

## 7. Sınıf Öğrencilerinin Fraktallara İlişkin İnförmel Anlamalarının Belirlenmesi<sup>1</sup>

Derya Günay<sup>2</sup>

Tolga Kabaca<sup>3</sup>

### Özet

Bu çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin fraktal yapılaraya yönelik införmel anlamalarını belirlemek amaçlanmıştır. Bunun için 7. sınıfta okuyan 18 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılarak fraktalları öğrencilerle tanıştırmadan önce ön bilgilerinin ne düzeyde olduğuna ilişkin bilgi toplanmıştır. Klinik görüşmeler bir görüşme formu çerçevesinde iki aşamada gerçekleştirilmiştir. 1. aşamada öğrencilerden belirli bir adımı verilen örüntünün önceki ve sonraki adımını çizmeleri ve açıklamaları, 2. aşamada ise öğrencilerden aralarında fraktalların da bulunduğu sekiz örüntüyü sınıflandırmaları istenmiştir. Öğrenciler, her şeklin önceki ve sonraki adımını doğru çizemeseler de doğru çizim yapan öğrencilerin kullandıkları ifadelerden fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini kullanarak fraktalları införmel olarak fark ettikleri belirlenmiştir. Örüntüleri sınıflandırırken ise tüm fraktalları aynı grupta bir araya getiren hiçbir öğrenci olmasa da, fraktal yapıdaki örüntülerden ikisini ya da üçünü tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini ayırt edici olarak kullandıklarını belirten ifadeler kullanarak bir gruba aldıkları görölmüştür. Sonuç olarak 7. sınıf öğrencilerinin formel anlamda fraktal kavramını bilmeseler dahi sezgisel olarak fraktallara ilişkin farkındalıklarının olduğu ve bu farkındalığın belirlenmesinde fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini införmel olarak kullandıkları tespit edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Fraktal, fraktalların özellikleri, införmel anlama, 7. sınıf

### Abstract

The aim of this research is to investigate 7th grade students' informal understandings of the concept of fractal in relation to its characteristics. The case research method was employed for this study, clinical interviews with 18 7th grade students was conducted by using an interview protocol. The interview protocol consisted of two parts. In the first part, the students were asked draw previous and next stages of a given pattern at a certain stage. In the second part, 8 patterns were given to the students and they were asked to classify them. Some of the patterns were in fractal structure, while some of them were not. The findings showed that even though the students have not learned the fractals formally, they could recognize fractals informally. According to their drawings and explanations, these students could distinguish fractals from other patterns regarding their characteristics such as iteration

<sup>1</sup>Bu çalışma 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

<sup>2</sup>MEB, Matematik Öğretmeni, [kalipso85@gmail.com](mailto:kalipso85@gmail.com)

<sup>3</sup>Yrd. Doç. Dr., Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, [tolgakabaca@gmail.com](mailto:tolgakabaca@gmail.com)

and self-similarity. These results suggest that 7th grade students have informal understandings of the concept of fractal in relation to its characteristics prior to formal instruction.

**Key Words:** Fractal, fractals' characteristics, informal understanding, 7<sup>th</sup> grade

## 1. Giriş

Geometri öğrenme alanı örüntüler ve süslemeler alt öğrenme alanı içerisinde yer alan doğru ve çokgen modellerinden örüntüler inşa etme ve bunların arasından fraktal olanları belirleme kazanımı yer almaktadır (MEB, 2009). Gerçek hayatı modellemede daha fazla imkân tanınmasından dolayı Öklid dışı geometri kavramlarından olan fraktalların öğrencilerle tanıştırılması son yıllarda ön plana çıkmıştır. Baki (2001) öğrencilerin çevrelerindeki fiziksel dünyayı anlamalarında fraktal geometrinin Öklit geometrisinden daha çok fayda sağladığını belirtmiştir.

Geometri programında, başlangıçta informal olarak farkındalık sağlayacak etkinliklerin devamında formel bir öğretim sürecinin planlanması önerilmektedir (MEB, 2009). Geometri programındaki sarmal yapının gereği olarak öğrencilerin sahip oldukları informal bilgilerin ve informal anlamaların formel öğrenme sürecinde olumlu etkisinin olduğu bilinmektedir (MEB, 2009). İnfornel bilgilerin kullanılarak öğrencilerin geliştirdikleri informal anlamalara ilişkin çalışmalara rastlamak mümkündür (Baroody ve Wilkins, 1994; Betts ve Crampton, 2011; Maher ve Powell, 2013; Mamade, Nunes ve Bryant, 2005; O'Toole, 2006). Bu çalışmalar bir konuya ilişkin informal anlamının, bilginin yapılandırılması için önemli bir alt yapı oluşturacağını göstermektedir.

Sınıf seviyeleri farklı olsa da öğrencilerin fraktal yapıları formel bir öğretimden önce de fark edebildikleri görülmüştür (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Simmt ve Davis, 1998; Vacc, 1999). Vacc'ın (1999) 2. ve 4.sınıf öğrencileri ile fraktal modellerini tanımlama, fraktalların biçimlerini ifade etme ve fraktallarda öz benzerlik özelliğini tanımaya yönelik yaptığı çalışmasında, öğrencilerin fraktallara yönelik yaratıcı ifadeler oluşturdukları ve öğretmenin rehberliğinde fraktalların öz benzerlik özelliğini tanıdıkları sonuçlarına ulaşmıştır. Brigner ve Ury'nin (2002) 6.sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrenciler önce kağıt kalem etkinlikleri ile, sonra da bir bilgisayar yazılımı kullanarak bir takım yönergeler doğrultusunda Sierpinski üçgeni fraktalını oluşturmuşlar ve bu fraktalda var olan tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini keşfetmişlerdir. Beigie (2005) bir bilgisayar yazılımı üzerinde 7.sınıf öğrencileri ile çalışarak öğrencilerin kendi fraktal yapılarını oluşturmalarına ve oluşturdukları fraktalları isimlendirmelerine rehberlik etmiş, öğrencilerin fraktallardaki tekrarlı yapıyı ve öz benzer parçaları gözlemlenmelerini sağlamıştır. Karakuş'un (2011) bir öğretim programı hazırladığı ve bu programın öğrenilebilirliğini değerlendirdiği üniversite 1.sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin hazırlanan program sayesinde kendi fraktal tanımlarını oluşturdukları ve fraktalları tanımada başarılı oldukları, aynı zamanda öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerinden faydalandıkları sonuçlarına ulaşılmıştır. Öğrenciler belirtilen çalışmalar ile hem bir fraktalın oluşumunu gözlemlemiş, hem de fraktalın oluşum süreci

boyunca fraktalın yapısını ve özelliklerini tanıma fırsatı elde etmişlerdir. Öğrenciler fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini tanıma eğiliminde oldukları görülmüştür.

Aslında fraktalların tekrarlama, öz benzerlik, kesirli boyut ve karmaşıklık olmak üzere 4 temel özelliği olmasına karşın öğrenciler tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini infornel olarak fark etmişlerdir. Bu özelliklere şu şekilde değinilebilir (Peitgen vd.,1991; Choate, 1999; Peitgen vd., 2004; Akt. Karakuş, 2011):

1. Tekrarlama (İteration): Matematiksel anlamda bir fonksiyonun kendisi ile bileşkesi olarak tanımlanabilen tekrarlama, bir çıktının bir sonraki işlemde girdi olarak kullanılması ile elde edilen süreci tanımlar. Bir sürecin ardışık olarak devam etmesidir. Özelde fraktallarda her bir adım bir sonraki adım için başlangıç oluşturur. Öz benzerlik özelliğinin ortaya çıkması için tekrarlama kuralının gerçekleşmesi gerekmektedir.

2. Öz benzerlik (Self similarity): Bir fraktalın herhangi bir parçasının fraktalın bütününe benzemesine öz benzerlik denir. Öz benzerlik için parça-bütün ilişkisinde tamamen öz benzer olmasına gerek yoktur. Bir ağacın sahip olduğu dallar tamamen birbirine benzememesine karşın bunun gibi yaklaşık öz benzer yapılar da öz benzerlik özelliğini sağlamaktadır.

Bu özellikler kullanılarak fraktallarla ilgili formel bilgilere sahip olmadan da öğrencilerin sezgisel olarak bu özellikleri fark edip fraktal örüntüleri belirleyebilecekleri düşünülmektedir (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Simmt ve Davis, 1998; Vacc, 1999).

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin fraktal yapılara ilişkin kendi tanımlamalarını yapabildikleri, etkinliklerle kendi fraktal yapılarını oluşturabildikleri ve bu yapılarda bulunan özellikleri fark edebildikleri görülmektedir (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Karakuş, 2011; Lornell ve Westerberg, 1999; Simmt ve Davis, 1998; Vacc, 1999). Bu sebeple fraktal yapılara ilişkin infornel anlamaları belirlemek için fraktalların özelliklerinin kullanılabilceği fark edilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin mevcut matematik bilgilerini gözden geçirerek ve onları doğru biçimde kullanarak fraktalları keşfetmeleri sağlanabilir (Karakuş, 2011).

Bu doğrultuda çalışmanın problemi, 7. sınıf öğrencilerinin tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapılara ilişkin infornel anlamaları nasıldır?" olarak belirlenmiştir.

## 2. Yöntem

Bir olgunun kendi yaşam çerçevesi içinde çalışarak derinlemesine incelenmesini sağlayan nitel araştırma modellerinden (Yıldırım ve Şimşek, 2008) durum çalışması bu araştırmanın hedefi doğrultusunda uygun bir desen olarak seçilmiştir. Bu çalışmada bahsedilen durum öğrencilerin fraktal olan ve fraktal olmayan örüntülere karşı sergilemiş oldukları tavidir. Araştırmada öğrencilerin bu tavırları incelenmiştir. Araştırma, 2012-2013 eğitim-öğretim yılında Denizli ili merkeze bağlı dört farklı ortaokulda öğrenim görmekte olan 18 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir.

## 2.1. Verilerin Toplanması

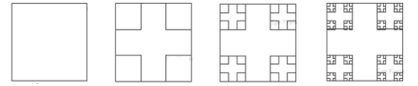
Verilerin toplanmasında her öğrenci ile yaklaşık 25 dakika süren ve video çekimi ile kayıt altına alınan klinik görüşmeler yapılmıştır. Klinik görüşmeler için Karakuş'un (2011) çalışmasından faydalanılarak taslak bir görüşme formu hazırlanmış ve bir pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma sonrasında elde edilen veriler kullanılarak görüşme formundaki sorular yeniden düzenlenmiştir. Görüşme formundaki sorular 2 aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada öğrencilere 8 farklı örüntünün yalnızca herhangi bir adımındaki oluşan şekil verilmiş, öğrencilerin örüntülerdeki bir önceki ve bir sonraki adımı çizmesi ve gerekçelerini açıklaması istenerek, öğrencilerin çizdiği şekle ve gerekçelerini açıklayabilme durumuna göre onların fraktallara ilişkin farkındalığını belirlemek amaçlanmıştır. İkinci aşamada ise örüntüler bir bütün olarak öğrencilere sunulmuştur. Burada öğrencilerden örüntüleri bir bütün olarak değerlendirmeleri ve farklı olduğunu düşündükleri örüntüleri sınıflandırmaları istenerek, fraktalları diğer örüntülerden ne derece ayırt ettiklerini, ayırt eden öğrencilerin fraktalların hangi özelliklerine göre bu ayrımı yaptıklarını belirlemek hedeflenmektedir.

Görüşme formunda yer alan örüntüler aşağıda verilmiş olup, ilk aşamada örüntülerin herhangi bir adımı kullanılarak önceki ve sonraki adım öğrencilere çizdirilmiştir.

1)



2)



3)



4)



5)



6)



7)



8)



Görüşme formunda fraktal olmayan örüntülere de yer verilerek, öğrencilerin fraktal olmayan bir örüntüde bile fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini informel

olarak fark edip edememe durumları incelenmiş, bu örüntüleri sıradan bir örüntü olarak ya da fraktal bir örüntü olarak nasıl sınıflandırdıklarına bakılmıştır.

## 2.2. Verilerin Analizi

Görüşme formunun birinci aşamasında yer alan örüntülerin herhangi bir adımının önceki ve sonraki adımları için her öğrencinin yaptığı çizimler ve açıklamalar ile ikinci aşamasında yer alan örüntülerin sınıflandırılmasına ilişkin öğrencilerin oluşturdukları gruplar ve açıklamalar tablo haline getirilerek düzenlenmiştir. Sonrasında verilerin analizinde nitel araştırma yöntemlerinin analiz türlerinden biri olan içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi, birbirine benzeyen verilerin belirli kavramlar (kodlar) ve temalar çerçevesinde bir araya getirildiği ve bunların düzenlenerek yorumlandığı analiz türüdür (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Belirlenen kodlar doğrultusunda uzmanlar tarafından kodlamalar yapılmıştır. Kodlar arasındaki ilişkilere dayanarak araştırmanın problemine hizmet edecek şekilde iki tema belirlenmiştir. Verilerin analizinde öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktalları införmel olarak fark ettiklerini belirleyecek ifadeler kullandıkları görülmüştür. Bu ifadeler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

**Tablo 1.** Öğrencilerin tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini införmel olarak kullandıklarını gösteren ifadeler

<b>Tekrarlama özelliği için kullanılan ifadeler</b>	<b>Öz benzerlik özelliği için kullanılan ifadeler</b>
Köşelerinde birer birer artıyor...	Bu büyük üçgenin içinde biraz daha küçük üçgenler...
Küçük olanları sonradan ürettiği için...	Küçük küçük aralara da koymayı düşünüyorum...
İçlerinden de üreyebilir...	İlk başta küçükler yok sadece büyükler var...
...azalacak...	Burada daha da küçük olur...
Bir sonrakinde içine...	En küçük karenin içine daha küçük kareler çizdim...
...bir bir yükselmesini sağladım...	...küçüklerinde ....
...birer tane daha konuyor...	Sonrasında da üçgen gelebilir...
...daha artacak...	Aynı şekilde bölünmüş... küçülmüş...
...gitgide azalıyor olabilir...	...iç içe...
...üçgeni azalttım...	
...bir tane arttırdım...	
Her adımda artıyor...	
...Bunun arkasına bir tane daha çizilecek...	
Üstüne bir tane daha ekleyerek...	
...biraz fazla artmış... fazla fazla artmış...	
...her boşlukta artıyor...	
...çoğalışı benziyor...	

### 3. Bulgular

Birinci ve ikinci aşamadan elde edilen veriler ayrı ayrı yorumlanmıştır.

Birinci aşamada öğrencilerin bir fraktalın önceki ve sonraki adımlarını çizmelerine yönelik elde edilen bulgular Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2.** Öğrencilerin birinci aşamadaki şekillerde tanıdıkları özellikler

Öğrenci Adları	Fraktal olan şekiller					Fraktal olmayan şekiller		
	1	2	4	6	8	3	5	7
Meriç			T, Ö		T, Ö			
Yunus								
Dilek	Ö				T			
Eren	T, Ö	T, Ö	T, Ö	T, Ö	T, Ö			
Hasan					F			
Melik		T, Ö						
Meltem								
Satı		T, Ö			T, Ö			
Simge								
Tuğra								
Banu								
Çisem								
Hülya	T, Ö			T				
Miray								
Mükerrem								
Nuray		T, Ö			F			
Ufuk								
Veli			T, Ö		T, Ö			

(T:Tekrarlama özelliğini informel olarak tanıma, Ö: Öz benzerlik özelliğini informel olarak tanıma, F: Fraktalların özelliklerini kullanmadan yalnızca fraktal yapıyı fark etme)

Klinik görüşme yapılan 18 öğrencinin yalnızca biri (Eren) fraktal bir örüntünün bir adımını belirten şeklin önceki ve sonraki adımını tüm fraktal şekiller için doğru çizmiştir. Bu öğrenci 5 fraktal şekil için de önceki ve sonraki adımı çizerken tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıları informel olarak fark ettiğine yönelik ifadeler kullanmıştır. Eren’in fraktal olan birinci şekil için yaptığı çizimler ve kullandığı ifadeler şu şekildedir:



**Şekil 1.** Eren'in birinci şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

**Eren:** (1. şeklin son adımının sağ alt köşesini göstererek)... Şöyle şu üçgenlerin küçük aralarına da koyabilirdim.

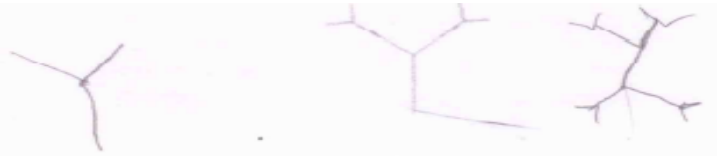
.....

**Araştırmacı:** Şimdi bunda ne yapacaksın?

**E:** Küçük küçük aralarına da koymayı düşünüyorum...

Eren'in çizimi doğru yaparak açıklamasında “.....aralarına da koymayı düşünüyorum.” ifadesini kullanması adımların birbirini tekrarladığını belirttiğinden tekrarlama özelliğini infornel olarak fark ettiğini göstermektedir. Şekli çizerken “küçük küçük...” ifadesini kullanması ise şeklin birbirine benzer üçgenlerden oluştuğunu belirttiğinden öz benzerlik özelliğini infornel olarak fark ettiği düşünülmektedir. Dolayısıyla Eren'in birinci şekilde tekrarlama ve öz benzerlik özelliği bakımından fraktal yapıyı fark ettiğini söylemek mümkündür. Eren'in diğer şekiller için de benzer ifadeler kullandığı görülmüştür.

Öğrencilerden 8'inin verilen şeklin önceki adımını oluştururken yaptıkları çizimlerin bazı şekiller için doğru olduğu ancak sonraki adımda örüntüleri fraktal yapısına uygun çizimlerle devam ettiremedikleri ve açıklayamadıkları görülmüştür. Bu sebeple önceki adım ile sonraki adım arasında bir tutarsızlık meydana geldiği için bu öğrencilerin özellikleri bakımından fraktalları infornel olarak anlamakta zorlandıklarını söylemek mümkündür. Önceki adımı doğru çizen ancak sonraki adımı aynı tutarlılıkla devam ettiremeyen öğrencilerden biri olan Ufuk'un 6. şekle ilişkin çizimi ve açıklamaları şu şekildedir:



**Şekil 2.** Ufuk'un altıncı şeklin önceki ve sonraki adımına ilişkin çizimi

**Araştırmacı:** *Bunu (6.şekli) bir şeye benzettin mi? Neye benzettin?*

**Ufuk:** *Ağaç.*

....

*6. şeklin bir sonraki adımını çiziyor.*

**A:** *Him alt tarafına ne ekledin? Buradakinin (üst kısmının) aynısı mı?*

**U:** *Evet aynısı.*

**A:** *Peki bir sonraki adım nasıl olacak?*

**U:** *Şöyle bir çizgi çizilerek devam edilir.*

Görüşme yapılan öğrencilerin hepsi de fraktal olmayan üç örüntü için de birbirine benzer yollarla oluşturulmuş çizimler yaparak birbirine benzer ifadeler kullanmışlardır. Hiçbir öğrencinin fraktal olmayan bir şekilde fraktalların özelliklerini informel olarak kullanması beklenemez. Zaten hiçbir öğrenci de buna yönelik bir açıklamada bulunmamıştır. Öğrencilerin her birinin oluşturdukları adımlar ve yaptıkları açıklamalar arasında bir tutarlılık olduğu görülmektedir.

İkinci aşamada öğrencilerden verilen 8 farklı örüntüden birbirine benzer olduğunu düşündükleri örüntüleri gruplandırılmaları istenmiştir. Burada yer alan örüntülerin 5'i fraktal örüntülere ait olup diğerleri sıradan birer örüntüdür. İkinci aşamada bulunan 5 fraktal örüntünün hepsini de aynı gruba alan öğrenci yoktur. Genellikle öğrenciler fraktalları parça parça yani yalnızca bir kısmı aynı grupta olacak şekilde gruplara ayırmışlardır.

**Tablo 3.** Öğrencilerin ikinci aşamadaki örüntülerle oluşturdukları gruplar

Öğrenci Adları	Gruplar			
Meriç	1,6	2, 4, 8	3, 7	5
Yunus		1, 2, 4 (T)		5, 6, 7
Dilek		2, 4		
Eren		1, 2, 4, 8 (T)	3, 6	5
Hasan		2, 4	6,7	
Melik		1, 2, 3, 4, 8	6, 7	5
Meltem	1	3, 8	6, 7	5
Satı		1, 2, 3, 4, 7, 8		
Simge		1, 2, 4 (T, Ö)	3, 6	5, 7, 8
Tuğra				5, 8
Banu		2, 4 (T, Ö)	1, 3, 6, 7, 8	
Çisem		1, 2, 4, 8 (T, Ö)		5
Hülya	1, 8	2, 4	6, 7	5
Miray		2, 4	3, 6	1, 5



Tablo 3'ün devamı

Mükerrem	1, 6, 8	2, 4, 7		
Nuray		1, 2, 4, 8	6, 7	
Ufuk		2, 4	1, 3, 8	5, 7
Veli		1, 2, 4, 8 (T, Ö)	6, 7	

(T: Tekrarlama özelliğini införmel olarak tanıma, Ö: Öz benzerlik özelliğini införmel olarak tanıma)

İkinci aşamada en belirgin biçimde göze çarpan durumun 2. ve 4. örüntünün çoğu öğrenci tarafından aynı gruba alınmasıdır. Bu örüntüler karelerle oluşturulduğu için öğrencilerin örüntülerdeki geometrik şekilleri dikkate alarak bu iki örüntüyü aynı gruba dahil etmiş olabilecekleri düşünülmektedir.

İkinci aşamada fraktalların bir kısmını da olsa aynı gruba alan ve açıklamalarında fraktalların özellikleri bakımından fraktal örüntüleri införmel olarak fark ettiklerini belirten ifadeler kullanan 6 öğrenci vardır. Bu öğrencilerden Simge oluşturduğu grupları harflerle isimlendirmiştir. Onun örüntüleri gruplama biçimi şu şekildedir:

**Simge:** *Şu anda şu ikisini benzettim. (1. ve 4.örüntü)*

**Araştırmacı:** *Olabilir. Neyini benzettin?*

**S:** *Çünkü ilk önce boşmuş sonra bir şey eklenmiş yine içine. Ondan sonra çoğalmış yani gittikçe çoğalışı benziyor. Sonra küçülüştü benziyor. Onlar da (1.örüntüdeki üçgenleri gösterir.) küçülmüş mesela.*

....

**A:** *Peki, başka A grubuna giren olabilir mi?*

**S:** *Başka A grubuna giren şu (2.örüntüyü gösterir.) olabilir diye düşünüyorum.*

**A:** *Neden?*

**S:** *Yine aynı şekilde çoğalmış. Sonra yine aynı şekilde bölünmüş.*

Simge bu örüntülerin aynı grupta yer almasının sebebini ise örüntülerdeki geometrik şekillerin çoğalarak ya da artarak ilerlemesi ve küçülerek devam etmesi olarak açıklamıştır. Bu örüntülerdeki üçgenlerin ve karelerin artışı aynı geometrik yapının tekrarlamaı olarak düşünülmüş olabilir. Benzer şekilde üçgenlerin ve karelerin giderek küçüldüğünü ifade etmesi de aynı yapının daha küçük olan benzerleriyle devam etmesi şeklinde düşünülmüş olabilir. Buradan hareketle öğrencinin fraktalların özelliklerinden öz benzerliği kullanarak fraktal örüntüleri införmel olarak tanıdığını söylemek mümkündür.

Klinik görüşme yapılan öğrencilerin bir kısmı fraktalları aynı gruba almalarına rağmen yaptıkları açıklamalarda örüntülerdeki şekilleri dikkate alarak grupladıklarını belirten ifadeler kullanmışlardır. Bu öğrenciler kare ile oluşturulan örüntüleri bir gruba, üçgen ile oluşturulan örüntüleri bir gruba alarak gruplamama yapmışlardır.

**A:** *...Hangileri benzer olabilir sence? Neden onla, ona benzer dedin? (2. örüntü ile 4. örüntüye A harfi yazar.)*

**Miray:** *İçindeki karelerden yararlanarak.*

Miray'ın yaptığı açıklama incelendiğinde 2. örüntü ile 4. örüntüyü aynı gruba aldığı ve grubu "A harfi" ile isimlendirdiği görülmüştür. Öğrenci fraktal olan örüntüleri gruplamıştır. Ancak bu örüntüleri aynı gruba alma sebebini "içindeki karelerden yaralanarak" şeklinde açıkladığı için Miray'ın fraktalların özelliklerini informel olarak fark ettiğini söylemek mümkün değildir.

Bu aşamada verilen 5. örüntü klinik görüşmelerde 6 öğrenci tarafından hiçbir gruba dahil edilmeyerek ayrı bir grupta değerlendirilmiştir. Öğrenciler bu örüntüde yıldızın yer değiştirme hareketi ile bir örüntü oluşturulduğunu düşünmüş olabilirler. Öğrencilerin kullandıkları ifadeler de bunu destekleyecek niteliktedir. Bu örüntüye yönelik birkaç öğrencinin açıklaması şu şekildedir:

**Eren:** *Mesela 5 hepsinden farklı...Yer değiştirmiş.*

**Melik:** *Bence dışta kalan yıldız. Çünkü buna benzer bulamadım.*

**Hülya:** *Şu hiçbir gruba girmez. Çünkü bu yer değiştirerek yapılmış.*

**Tablo 4.** Birinci ve ikinci aşamada tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini tanıyan öğrenciler

Öğrenci Adları	Birinci aşamada özellikleri tanıyanlar	İkinci aşamada özellikleri tanıyanlar	Her iki aşamada birden özellikleri tanıyanlar
Meriç	+		
Yunus		+	
Dilek	+		
Eren	+	+	+
Hasan			
Melik	+		
Meltem			
Satı	+		
Simge		+	
Tuğra			
Banu		+	
Çisem		+	
Hülya	+		
Miray			
Mükerrem			
Nuray	+		
Ufuk			
Veli	+	+	+

Çalışmaya katılan 18 öğrencinin birinci aşamadaki fraktal yapılarla ilişkin öüntüleri tamamlamada, ikinci aşamadaki öüntüleri sınıflandırmaya göre daha başarılı oldukları söylenebilir.

Birinci aşamada verilen şeklin önceki ve sonraki adımını çizerken tekrarlama ve öz benzerlik özellikleri bakımından fraktal yapıyı införmel olarak fark eden öğrenciler olan Meriç, Dilek, Melik, Satı, Hülya ve Nuray'ın ikinci aşamadaki öüntüleri sınıflandırmada aynı farkındalığa sahip olmadıkları görölmüştür. Fraktal öüntüleri ikişerli ya da üçerli gruplar halinde bir araya getirmelerine rağmen öüntüleri aynı gruba alma gerekçelerini onların sahip oldukları geometrik şekil ile ilişkilendirmişlerdir. Bu şekilde oluşturulan gruplarda fraktalların özelliklerini fraktalları tanımada kullandıklarına ilişkin açıklamalarının bulunmadığı görölmüştür. Dolayısıyla fraktalları özellikleri bakımından införmel olarak tanıdıklarına ilişkin bir bulguya rastlanmamıştır.

İkinci aşamada fraktal öüntüleri ikişerli, üçerli ya da dörderli gruplar halinde sınıflandırırken tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerinden en az birini kullanarak fraktalları införmel olarak fark ettiğini gösteren öğrencilerden Yunus, Simge, Banu ve Çisem'in birinci aşamada aynı farkındalığı göstermedikleri görölmüştür.

Her iki aşamada da fraktalların özelliklerini införmel olarak kullanarak fraktallara yönelik införmel bir anlamaya sahip olduğu belirlenen öğrenciler yalnızca Eren ile Veli'dir.

Birinci aşamada verilen şekiller arasında 6. şeklin öğrencilerin fraktalların özelliklerini kullanarak fraktal yapısını införmel olarak en zor tanıdıkları şekil olduğu söylenebilir. Benzer şekilde 6. öüntü de sınıflandırılırken öğrenciler tarafından daima fraktal olmayan öüntülerle aynı gruba alınmıştır. Kareler ve üçgenlerden oluşan öüntülerin görşelliğinin daha fazla olmasının bu zorluğa sebep olduğu düşünülmektedir.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Araştırmada, kendilerine fraktal olan ve olmayan şekiller bir arada verilen öğrencilerin verdikleri cevaplardan ve çizimlerinden fraktal yapıları införmel olarak tanıyabildiklerine dair çeşitli ipuçları elde edilmiştir. Bu ipuçları arasında en belirgin olanları, herhangi bir adımı verilen fraktal yapıdaki bir öüntüde önceki ve sonraki adımları fraktal yapıya uygun çizme eğiliminde olmaları, çeşitli öüntüler arasında fraktal yapıda olanları bir arada gruplandırma eğiliminde olmaları ve bunları yaparken tekrarlama ile öz benzerlik özelliklerini kullandıklarını çağrıştıran ifadeler kullanmalarındır. Fraktal olmayan yapılarda ise tutarlı bir şekilde fraktallara ait özelliklere dair herhangi bir çizim yapmamaları ve ifade kullanmamaları öğrencilerin fraktalları införmel olarak ayırt edebildiklerine dair bulguyu güçlendirmiştir.

Brigner ve Ury (2002) ile Karakuş'un (2011) araştırmalarında da öğrencilerin fraktal öüntüleri diğer öüntülerden farklı gördükleri belirlenmiştir. Öz benzerlik özelliğinin tekrarlama özelliği sonucu ortaya çıkan fraktalın bir parçasının fraktalın bütününe benzemesi olduğu bilinmektedir (Karakuş, 2011). Dolayısıyla bir yapının fraktal olduğunu anlamak için öz benzer yapılardan oluştuğunu da fark etmek gerekir. Hem bu araştırmada hem de benzer araştırmalarda öğrencilerin (Beigie, 2005; Brigner ve Ury, 2002; Bowers,

1991; Coşar, 2012; Langille, 1996) ve öğretmen adaylarının (Karakuş, 2011; Raiteri ve Cambini, 2004) fraktalları öz benzerlik özelliklerinden yola çıkarak tanıdıkları tespit edilmiştir. Tekrarlama özelliği de fraktalları ayırt etmede kullanılan bir özellik olarak karşımıza çıkmaktadır (Baki vd., 2008; Beige, 2005; Bowers, 1991; Doğan ve Genç, 2006; Fraboni ve Moller, 2008; Karakuş, 2011; Lornell ve Westerberg, 1999; Raiteri ve Cambini, 2004).

Bu çalışmada, öğrencilerin fraktal yapıları informel olarak ayırt edebileceklerine dair ipuçları tespit edilse de bu öğrencilerin sayılarının araştırma grubu ile kıyaslandığında azınlık düzeyinde kaldığı görülmüştür. Ancak, görüşmeler sırasında fraktal yapıya uygun çizimler yapmalarına rağmen tutarlı açıklamalar getiremeyen öğrenciler de bulunmaktadır. Bu öğrencilerin Vacc'ın da (1999) çalışmasında belirttiği gibi tesadüfi olarak doğru çizim yaptıkları düşünülse de fraktal yapılarla ilgili önsezileri olabileceği düşünülebilir. Ayrıca beklenen cevapları veremeyen öğrencilerin çizimleri yanlış anlamış olabileceği düşünülebilir (Coşar, 2012).

Bu araştırma kapsamında görüşmeler yapılan öğrenciler fraktal yapıları ayırt etmede tekrarlama özelliğine, öz benzerlik özelliğine kıyasla daha fazla başvurmuşlardır. Öz benzerlik özelliği, fraktalların ayırt edici özelliklerinden biri olmasına rağmen tekrarlama özelliği öğrenciler tarafından daha çok fark edilmiştir. Ayrıca tekrarlama özelliğini informel olarak fark edebilen her öğrenci öz benzerlik özelliğini de fark edebildiğine dair bir tepki vermemiştir. Buradan yola çıkarak bu çalışmaya özgü bir sonuç olarak tekrarlama özelliğinin daha kolay fark edilebilen bir özellik olduğu düşünülmüştür.

## 5. Öneriler

Bu çalışmada öğrencilerin formel bir öğrenmeye dahil olmadan da sahip oldukları bilgilerle fraktalların özelliklerinden faydalanarak fraktal yapıları informel olarak tanıma eğiliminde oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç doğrultusunda aşağıdaki öneriler geliştirilmiştir.

- Araştırmaya katılan öğrencilerin fraktalların tekrarlama ve öz benzerlik özelliğini informel olarak tanıma eğiliminde oldukları görülmüştür. Buna dayanarak fraktallar konusunun öğretiminde ve etkinliklerin seçiminde tekrarlama ve öz benzerlik özelliklerini ortaya çıkaracak şekilde planlama yapılması önerilebilir.
- Bu araştırma fraktalların tekrarlama özelliğinin öz benzerlik özelliğine göre informel olarak daha kolay fark edildiğini göstermiştir. Buradan hareketle öğrencilere fraktallar konusunun öğretiminde öğrencilerin öz benzerlik özelliğini rahatlıkla belirleyebileceği, bu özelliği açıkça yansıtan örneklerle yer verilmesi önerilmektedir.
- Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin fraktalların özellikleri bakımından fraktal yapılarla ilişkin informel anlamları belirlenmeye çalışılmıştır. Literatürde daha alt sınıflarda da fraktallara ilişkin informel anlamlara rastlandığı için bu konu daha alt sınıflarda da çalışılabilir.

- Bu araştırmada yalnızca başarı seviyeleri farklı öğrenciler öğretmenlerin önerisi ile seçilmiştir. Ancak öğrencilerin başarı seviyeleri çalışma esnasında değerlendirilmemiştir. Benzer bir çalışma ile öğrencilerin başarı seviyeleri ile sorulara cevap verme durumları karşılaştırılabilir.

## **Examining the 7<sup>th</sup> Graders' Informal Understandings on the Fractal Concept**

### **Extended Abstract**

The literature says that students, which are from different grade degrees, can be aware of fractal structures before a formal teaching process (Beigie, 2005; Brigner and Ury, 2002; Simmt and Davis, 1998; Vacc, 1999). According to literature, fractals have some characteristics and students apply these characteristics while distinguish them informally (Peitgen et.all.,1991; Choate, 1999; Peitgen et.all., 2004). The characteristic, which are applied by students, can be determined as self-similarity and iteration. In this context, the aim of this research is to investigate 7th grade students' informal understandings of the concept of fractal in relation to its characteristics.

The case research method was employed for this study, clinical interviews with 18 7<sup>th</sup> grade students was conducted by using an interview protocol. The interview protocol consisted of two parts. In the first part, the students were asked draw previous and next stages of a given pattern at a certain stage. In the second part, 8 patterns were given to the students and they were asked to classify them. Some of the patterns were in fractal structure, while some of them were not. Both stages' aim was to determine whether the students use the self-similarity and iteration characteristics of fractals or not.

The content analysis method was employed by coding and classifying the interview records. The findings showed that even though the students have not learned the fractals formally, they could recognize fractals informally. At the first stage, most of the students showed some evidences that they could distinguish the fractal structures. These students used statements reflecting self-similarity and iteration characteristics for fractal structures. These students also did not use similar statements for non-fractal structures. At the second stage, it is observed that students were tending to classify the fractal structures in the same group. When the two stages' findings were assessed together, it is also determined that the iteration characteristic was used to recognize the fractals by more students comparing with the number of students using self-similarity.

As conclusion, it can be said that students could distinguish fractals from other patterns regarding their characteristics such as iteration and self-similarity. The result suggests that 7<sup>th</sup> grade students have informal understandings of the concept of fractal in relation to its characteristics before a formal instruction.

---

## Kaynaklar/References

- Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.
- Baroody, A. J. & Wilkins, J. L. M. (1984). The development of informal counting, number and arithmetic skills and concepts. In D. Clemson (Ed.), *Mathematics in Early Years* (pp.48-65). 4 Mart 2013 tarihinde <https://scholar.vt.edu/access/content/user/wilkins/Public/EarlyNumber.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Beigie, D. (2005). Computer generated fractal art. *Mathematics Teaching in Middle School*, 10(6).
- Betts, P. & Crampton, A. (2011). Informally multiplying the world of Jillian Jiggs. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 16(1).
- Bowers, C. S. (1991). *On teaching and learning the concept of fractal* (Yüksek lisans tezi). Concordia University, Montreal, Quebec, Canada.
- Brigner, L.& Ury, P. (2002). An adventure in fractal geometry: Self-similarity, number patterns and chaos. *Connect*, 15(5).
- Coşar, M. Ç. (2012). *İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktallar konusundaki düşünme biçimlerinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Doğan, R. ve Genç, M. (2006). Yaşamımızı çevreleyen ilginç geometrik şekiller: Fraktallar. *Journal of İstanbul Kültür University*, 3, 95-104.
- Fraboni, M. & Moller, T. (2008). Fractals in the classroom. *Mathematics Teacher*, 102(3), 197-201.
- Karakuş, F. (2011). *Ortaöğretim düzeyi için tasarlanan fraktal geometri öğretim programının değerlendirilmesi* (Doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Langille, M. W. (1996). Studying students' sense making of fractal geometry (Master's thesis). Simon Fraser University.
- Lornell, R. & Westerberg, J. (1999). Fractals in high school: Exploring a new geometry. *Mathematics Teacher*, 92(3), 260-269.
- Maher, C.A. & Powell, A. B. (unknown). *Research on Informal Mathematics Learning*. İnternette 3 Mart 2013 tarihinde <http://andromeda.rutgers.edu/~powellab/iml.html> adresinden erişilmiştir.
- Mamade, E., Nunes, T. & Bryant, P. (2005). The equivalence and ordering of fractions in part-whole and quotient situations. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 281-288. Melbourne: PME. 4 Mart 2013 tarihinde <http://www.maths.tcd.ie/EMIS/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PME29Vol3MamedeEtAl.pdf> adresinden erişilmiştir.
- MEB, (2009). Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı, Ankara.

- O'Toole, T. (2006). *Building powerful understanding by connecting informal and formal knowledge*. 4 Mart 2013 tarihinde <http://www.merga.net.au/documents/RP432006.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Raiteri, A. C. & Cambini, R. (2004). Fractals as a didactic material. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 14, 160-167.
- Simmt, E. & Davis, B. (1998). A space for exploration in geometry and discrete mathematics. *Mathematics Teacher*, 91(2), 102-108.
- Vacc, N. N. (1999). Exploring fractal geometry with children. *School Science and Mathematics*, 99(2), 77-83.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (7. Baskı). Seçkin Yayıncılık, Ankara.
-