlidir. $1 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{9} = 0,\bar{2}$</p> <p>c) $0,\bar{2}$ ile $0,\bar{9}$ arasındadır. $0,\bar{2} = \frac{2 \cdot 0}{9} = \frac{2}{9}$</p> <p>d) $0,\bar{2}$ den küçüktür.</p> <p><input checked="" type="radio"/> e) $0,\bar{2}$ den büyüktür.</p>
e) İki devirli sayının çarpımı, çarpan ve çarpılandan büyüktür.	e) İki devirli sayının çarpımı, çarpan ve çarpılandan büyüktür.

Tablo 6'nın devamı

6. $3.\overline{3}/0.\overline{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden doğru olanları işaretleyiniz.
- a) $3.\overline{3}$ den küçüktür.
 b) Devirlidir.
 c) $0.\overline{2}$ ile $3.\overline{3}$ arasındadır.
 d) Tam sayıdır.
6. $3.\overline{3}/0.\overline{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden doğru olanları işaretleyiniz.
- a) $3.\overline{3}$ den küçüktür.
 b) Devirlidir.
 c) $0.\overline{2}$ ile $3.\overline{3}$ arasındadır.
 d) Tam sayıdır.
- $\sqrt{3} = \frac{33-3}{9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$
 $0.\overline{2} = \frac{2-0}{9} = \frac{2}{9}$ $\frac{10}{\frac{2}{9}} = \frac{30}{2} = 15$

Ö27'nin iki soruya vermiş olduğu cevaplar incelendiğinde her iki soruya vermiş olduğu cevapların paralel olduğu görülmektedir. Yani Ö27 iki devirli sayının çarpımının ve bölümünün sonucunun devirli olduğu kavram yanılgısına sahiptir. Ö4'ün cevapları incelendiğinde öğrencinin benzer kavram yanılgılarına sahip olduğu ve iki soruda da buna yönelik cevaplar verdiği ancak daha sonra işlemleri yaparak vermiş olduğu cevapları değiştirdiği görülmektedir.

“Virgüller alt alta gelecek şekilde işlemler yapılır ve sonuçta işleme alınan sayılardaki kadar devreden vardır”

Öğrencilerin devirli ondalık gösterime sahip olmayan sayılardaki işlemsel özellikleri devirli ondalık gösterime sahip sayılara genelleyerek aşırı genelleme türünden kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir. Öğrencilere yöneltilen devirli sayılar ile ilgili toplama işlemlerini devirli olmayan ondalık sayılardaki gibi yapmaları bu duruma örnek olarak verilebilir. Ö6'nın vermiş olduğu cevabı incelersek,

7. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz.

a) $2,\overline{245} + 3,\overline{548} = 5,\overline{793}$
 $\begin{array}{r} 2,\overline{245} \\ + 3,\overline{548} \\ \hline 5,\overline{793} \end{array}$

b) $3,\overline{478} + 8,\overline{987} = 12,\overline{465}$ $12,\overline{465} + 3,\overline{368} = 10,\overline{055}$
 $\begin{array}{r} 3,\overline{478} \\ + 8,\overline{987} \\ \hline 12,\overline{465} \end{array}$ $\begin{array}{r} 12,\overline{465} \\ + 3,\overline{368} \\ \hline 10,\overline{055} \end{array}$

Şekil 3. Ö6 kodlu öğrencinin 7. soruya verdiği yanıt

devirli gösterime sahip sayıları virgüller alt alta gelecek şekilde yazması ardından toplama işlemi yapması, virgüli toplananlara aynı hizaya koyması ve sonuçta işleme alınan sayılardaki kadar devreden koyması, sorunun ilk şıkında doğru sonucu verirken, eldeli sonuçlar veren ve devirli sayısı eşit olmayan sayıların toplanmasının istendiği diğer şıklar için yanlış sonuç vermektedir. Öğrencinin her üç durum içinde toplama işlemi aynı

prosedürle yapması, öğrencinin sahip olduğu aşırı genelleme türünden kavram yanlışını göstermektedir.

“Devirli sayılar yuvarlandığı için $0,\bar{9}=1$ dir”

Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde $0,\bar{9}$ devirli sayısının yuvarlandığı için bire eşit olduğunu düşündükleri görülmektedir. Ö9’un vermiş olduğu cevap incelenirse, öğrenci $0,\bar{9}$ sayısının $9...9...9$ olarak devam ettiğinin farkında ancak yuvarlandığı için bu sayının 10 olduğunu belirtmektedir.

9. $0,9 = 1$ } eşitliklerinin doğru olup olmadığını nedenleri ile açıklayınız.
 $0,\bar{9} = 1$ }
 1. Yanlış - Çünkü fon sayıdır. 10a bölüp kalın.
 2. Doğru - Çünkü 9--9--9 gibi. Yuvarlarsak 10 olur.

10. $3,9 = 4$ } eşitliklerinin doğru olup olmadığını nedenleri ile açıklayınız.
 $3,\bar{9} = 4$ }
 1. yanlış
 2. Doğru Yukarıdaki gibi olur.

Şekil 4. Ö9 kodlu öğrencinin 9. ve 10. soruya verdiği yanıtlar

Bu cevabı veren öğrenci yuvarlama özelliğini devirli ondalık gösterime sahip sayılara yanlış genelleyerek bu eşitliğin yuvarlama özelliğinden dolayı doğru olduğunu düşünmekte dolayısıyla aşırı genelleme türünden bir kavram yanlışına sahiptir.

3.2. Aşırı özelleme türünden kavram yanlışları

Geniş sayı kümelerinde geçerli olan ve ya uygulanabilecek bir kuralın, özelliğin daha özel durum olan devirli ondalık gösterime sahip sayılar için kısıtlanması sonucu ortaya çıkan kavram yanlışları bu başlık altında toplanmış ve öğrenci cevapları ile örneklenerek açıklanmıştır.

“Devirli sayılar yuvarlanır, ondalık sayılar yuvarlanmaz”

Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde $0,\bar{9}$ devirli sayısının yuvarlandığı için bire eşit olduğunu düşündükleri ancak yuvarlama işleminin devirli ondalık gösterime sahip olmayan sayılar için uygulanmadığı görülmektedir. Ö9’un vermiş olduğu cevap incelenirse, öğrenci $0,\bar{9}$ sayısının $9...9...9$ olarak devam ettiğinin ve yuvarlanırsa bu sayının 10 olacağını belirtmektedir. Ancak $0,9$ için yuvarlama işlemi yapmamakta, bu sayının 10 parçadan 9 olduğunu belirtmektedir. Bu cevabı veren öğrenci yuvarlama işlemini devirli ondalık gösterime sahip sayılara özelleyerek, devirli ondalık gösterime

sahip olmayan sayılarda yapılamayacağını düşünerek aşırı özelleme türünden kavram yanılıgısına sahiptir.

3.3. Yanlış tercüme türünden kavram yanılgıları

Devirli ondalık gösterime sahip sayıların yazılış ve okunuş formları arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar sonucu ortaya çıkan kavram yanılgıları bu başlık altında toplanmış ve öğrenci cevapları ile örneklenerek açıklanmıştır.

“Okunurken devredeni ayrıca belirtmeye gerek yoktur”

Öğrencilerin verilen devirli ondalık gösterime sahip sayıların okunuşunu yazamadıkları ve yanlış tercüme türünden de kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir. Burada örnek olarak biri yanlış tercüme türünden kavram yanılıgısına sahip, diğeri kavram yanılıgısına sahip olmayan iki farklı öğrencinin cevaplarını karşılaştıralım.

Tablo 7. Ö4 ve Ö16 kodlu öğrencilerin yanıtları

Ö4 'ün cevabı	Ö16'nın cevabı
<p>13. Aşağıdaki sayıların okunuşunu yazınız</p> <p>a) 8,745 Sekiz tam binde yedi yüz kırk beş, LRL beş devirli!</p> <p>b) 2,005 İki tam binde beş beş devirli!</p> <p>c) 3,4 Üç tam onda dört dört devirli!</p> <p>14. 3 tam yüzde 45 devirli olan sayıyı yazınız.</p> <p>3,45</p> <p>15. 5 tam yüzde 4 devirli olan sayıyı yazınız.</p> <p>5,04 (Çünkü yalnızca dörtün devirliğini söylemiyor)</p>	<p>13. Aşağıdaki sayıların okunuşunu yazınız</p> <p>a) 8,745 8 tam binde 745 devirli</p> <p>b) 2,005 2 tam binde 5 devirli</p> <p>c) 3,4 3 tam onda 4 devirli!</p> <p>14. 3 tam yüzde 45 devirli olan sayıyı yazınız.</p> <p>3,45</p> <p>15. 5 tam yüzde 4 devirli olan sayıyı yazınız.</p> <p>5,04</p>

Ö4 devirli gösterime sahip bir ondalık sayının farklı temsiller arası geçişini doğru bir şekilde yaparken, Ö16 farklı temsiller arası geçişte yanlış tercüme türünden kavram yanılgılarına sahiptir. Ö16, 8,745 sayısının okunuşunun “sekiz tam binde yedi yüz kırk beş devirli” olduğunu düşünerek devreden kısmın hangisi olduğunu belirtmeden okuyarak yanlış tercüme türünden kavram yanılıgısına sahiptir. Bu kavram yanılıgısına sahip öğrenci 8,745 ile 8,745 sayısını aynı sayı gibi okumaktadır. Oysaki “sekiz tam binde yedi yüz kırk beş, kırk beş devirli” olarak okuyan Ö4 devirli sayıların tercümesi ile ilgili uzman anlamasına sahiptir ve iki sayı arasındaki okunuş ayrımının ve devreden kısmın okunması gerektiğinin farkındadır.

3.4. Kısıtlı algılama türünden kavram yanlışları

Devirli ondalık gösterime sahip sayıların kısıtlı veya olması gerekenden zayıf olarak algılanması sonucu ortaya çıkan kavram yanlışları bu başlık altında toplanmış ve öğrenci cevapları ile örneklenerek açıklanmıştır.

“Uzunlukları sınırlıdır”

Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde, devirli ondalık gösterime sahip sayıları kısıtlı algılayarak sonlu olduğunu düşündükleri de görülmektedir. Öğrencilere yönlendirilen birçok soruda devirli ondalık sayıların uzunluklarının sınırlı olduğu kavram yanlışlığına sahip olduğu görülmektedir. Örneğin, “*Virgüller alt alta gelecek şekilde işlemler yapılır ve sonuçta işleme alınan sayılardaki kadar devreden vardır*” kavram yanlışlığına sahip öğrencilerin aynı zamanda devirli ondalık sayıların uzunluklarını sınırlı düşüncelerinden dolayı bu kavram yanlışlığına sahip oldukları söylenebilir. Bu kavram yanlışlığı seçilen tek bir soru üzerinden öğrenci cevabı ile örnekendirilecektir.

Örneğin Ö2'nin 17. soruya vermiş olduğu cevap incelendiğinde, devirli ondalık gösterime sahip sayıların basamaklarını belirlerken sorulan basamakta yazılı bir rakam varsa cevap olarak bu rakamı verdiği, ancak o basamakta rakam yoksa devirli gösterimi göz önünde bulundurmayıp sayıyı sonlu düşündüğü ve o basamakta sayı yoktur cevabını verdiği görülmektedir.

17. Aşağıda verilen sayıların istenen basamaklarındaki rakamları yazınız. Eğer bu basamak yok ise “yok”, bilmiyor iseniz “bilmiyorum” yazınız.

Sayı	Onda birler basamağı	Yüzde basamağı	birler	Binde birler basamağı
3,54	5	4		Yok
7,523	5	2		3
6,1034	1	0		3

Şekil 5. Ö2 kodlu öğrencinin 17. soruya verdiği yanıt

“Bir rasyonel sayının devirli gösteriminin yazılması için paydanın 9, 99, 999... gibi bir sayıya dönüştürülmesi gerekir”

Öğrenci cevapları incelendiğinde, öğrenciler $\frac{1}{3}$ ün paydasını 9, 99, 999.. dan birine eşitleyerek devirli formda yazarken, $\frac{1}{7}$ sayısı için payda bu formlardan birine dönüştürülemediğinden devirli gösterimi yoktur cevabı vermektedirler. Ö11'in $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{7}$

sayılarının ondalık karşılığını sorulduğu sorulara vermiş olduğu cevaplar incelendiğinde, öğrenci paydasını kolayca 9 yapabildiği $1/3$ sayısının ondalık karşılığını devirli gösterim olarak doğru bir şekilde cevaplayabilirken, paydasını kolayca 9 yapamadığı $1/7$ kesrinin ondalık karşılığının olmadığını belirtmektedir.

18. $1/3$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz.

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = 0,3$$

19. $1/7$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz.

yoktur $\leftarrow \frac{1}{7}$ bitmiyor

Şekil 6. Ö11 kodlu öğrencinin 18. ve 19. sorulara verdiği yanıt

Buradan da anlaşılacağı gibi öğrenci bölme işlemi ile $1/7$ sayısının devirli olup olmadığını kolaylıkla görebileceği halde bir sayının devirli ondalık gösterime sahip olması için paydasının genişletilmesi gerektiği gibi kısıtlı bir algıya sahiptir.

“Devreden kısım uzun olamaz”

Öğrenci cevapları incelendiğinde, devreden kısmı kolayca görünen sayıları devirli olarak ifade ettikleri ancak, devreden kısmı kolayca görülmeyen sayılara ait bölme işlemi devam ettirmedikleri görülmektedir. Ö15’in 18. soruya verdiği cevabı incelendiğinde, öğrencinin devreden kısmı uzun olan ve kolayca görülmeyen $1/7$ sayısının devirli ondalık gösterimini yazmak için işlemi devam ettirmediği, bunun ise devreden kısmın uzun olamayacağı gibi bir düşünceden kaynaklandığı görülmektedir.

18. $1/3$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz.

$$10 \overline{) 3} \begin{array}{r} 3 \\ 9 \\ \hline 10 \\ 21 \\ \hline 13 \\ 21 \\ \hline 13 \\ 21 \\ \hline \dots \end{array} \quad 0,333 \quad \overline{3}$$

19. $1/7$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz.

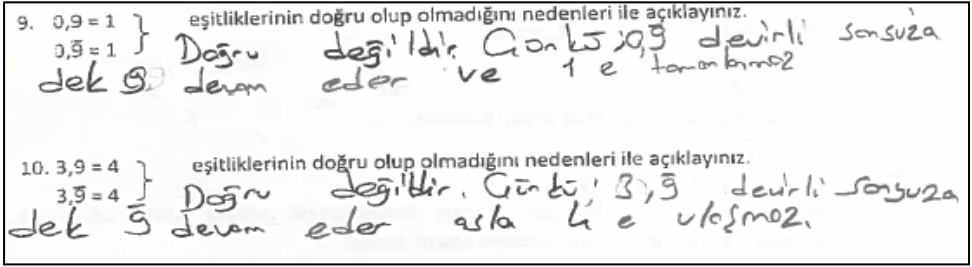
$$10 \overline{) 7} \begin{array}{r} 1 \\ 7 \\ \hline 30 \\ 21 \\ \hline 90 \\ 70 \\ \hline 20 \\ 14 \\ \hline 60 \\ 49 \\ \hline 11 \\ 7 \\ \hline \dots \end{array} \quad 0,142857 \quad \dots$$

20. Aşağıda örneklerde verilen sayılara ait r sayısının modelini boş olarak verilen diktör

Şekil 7. Ö15 kodlu öğrencinin 18. ve 19. sorulara verdiği yanıt

“ $0, \bar{9}$ hiçbir zaman bire eşit olamaz “

Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde, $0,9$ ve $0, \bar{9}$ için “hiçbir zaman bire eşit olamaz, çünkü birden eksiktir” diyen öğrenci devirli gösterime sahip sayıları kısıtlı algılamaktadır. Ö17’nin vermiş olduğu cevap incelendiğinde,



Şekil 8. Ö17 kodlu öğrencinin 9. ve 10. sorulara verdiği yanıt

öğrenci devirli gösterime sahip sayıyı kısıtlı algılamakta ve $0, \bar{9}$ 'un yakınsaklığını göz ardı edip hiçbir zaman bire tamamlanmayacağını düşünmektedir.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Çalışma sonucunda öğrencilerin aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılama türünden kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Bu da öğrencilerin devirli ondalık açılama sahip sayılar ile ilgili kavramsal öğrenmelerinin arzu edilen düzeyde olmadığını göstermektedir.

Özellikle, öğrencilerin devirli ondalık gösterime sahip sayılara ilişkin aşırı genelleme türünden çok sayıda kavram yanlışına sahip oldukları tespit edilmiş olup, bu yanlışların bazılarının daha önceki çalışmalarda (Sackur-Grisvard ve Leonard, 1985; Nesher ve Peled, 1986; Resnick ve ark., 1989; Bell ve Baki, 1997; Steinle ve Stacey, 1998; Sulak ve diğerleri, 1999; Yılmaz, 2007) ortaya çıkan ondalık sayılar konusunda sıkça karşılaşılan kavram yanlışlarından biri “uzun olan büyüktür” kavram yanlışsıdır (Sackur-Grisvard ve Leonard, 1985; Nesher ve Peled, 1986; Resnick ve ark., 1986; Stacey ve Steinle, 1998). Bu kavram yanlışına sahip öğrenciler doğal sayılar kümesine ait bir özelliği ondalık sayılar kümesine genelleyerek aşırı genelleme türünden bir kavram yanlışına sahiptir. Bu çalışma sonucunda öğrencilerin, devredeni uzun olan büyüktür kavram yanlışına sahip oldukları görülmüştür. Bu durumun ise ondalık sayılardaki sebeplere paralel olarak, öğrencilerin doğal sayılarda basamak sayısı fazla olan sayı büyüktür düşüncelerini, devirli kısmı fazla olan büyüktür düşüncesine genellemelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Literatürde ondalık sayılar konusunda sıkça karşılaşılan kavram yanlışlarından biri de “kısa olan büyüktür” kavram yanlışsıdır (Sackur-Grisvard ve Leonard, 1985; Nesher ve Peled, 1986; Resnick ve ark., 1986; Stacey ve Steinle, 1998). Bu kavram yanlışına sahip öğrencilerin

bir kısmı ondalık sayıları negatif sayılar gibi düşünerek, negatif sayılarda geçerli bir özelliği ondalık sayılar kümesine genelleyerek aşırı genelleme türünden bir kavram yanılgısına sahiptir. Bu kavram yanılgısına sahip öğrenciler negatif tam sayılar kümesine ait bir özelliği ondalık sayılar kümesine genelleyerek aşırı genelleme türünden bir kavram yanılgısına sahiptir. Buna paralel olarak bu çalışma sonucunda öğrencilerin, devredeni kısa olan büyüktür kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Bu durumun ise ondalık sayılardaki sebeplere paralel sebeplerden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Ayrıca bu çalışmanın sonucunda öğrencilerin devirli gösterime sahip sayılarla yapılan işlemler ile ilgili bölme işlemi her zaman sonucu küçültür ve çarpma işlemi her zaman sonucu büyütür kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Benzer şekilde yapılan araştırmalar, öğrencilerin işlemlerin etkilerini anlamada “çarpma büyütür, bölme küçültür” genellemesi ile hareket ettiklerini belirtmektedir (Ball, 1990; Mack, 1995; Baki, 2008; Harç, 2010; Şengül, 2013). Buradan da anlaşılacağı gibi öğrenciler bu genellemelerini devirli ondalık gösterime sahip sayılar içinde geçerli olarak algılamaktadır. Bunun ise öğrencilerin geçmiş deneyimlerinden kaynaklanan bir kavram yanılgısı olduğu düşünülmektedir. Öğrenci doğal sayılarla ilgili öğrenmeler yaşarken çarpmanın büyüttüğü ve bölmenin küçülttüğü deneyimine sahiptir. Ancak sayı kümeleri genişlerken, öğrenci zihnindeki bu şemanın da genişlemesi gerekmektedir. Öğrenci bu şemayı genişletecek deneyimler yaşamadığı sürece, bu tür kavram yanılgılarının ortaya çıkması kaçınılmazdır. Dolayısıyla bu konuda en büyük görev öğretmenlere düşmektedir. Öğretmenler bu tür kavram yanılgılarının önüne geçmek için, devirli ondalık gösterime sahip sayılarda çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili uygulamalarda öğrencilerin bu durumu sezmelerini sağlayabilir.

Çalışma sunucunda bazı öğrencilerin devirli sayılarla yapılan işlemlerin sonuçları da devirlidir aşırı genellemesine sahip oldukları görülmüştür. Bunun kavram yanılgısının ise öğrencilerin “reel sayılarla yapılan temel işlemlerin sonucunun da reel sayılar kümesindedir” şemasını devirli ondalık gösterime sahip sayılar kümesine yanlış genellemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin virgüller alt alta gelecek şekilde işlemler yapılır ve sonuçta işleme alınan sayılardaki kadar devreden vardır kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Bunun sebebi ise öğrencilerin devirli gösterime sahip olmayan ondalık sayıları toplama işlemine ait işlemsel özellikleri (örneğin, ondalık sayılarda toplama işlemi yapılırken virgüller alt alta gelecek şekilde yazılır, toplama işlemi yapılır, virgül aynı hizaya koyulur düşüncesi) aşırı genelleyerek devirli ondalık gösterime sahip sayılarda toplama işleminde de kullanmasıdır. Dolayısıyla öğrenciler devirli sayıları görmezden gelerek toplama işlemini yapar ve devreden sayısına göre sonucun devreden kısmına karar verebilir. Benzer şekilde Şengül (2013) öğretmen adaylarının ondalık gösterime sahip sayılarla yapılan çarpma işleminde virgölün yerini belirlerken kurala dayalı stratejiler kullandığını belirtmektedir. Dolayısıyla çalışmada belirlenen bu kavram yanılgısının giderilebilmesi için ders uygulamalarına ön öğrenmelere dayalı geliştirilen kuralların geçerli olmadığını gösteren “karşıt örnekler” eklenebilir. Aynı zamanda öğrencilerin devirli sayılar yuvarlandığı için $0,9^- = 1$ dir kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu sonuca paralel olarak bazı çalışmalarda öğrencilerin devirli sayıları yuvarlama eğiliminde oldukları ve $0,9^-$ yuvarlandığı için 1 e eşittir düşüncesinde oldukları görülmektedir (Stenlie & Pierce, 2006; Stacey & Steinle, 1998; Weller, Arnon &

Dubinsky, 2009). Dokuzuncu sınıf seviyesindeki öğrenciler dizi ve yakınsaklık kavramlarına ait deneyimlere sahip değildir. Ancak öğrenciler öğretim programı gereği devredeni 9 olan sayıların eşitini bulmayla ilgili deneyime sahiptir. Yapılan araştırmalar öğrencilerdeki bu kavram yanlışlarının APOS teorisine göre hazırlanan etkinliklerle değiştirilebileceğini göstermektedir (Weller, Arnon & Dubinsky, 2009; Brijlall ve ark., 2011). Bu bağlamda burada yapılan işlemin yuvarlama olmadığını sezdirecek deneyimlerin yaşatılması önemli görülmektedir.

Buraya kadar tartışılan sonuçlar öğrencilerin aşırı genelleme türünden kavram yanlışlarına yöneliktir. Çalışma sonucunda öğrencilerin devirli ondalık gösterime sahip sayılarda geçerli olmayan birçok özelliği, devirli ondalık sayılara yanlış genelledikleri görülmüştür. Bu tür kavram yanlışlarında öğrenciler bir özelliği ya da kuralı geçerli olmadığı halde devirli ondalık gösterime sahip sayılara genellemektedirler. Dolayısıyla aşırı genelleme türündeki bu kavram yanlışlarının giderilmesi için derslerde “karşıt örnekler” in kullanılması önerilebilir. Böylece öğrencilerin devirli ondalık gösterime sahip sayılara genellenemeyecek özellikleri görmesi sağlanabilir.

Çalışma sonucunda öğrencilerin aşırı özelleme türünden devirli sayılar yuvarlanır, ondalık sayılar yuvarlanmaz kavram yanlışısına sahip oldukları görülmüştür. Bu kavram yanlışısına sahip öğrenciler doğal sayılar, ondalık sayılar, tam sayılar gibi birçok sayı kümesinde geçerli olan yuvarlama işlemini devirli ondalık gösterime sahip sayılara özellemekte ve diğer sayılar için uygulanamaz olarak görmektedir. Bunun ise yine öğrencilerin dizi ve yakınsaklık kavramına dair deneyime sahip olmamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü öğrenci derste $0,9 \neq 1$ olduğunu öğrenmekte ancak sebebini bilmemektedir. Bunu yuvarlama ile açıklayan öğrencinin, doğal olarak yuvarlamayı sadece devirli sayılar için yapabilir gördüğünden bu kavram yanlışısına sahip olduğu düşünülmektedir. Tüm bunlar göz önüne alındığında öğretim sırasında yapılan işlemin bir yuvarlama işlemi olmadığına dair etkinliklere yer verilmesi önerilebilir.

Çalışmada, öğrencilerin yanlış tercüme türünden, devreden sayılar okunurken devredeni ayrıca belirtmeye gerek yoktur kavram yanlışısına sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bunun sebeplerinin ise öğretmenlerin devirli ondalık gösterime sahip sayıları okurken her seferinde doğru şekilde telaffuz etmemeleri ve öğrenciler bu sayıları okurken yanlış okumalarına öğretmenlerin müdahale etmemeleri olduğu düşünülmektedir. Hem matematikte hem de günlük konuşmada farklı bireylerin aynı sözcüğe farklı anlamlar yüklemeleri çok sık görülen bir durumdur, dolayısıyla tam da iletişim kurduğumuzu düşünürken bunu yapamıyor olabiliriz (Orton & Frobisher, 1996). Bu ise çoğunlukla bireylerdeki yanlış tercüme türünden kavram yanlışlarından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla bu tür kavram yanlışları matematiksel dilin etkin kullanımını engellediğinden, kavram yanlışlarının oluşmaması ve giderilmesine yönelik yapılacak etkinlikler önemli görülmektedir.

Çalışma sonucunda öğrencilerin devirli ondalık gösterime sahip sayılarda kısıtlı algılama türünden kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Öğrenciler devirli

gösterime sahip sayıları kısıtlı algılamakta ve uzunlukları sınırlıdır kavram yanılgısına sahiptir. Bunun ise öğrencilerin devreden kısmın sonsuz basamakta devam etmediği düşüncelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu düşüncede sonsuzluk kavramının ve irrasyonel sayıların öğrenimini olumsuz etkileyen önemli etkenlerden biri olduğundan sonsuz basamağı sezdirici etkinliklerin yapılması önemli görülmektedir. Benzer şekilde öğrencilerin bir rasyonel sayının devirli gösteriminin yazılması için paydanın 9, 99, 999... gibi bir sayıya dönüştürülmesi gerekir kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. O'connor (2001), öğrenme ortamında yapılan söylem analizi sonucu devirli sayıların öğretiminde paydası kolayca onun kuvvetlerine eşit bir rasyonel sayı dizisine dönüştürülemeyen devirli ondalık gösterime sahip sayılar için hesap makinelerinin sınırlı ekranları dikkate alınarak çeşitli işlemler yaptırılabilirliğini belirtmektedir. Böylece öğrencilerin paydaları devirli olduklarını bildikleri bir forma kolayca dönüştürülemeyen sayılarında devirli olabileceğini görebileceğini belirtmektedir. Bu bağlamda öğrencilere kolayca bu forma çevrilemeyen sayılarında devirli olabileceğini vurgulayan hesap makinesi etkinliklerinin uygulanması önerilebilir.

Çalışma sonucunda öğrencilerin devreden kısım uzun olamaz kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Benzer şekilde Vinner ve Kidron (1985) de öğrencilerin çoğunun $1/7$ sayısının devirli olduğunu algılayamadıklarını belirtmektedir. Bunun ise öğrencilerin devredeni kolayca görme veya bölme işlemi ile devreni hemen bulma eğilimlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrenciler devreden kısmın kolayca görünen kısa bir grup olduğunu düşünmektedir. Dolayısıyla devreden kısım uzun olamaz kavram yanılgısıyla $1/7$ bölme ve virgülden sonraki birkaç basamakta devreden görülmediğinden, $1/7$ sayısı devirli değildir sonucuna ulaşmaktadırlar. Bu kavram yanılgısını gidermek için yine devredeni uzun olan sayılarla hesap makinesi etkinlikleri yapılması önerilebilir. Ayrıca çalışma sonucunda öğrencilerin $0,9$ hiçbir zaman bire eşit olamaz kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Bu sonuca paralel olarak literatürde öğrencilerin bu kavram yanılgısına sahip olduğu belirtilmektedir (Burroughs & Yopp, 2010; Weller, Arnon & Dubinsky, 2009). Bunun ise öğrencilerin $0,9$ ile 1 arasında bir sayı yerleştirilebileceği, $0,9$ un 1 e eşit olması için ona ekleme yapılması gerektiği, $0,9$ yuvarlandığında ancak 1 e eşit olabileceği, $0,9$ un 1 e yaklaştığı ancak hiçbir zaman 1 olmayacağı, $0,9$ un sonsuza kadar 9 devam ettiği ve bu yüzden 1 e eşit olmayacağı gibi düşüncelerden dolayı bu eşitliğin hiçbir zaman doğru olmayacağı düşüncelerinden kaynaklandığı belirtilmektedir (Weller, Arnon & Dubinsky, 2009). Ayrıca bu tür kavram yanılgılarının APOS teorisi ve ACE döngüsüne göre düzenlenen etkinliklerle giderileceğini gösteren çalışmalar dikkat çekmektedir (Welle, Arnon & Dubinsky, 2009; Brijlall ve ark., 2011). Bu bağlamda bu kavram yanılgılarının giderilmesi için öğrenme ortamlarında bu teori ve döngüye göre düzenlenen etkinliklere yer verilmesi önerilebilir.

Matematik öğretim programı gereği öğrenciler 6,7,8 ve 9.sınıflarda devirli ondalık gösterim ile ilgili deneyimler yaşamaktadırlar. Ancak yapılan çalışmanın sonucunda, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterime sahip sayılar ile ilgili aşırı genelleme, yanlış tecrübe ve kısıtlı algılama kavram yanılgısı türlerine ait çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları sonucuna varılmıştır. Bu çalışmanın sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde ise, devirli ondalık gösterime sahip sayılarla ilgili öğrenmeler

gerçekleştirmeden önce öğrencilerin ön bilgileri öğretmen tarafından kontrol edilmeli, kavram yanlışları tespit edilmeli ve öğrencilerde var olan kavram yanlışlarını gidermeye yönelik öğrenme yaşantıları sağlayacak ortamlar tasarlanmalıdır. Ayrıca, öğrenme ortamlarında işlemleri ezbere bir takım kurallar şeklinde öğretmekten ziyade devirli ondalık gösterime sahip sayılar için kavramsal bir anlama geliştirecek etkinliklere yer verilmesi önerilebilir.

Ayrıca bu çalışmada hazırlanan testte, öğrencilerin devirli ondalık gösterime sahip sayıların sayı doğrusundaki yeri hakkındaki kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik soru mevcut değildir. Yapılacak olan ileriki çalışmalarda teste bu kavram yanlışları belirlemeye yönelik soruların eklenmesi önerilebilir. Aynı zamanda diğer sınıf seviyelerindeki öğrencilerin kavram yanlışları ve bu kavram yanlışlarının öğrenim kademesine göre değişimini inceleyen çalışmaların yapılması önerilebilir.

Identifying Misconceptions of Nine Grade Students on Repeating Decimals

Extended Abstract

Representation of repeating decimals as a part of numbers unit takes place in 6,7, 8 and 9 grade mathematics curriculum (MEB, 2007; MEB, 2011). Related literature illustrates that students have various misconceptions on rational numbers as one of the units of school mathematics (Bulgar, 2003; Stafylidou & Vosniadou, 2004; Soylu & Soylu, 2005; Moloney & Stacey, 1996, 1997; Baki & Bell, 1997; Steinle & Stacey, 1998; Yılmaz, 2007). Besides these findings, misconceptions on decimal notations were studied by many researchers (Resnick, Nesler, Leonard, Magone, Omanson & Peled 1989; Sulak, Ardahan, Avcioğlu & Sulak, 1999; Gür & Seyhan, 2004; Alkan, 2009). On the other hand, there is no any research study about students' misconceptions on repeating decimal representations. The aim of the present study is to identify nine grade students' misconceptions on repeating decimals through using a questionnaire including open ended questions.

The questionnaire was developed with regard to the classification of misconceptions as overgeneralization, overspecialization, mistranslation and limited conception. Forty nine grade students answered the open ended questions. Their answers were interpreted according to the classification of misconceptions. Findings are presented in the following table:

Overgeneralization	<i>Longer is larger. If a repeating decimal has a long continuing, it is larger</i>
	<i>Shorter is larger: If a repeating decimal has a short continuing, it is larger</i>
	<i>Division makes numbers smaller</i>
	<i>Product is always bigger than one or both of the numbers involved.</i>
	<i>Sum of two repeating decimals is a repeating decimal.</i>
	<i>Product of two repeating decimals is a repeating decimal.</i>
	<i>Subtraction of two repeating decimals is a repeating decimal.</i>
	<i>Division of two repeating decimals is a repeating decimal</i>
	<i>The continuing of outcome of sum of two repeating decimals is equal to the continuing of two repeating decimals</i>
	<i>We can round off repeating decimals so $0,\overline{9}=1$</i>
Overspecialization	<i>We can round off repeating decimals, but decimals</i>

 Table Continued

Mistranslation

We do not need to state the continuing part of repeating decimal

Continuing part of repeating decimal is limited

To write the representation of a repeating decimal denominator should be transferred into 9, 99, 999, ...

Limited concept

Continuing part of repeating decimal cannot be long

$0.\overline{9}$ is never equal to 1

As a part of rational numbers unit the topic of “representation of repeating decimals” is introduced at 6, 7, 8 and 9 grades in our schools. In spite of this, findings of this study illustrate that even nine grade students still have some common misconceptions about this topic. In fact these misconceptions are learned from school instruction based on procedural approaches. This means that nine grade students formed their misconceptions about decimals in early grades that may lead students to reason incorrectly about infinitely repeating decimals. In this study, especially students’ common misconceptions are grouped as overgeneralization. Some students pick longer decimals to be larger number. Some also pick shorter decimals to be larger number. There are a variety of reasons why they do these. These students may have place value difficulties and have not adequately made the decimal and repeating decimal link.

Teachers were suggested to use diagnostic tests including open ended tasks so that misconceptions can be revealed, discussed and eliminated. Teachers should support instruction on repeating decimals by concrete models, various examples and calculator or computer-based activities which are easy for students to understand conceptually.

Kaynaklar/References

- Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ve bu sayıların sayı doğrusundaki gösterimleri konusundaki yaygın yanlışları ve kavram yanlışları* (Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara). <http://tez2.yok.gov.tr/> adresinden edinilmiştir.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayınları.
- Baki, A. ve Bell, A. (1997). *Ortaöğretim matematik öğretimi*. Ankara: YÖK Öğretmen Eğitimi Yayınları.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (2), 132-144.
- Baykul, Y. (2001). *Elementary mathematics education*. Ankara: Pegem Publications.
- Brijlall, D., Moharaj, A., Bansilal, S., Mkhwanazi, T., & Dubinsky, R. (2011). A pilot study exploring pre-service teachers understanding of the relationship between $0.\overline{9}$ and 1. In H. Venkat & A. A. Essien (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA): Mathematics in a Globalised World*. University of the Witwatersrand, Johannesburg.
- Bulgar, S. (2003). Children's sense-making of division of fractions. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 319-334.
- Burroughs, E., & Yopp, D. (2010). Prospective teachers' understanding of decimals with single repeating digits. *Investigations in Mathematics Learning*, 3, 23-42.
- Dubinsky, E., Arnon, I., & Weller, K. (2013). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion: The case of and 1. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 13(3), 232-258.
- Gür, H. ve Seyhan, G. (2004). *İlköğretim 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki hataları ve kavram yanlışları*. <http://www.matder.org.tr/bilim/gshg.asp?ID=76> adresinden 27 Kasım 2005 tarihinde erişilmiştir.
- Harç, S. (2010). *6. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu kavramı açısından mevcut durumlarının analizi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye.
- Mack, N. K. (1995). Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 422-441.
- MEB, (2007). *İlköğretim matematik dersi 6- 8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. www.ttkb.meb.gov.tr adresinden 12 Şubat 2013 tarihinde erişilmiştir.
- MEB, (2011). *Ortaöğretim matematik dersi 9- 12. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. www.ttkb.meb.gov.tr adresinden 10 Mart 2013 tarihinde erişilmiştir.
- Moloney, K. & Stacey, K. (1996). Understanding decimals. *The Australian Mathematics Teacher*, 52(1), 4-8.
- Moloney, K., & Stacey, K. (1997). Changes with age in students' conceptions of decimal notation. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 25-38.
- Nesher, P., & Peled, I. (1986). Shifts in reasoning: The case of extending number concepts. *Educational Studies In Mathematics*, 17, 67-79.

- O'Connor, M. C. (2001). "Can any fraction be turned into a decimal?" A case study of a mathematical group discussion. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1-3), 143-185.
- Orton, A., & Frobisher, L. (1996). *Insights into teaching mathematics*. London: Cassell.
- Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.
- Sackur-Grisvard, C., & Leonard, F. (1985). Intermediate cognitive organization in the process of learning a mathematical concept: The order of positive decimal numbers. *Cognition and Instruction*, 2, 157-174.
- Smith, J. P., diSessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: Kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2).
- Stacey, K., & Steinle, V. (1998). Refining the classification of students' interpretations of decimal notation. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 6, 1-21.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S., (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14, 503-518.
- Steinle, S., & Stacey, K. (1998). *The incidence of misconceptions of decimal notation amongst students in Grades 5 to 10*. <http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/decimals/SLIMversion/backinfo/refs/MER> adresinden 10 Ocak 2014 tarihinde erişilmiştir.
- Steinle, V., & Pierce, R. (2006). Incomplete or incorrect understanding of decimals: An important deficit for student nurses. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 161-168). Prague: PME.
- Sulak, H., Ardahan H., Avcioğlu, A. ve Sulak, H. (1999), Sayıların öğretiminde yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler. *Araştırma Vakfı Projesi*, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Şengül, S. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının kullandıkları sayı duyusu stratejilerinin belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(3), 1951-1974
- Vinner, S., & Kidron, I. (1985). The concept of repeating and non-repeating decimals at the senior high level. In L. Steefeld (Ed.), *Proceedings of the 9th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 357-361). Noordwijkerhout, The Netherlands.
- Weller, K., Arnon, I., & Dubinsky, E. (2009). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 9(1), 5-28.
- Yağbasan, R. ve Gülçiçek, Ç. (2003). Fen öğretiminde kavram yanlışlarının karakteristiklerinin tanımlanması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(13), 102-120.

- Yılmaz, Z. (2007). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (Uşak ili örneği)* (Yüksek lisans tezi, Eskisehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir). <http://tez2.yok.gov.tr/> adresinden edinilmiştir.
- Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram yanlışsı nedir?, M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.ler) *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* içinde (ss. 1-8). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.

Kaynak Gösterme

Baki, A. ve Aydın-Güç, F. (2014). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanlışları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(2), 176-206.

Citation Information

Baki, A., & Aydın-Güç, F. (2014). Identifying misconceptions of nine grade students on repeating decimals. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(2), 176-206.

Ek 1. Devirli Ondalık Gösterim Tanı Testi

Sevgili arkadaşlar,

Bu test sizin devirli ondalık gösterime sahip sayılar hakkındaki kavramalarınız belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu amaçla, testte daha önce öğrenmiş olduğunuz devirli ondalık gösterim ile ilgili açık uçlu sorular yer almaktadır. Sizden istenen verilen sorulara doğru olduğunuzu düşündüğünüz cevabı vermeniz ve gerekli açıklamaları yapmanız. Lütfen doğru cevabını bilmediğiniz soruya “**bilmiyorum**” yazınız. Düşüncelerinizi mümkün olduğunca **kapsamlı, açık ve anlaşılır** şekilde yazmanızın araştırmayı olumlu yönde etkileyeceğini unutmayınız.

Çalışmaya katkılarınızdan dolayı teşekkür ederiz.

- 1) $3,33\bar{3}$ ifadesini rasyonel olarak yazınız.
- 2) $3, \bar{3}$ ifadesinin çarpmaya göre tersini bulunuz.
- 3) Aşağıda verilen örnekleri göz önünde bulundurarak verilen sayıyı oluşturan rakamların basamak değerleri toplamı olarak yazınız.
 $45=40+5$
 $5,3=5+0,3$
 $3, \bar{3}= ?$
- 4) Aşağıda verilen sayı çiftlerinden **büyük olanı** yuvarlak içine alınız. Eğer eşit olanlar varsa **eşittir** yazınız.

a) $3, \bar{3}$ ya da $3,3\bar{3}$	d) $3,45$ ya da $3, \overline{45}$
b) $3, \overline{45}$ ya da $3,4\bar{5}$	e) $0,2$ ya da $0, \bar{2}$
c) $3, \overline{123}$ ya da $3,1\overline{23}$	

- 5) $0,\bar{9} \times 0,\bar{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden **doğru olanları** işaretleyiniz.
- $0,\bar{9}$ dan büyüktür.
 - Devirlidir.
 - $0,\bar{2}$ ile $0,\bar{9}$ arasındadır.
 - $0,\bar{2}$ den küçüktür.
 - $0,\bar{2}$ den büyüktür.

- 6) $3,\bar{3}/0,\bar{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden **doğru olanları** işaretleyiniz.
- $3,\bar{3}$ den küçüktür.
 - Devirlidir.
 - $0,\bar{2}$ ile $3,\bar{3}$ arasındadır.
 - Tam sayıdır.

- 7) Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz.

a) $2,\bar{2}45 + 3,\bar{5}48 =$ b) $3,\bar{4}78 + 8,\bar{9}87 =$ c) $6,\bar{6}87 + 3,\bar{3}68 =$

- 8) $32,\bar{4}5\bar{3}$ sayısında 4 ile 5 rakamlarının basamak değerleri arasındaki fark kaçtır?

- 9) $0,9 = 1$ } eşitliklerinin doğru olup olmadığını nedenleri ile açıklayınız.
 $0,\bar{9} = 1$ }

- 10) $3,9 = 4$ } eşitliklerinin doğru olup olmadığını nedenleri ile açıklayınız.
 $3,\bar{9} = 4$ }

- 11) $3,\bar{3}$ sayısını $0,\bar{3}$ e bölünüz.


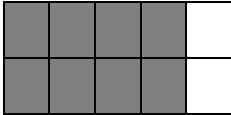

- 12) “Bir bütünü 3 parçaya böldüğümüzde bir parçanın büyüklüğü, aynı bütünün $0,\bar{6}$ sının yarısına eşittir” Cümlesinin doğru olup olmadığını hem matematiksel hem de aşağıda verilen boş dikdörtgen modelleri üzerinde gösteriniz.

Matematiksel gösterim	Şekilsel gösterim
	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin-right: 10px;"></div> ? = <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin-left: 10px;"></div> </div>

- 13) Aşağıdaki sayıların okunuşunu yazınız
 a) $8,7\overline{45}$
 b) $2,00\overline{5}$
 c) $3,\overline{4}$
- 14) 3 tam yüzde 45 devirli olan sayıyı yazınız.
- 15) 5 tam yüzde 4 devirli olan sayıyı yazınız.
- 16) “Devirli ondalık gösterim” ne ifade ediyor. Açıklayınız.
- 17) Aşağıda verilen sayıların istenen basamaklarındaki rakamları yazınız. Eğer bu basamak yok ise “**yok**” , bilmiyor iseniz “**bilmiyorum**” yazınız.

Sayı	Onda birler basamağı	Yüzde birler basamağı	Binde birler basamağı
$3,5\overline{4}$			
$7,5\overline{23}$			
$6,10\overline{34}$			

- 18) $1/3$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz.
- 19) $1/7$ kesrinin ondalık karşılığını bulunuz.
- 20) Aşağıda örneklerde verilen sayılara ait modelleri göz önünde bulundurarak, $0, \overline{3}$ sayısının modelini boş olarak verilen dikdörtgeni kullanarak gösteriniz.

Sayı	$1/5$	$0,8$	$0, \overline{3}$
Model 1			

- 21) Aşağıda verilen ifadelerden doğru olanların karşısına “D” yanlış olanların karşısına “Y” yazınız. Yanlış ve doğru olup olmadığını bilmiyorsanız “bilmiyorum” yazınız.
- a) Her devirli gösterime sahip sayı bir rasyonel sayıdır.....
 - b) Her rasyonel sayının bir devirli ondalık gösterimi vardır.....
 - c) Bazı devirli ondalık gösterimler ondalık kesir değildir.....
 - d) Bazı devirli ondalık gösterime sahip sayılar rasyonel değildir.....
 - e) İki devirli sayının çarpımı, çarpan ve çarpılandan büyüktür.....
 - f) İki devirli sayının çarpımı, her zaman devirli bir sayıdır.....
 - g) İki devirli sayının bölümü, bölünenden küçüktür.....
 - h) İki devirli sayının bölümü, her zaman devirlidir.....
-