

Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Sürecinde Kullandıkları Gösterim Şekilleri¹

Aytuğ Özaltun²

Çağlar Naci Hıdıroğlu³

Semiha Kula⁴

Esra Bukova Güzel⁵

Özet

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmeni adaylarının farklı modelleme türleri bağlamında oluşturulmuş problemlere ilişkin çözümlerinden yola çıkarak matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında kullandıkları gösterim şekillerini belirlemektir. Çalışma, Matematiksel Modelleme dersini alan on beş ortaöğretim matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar kendi istekleri doğrultusunda üçer kişilik beş çalışma grubuna ayrılmışlardır. Veriler, grupların altı matematiksel modelleme problemine ilişkin ayrıntılı çözümlerini içeren yazılı yanıt kâğıtları ve GeoGebra çözüm dosyaları yardımıyla toplanmıştır. Grupların modelleme problemlerinin çözümünde sözel, cebirsel, şekilsel, grafiksel, tablo ve dinamiksel gösterim şekillerinden yararlandıkları belirlenmiştir. Sürecin tüm basamaklarına göre gruplar en fazla sözel ve cebirsel gösterimleri kullanmışlardır. Problem analizi basamağında sadece sözel gösterim kullanılırken, sistematiği kurma basamağında ise en fazla sözel ardından şekilsel gösterimden yararlanılmıştır. Matematikselleştirme, üst matematikselleştirme ve matematiksel analiz basamaklarında en çok kullanılan cebirsel ve ardından sözel gösterimler olmuştur. Yorumlama/değerlendirme ve modelin doğrulanması basamaklarında ise gruplar ağırlıklı olarak sözel ve ardından da cebirsel gösterimlerden yararlanmışlardır. Gösterim şekillerinin matematiksel modelleme sürecinin hangi basamaklarında niçin tercih edildiğine yönelik araştırmaların yapılması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, modelleme problemleri, matematik öğretmeni adayları, gösterim şekilleri.

¹Bu çalışma 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

²Araştırma Görevlisi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi, aytug.deu@gmail.com

³Araştırma Görevlisi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi, caglarr.naci@gmail.com

⁴Araştırma Görevlisi, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, semiha.kula@deu.edu.tr

⁵Doçent Doktor, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, esra.bukova@deu.edu.tr

Abstract

The purpose of this study is to determine representations used by mathematics student teachers in steps of mathematical modeling process based on their solutions of problems formed in the context of different classification of modeling. The study was conducted with fifteen secondary mathematics student teachers given a Mathematical Modeling course. The participants were separated into five collaboration groups of three students. Data were collected with the detailed written papers given by the groups for the problems and GeoGebra solution files. The groups benefited from verbal, algebraic, figural, tabular and dynamic representations while they were solving the problems. Considering all steps of the process, groups at most used verbal and algebraic representations. While they used only verbal representation in analyzing the problem, they benefited from at most verbal representation and then figural representation in establishing the systematic structure. The most used is algebraic and then verbal representations in the steps of mathematization, meta-mathematization, and mathematical analysis. In the steps of interpretation/evaluation and the model verification, the groups mainly benefited from verbal and then algebraic representations. Further researches towards why representations are preferred in the specific steps of the mathematical modeling process are suggested.

Key Words: Mathematical modeling, modeling problems, mathematics student teachers, representations.

1. Giriş

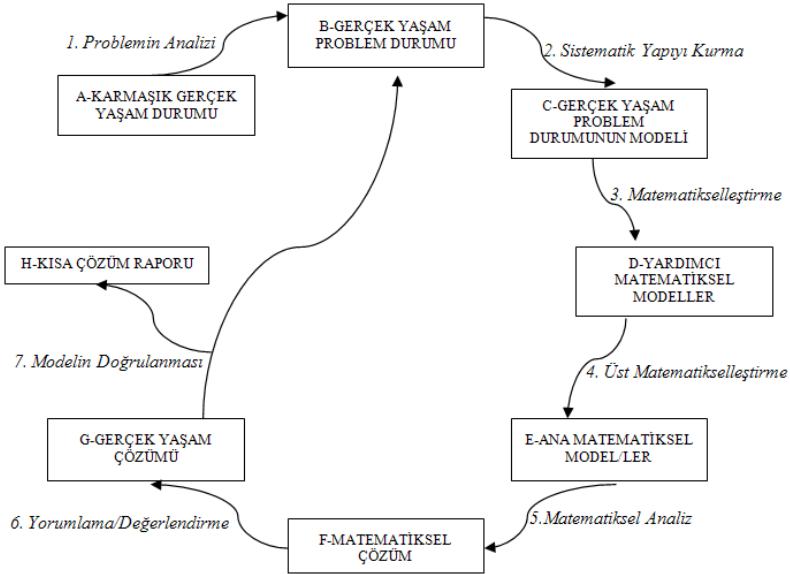
Günümüzde gittikçe daha önemli hale gelen matematiksel modellemeye ilişkin araştırmacıların ilgisi de artarak devam etmektedir. Bu önemin artmasında matematiği yaşamla ilişkilendirme çabası etkili olmaktadır. Öğrencilerin matematik dersini sadece okuldaki bir ders olarak değil, yaşamları boyunca kullanılabilecekleri bilgi ve becerileri kazandıran bir alan olarak görmeleri için matematiksel modelleme önemli bir araçtır. Özünde matematiksel modelleme, karmaşık gerçek yaşam problemlerinin çözülmesi için matematiğin kullanılmasını içermektedir (Fox, 2006; King, 2004). Kapsamlı olarak, matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin çözümü için matematiksel modelin/modellerin oluşturulmasını, bilinmeyenlerin keşfedilmesini ve matematiksel modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam durumuna yansıtılmasını gerektiren karmaşık bir süreç olarak ifade edilmektedir (Peter Koop, 2004). Söz konusu karmaşık süreç, içerisinde pek çok basamağı ve alt basamağı barındırmaktadır. Matematiksel modelleme sürecinin basamakları, araştırmacıların modellemeye bakış açıları doğrultusunda farklı şekillerde yorumlanmaktadır (Blomhøj, 2008; Kaiser, 2005; Kaiser & Sriraman, 2006). Bu yorumlamalar matematiksel modelleme sürecinin içerdiği bileşenlerin farklı şekillerde açıklanmasını olanaklı kılmaktadır.

1.1. Matematiksel modelleme süreci

Borromeo-Ferri (2006), matematiksel modelleme sürecini matematiksel dünya ve gerçek yaşam arasındaki geçişleri içeren karmaşık ve döngüsel bir süreç olarak betimlemektedir. Söz konusu süreçte; problemi anlama, problemi basitleştirme ve açıklama, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama, doğrulama ve sunma

olmak üzere yedi temel basamak yer almaktadır. Başka bir çalışmada, Galbraith ve Stillman (2006) teknolojinin de sürece etkisinden bahsederek matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel aktiviteleri açıklamaktadırlar. Onlara göre matematiksel modelleme süreci anlama, yapılandırma, basitleştirme ve içeriği yorumlama; varsayımlarda bulunma, formüle etme ve matematikselleştirme; matematiksel olarak çalışma yapma; matematiksel sonuçları yorumlama; bütünleştirme, eleştirme ve doğrulama; iletişim ve çözümü savunma; modelleme sürecinin tekrar edilmesi olmak üzere yedi temel basamaktan oluşmaktadır.

Son yıllarda modelleme çalışmalarında (Blomhoj & Jensen, 2006; Borromeo-Ferri, 2006; Blum & Leiß, 2007; Cheng, 2010; Galbraith & Stillman, 2006; Galbraith, Stillman, Brown & Edwards, 2007; Siller & Greefrad, 2010) matematiksel modelleme sürecinin ayrıntılı olarak tanımlanması ve temel basamaklarının içeriğinin oluşturulması dikkate alınmakta ve böylece sürecin karmaşık yapısı gözler önüne serilmektedir. Bu çalışmalardan bir diğerinde Hıdıroğlu (2012) modelleme sürecinde meydana gelen bilişsel süreçlerin analiz edilmesini ve anlaşılmasını amaçlayan bilişsel modellemeye ve teknolojinin sürece entegrasyonuna dayanan yedi basamaklı matematiksel modelleme sürecini (bkz. Şekil 1) açıklamaktadır. Modelleme sürecinin basamaklarında gösterim şekillerinin kullanımının incelendiği bu çalışmada, Hıdıroğlu'nun (2012) modelleme sürecindeki yedi basamak dikkate alınmıştır.



Şekil 1. Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Bileşenleri ve Temel Basamakları⁶

⁶Şekil 1’de yer alan 1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7 sayıları modelleme sürecinin temel bileşenlerini, A, B, C, D, E, F, G ve H harfleri ise temel basamakları ifade etmektedir.

Söz konusu modelleme sürecinde problemi anlamlandırmak için sadeleştirme yapılarak, problemdeki verilenler ve istenenler hakkında ön görüşler sergilenmektedir. Sürecin devamında, gerekli stratejiketkenler, matematiksel kavramlar, teknolojik araçlar vb. düşünülerek genel çözüm stratejisi ortaya atılmaktadır. Bu doğrultuda varsayımlarda bulunularak, sistematik yapı kurulmakta ve gerçek yaşam problem durumunun bir modeline ulaşılmaktadır. Matematikselleştirme basamağında gerekli yardımcı matematiksel modeller elde edilmektedir. Söz konusu modellerden ana matematiksel modele ulaşmak için üst matematikselleştirme gerçekleştirilmektedir. Devamında ana modelden yararlanarak matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşılmaktadır. Matematiksel dünya ile gerçek yaşam arasındaki ilişki irdelenerek yorumlama/değerlendirme yapılmakta ve gerçek yaşam çözümüne ve sonuçlarına ulaşılmaktadır. Modelleme sürecinde, gerçek yaşam çözümünün elde edilmesinin ardından günlük yaşam deneyimlerinden, problemlerle birlikte verilen animasyon, video/resimlerden ve çözüm esnasında yapılabilen ölçümlerden yararlanılarak modelden elde edilen gerçek yaşam sonuçlarının doğruluğunun irdelendiği modelin doğrulanması basamağının yer aldığı görülmektedir. Modelin geçerliliği tatmin edici ise kısa çözüm raporu oluşturulmaktadır. Eğer modelin gerçek yaşam sonuçlarının gerçekçi olmadığı düşünülüyorsa; problem tekrar gözden geçirilip önceki basamaklara dönülerek modelin geçerliliği sağlanmaya çalışılmaktadır.

1.2. Matematiksel Modelleme Süreci ve Gösterim Şekilleri

Matematiksel modelleme sürecinde mevcut bilgiler, beceriler ve deneyimler önemli iken Lesh (1981) ve Lesh, Landau ve Hamilton (1983) gerçek yaşam problemlerinin çözümünde basit geometri, cebir ve sayı ile ilgili kavramları kullanmanın da önemli olduğunu ifade etmektedirler. Arzarello, Ferrara ve Robutti (2012) ise günlük yaşam problemlerinin çözümünde grafiksel, sayısal, cebirsel ve sembolik gösterim şekilleriyle karşılaşıldığını vurgulamaktadırlar. Çözüm sürecinde gösterim şekilleri farklı amaçlarla kullanılabilirken, Tversky (2001) diyagramların ve görsel şekillerin; dikkat çekmek, bilgileri kaydetmek ve hafızayı desteklemek, iletişim kurmak, model oluşturmak ve çıkarımda bulunmaya ve keşfetmeye yardımcı olmak için kullanılabileceğini belirtmektedir. Brenner ve arkadaşları (1997), ise başarılı problem çözme sürecinin; sözel ifadeler, grafikler, tablo ve denklemler gibi gösterim şekilleri oluşturmayı ve oluşturulan şekilleri kullanmayı, çözüm yapmayı ve sembollerini kullanmayı içeren problemi temsil etme becerilerine bağlı olduğunu ifade etmektedirler. Dolayısıyla gerçek yaşam problemlerine çözüm arayışını yansıtan matematiksel modelleme sürecinde de farklı gösterim şekillerinden yararlanma önem kazanmaktadır. Gösterim şekilleri bir görüntüyü, somut nesnelere belirten, sembolize edebilen ya da farklı bakış açısıyla bir şeyi başka şekilde gösterebilen yapı olarak ifade edilmektedir (Palmer, 1978; Kaput, 1985; Goldin, 1987, 1998'den aktaran DeWindt-King & Goldin, 2003). Bir diğer tanımlamaya göre gösterim şekilleri, yazılı sembollerini, biçimsel modelleri ya da resimleri, manüplatif modelleri ve gerçek yaşam modellerini içermektedir (Lesh vd, 1983). Shield ve Galbraith'ın (1998) sembolik, sözel ve şekilsel olarak ele aldığı gösterim şekillerini, Corter ve Zahrer (2007) resimler, özgün şema gösterimleri, ağaç ve Venn diyagramı, çıktı listesi ve olasılık tabloları olarak ifade etmektedirler.

Görüldüğü gibi gösterim şekilleri araştırmacılar tarafından farklı biçimlerde ele alınmaktadır. Arzarello ve diğerleri (2012) ve Hıdıroğlu (2012), matematiksel modelleme sürecinde kullanılacak gösterim şekillerinin teknoloji ile zenginleştirilmiş ortamlarda farklılıklar göstereceğini ifade etmektedirler. Lesh ve Doerr (2003)'e göre matematiksel modelleme sürecinde sergilenebilecek farklılıkların gösterim şekillerini nasıl etkilediğine ilişkin çalışmaların yapılması önem kazanmaktadır. Bununla birlikte, farklı modelleme türlerine göre modelleme süreçlerinde kullanılan gösterim şekillerinin nasıl farklılaştığını ortaya koyan çalışmalara rastlanamaması bu çalışmayı önemli kılmaktadır. Berry ve Houston (1995) modelleme sürecinde gösterim şekillerinin kullanılmasının probleme çözüm arayışında önemli olduğunu ifade ederken, belirli gösterim şekillerinin ortaya çıkıp çıkmadığının (Berry & Houston, 1995) veya sürecin alt basamakları bağlamında belirli gösterim şekillerinin tercih edilip edilmediğinin ve hangi gösterim şeklinin hangi basamakta tercih edildiğinin (Maaß, 2006) araştırılması gereken konular arasında olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı, matematik öğretmeni adaylarının farklı modelleme türleri bağlamında oluşturulmuş problemlere ilişkin çözümlerinden yola çıkarak matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında kullandıkları gösterim şekillerini belirlemektir.

2. Yöntem

Farklı modelleme türleri bağlamında oluşturulmuş modelleme problemlerinin çözümünden yola çıkarak matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında kullandıkları gösterim şekillerini belirlemeyi amaçlayan bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışmasından yararlanılmıştır. Öğretmen adaylarının modelleme sürecinde kullandıkları gösterim şekillerinin modelleme süreci kapsamında ayrıntılı olarak analiz edilmesi istenildiğinden desen olarak özel durum çalışması seçilmiştir.

2.1. Katılımcılar

Çalışma, ortaöğretim matematik öğretmenliği dördüncü sınıfında öğrenim gören ve Matematiksel Modelleme dersini alan üçü erkek on beş öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar çalışmaya dahil olana kadar ki lisans eğitimlerinde Analiz, Analitik Geometri, Lineer Cebir, Soyut Matematik, Topoloji, Diferansiyel Denklemler, Diferansiyel Geometri gibi alan bilgisi derslerinin yanı sıra Özel Öğretim Yöntemleri, Matematiksel Kavramların Tarihsel Gelişimi, Öğretim Teknolojileri ve Materyal Gelişimi, Matematik Eğitiminde Ölçme ve Değerlendirme gibi alan öğretimi bilgisi derslerini almışlardır. Söz konusu derslerin yanı sıra katılımcılar temel bilgisayar kullanma becerilerinin geliştiği Bilgisayar I-II derslerinin yanı sıra teknolojik alan öğretimi bilgilerinin geliştiği Bilgisayarda Matematik Uygulamaları dersini de almışlardır.

On beş öğretmen adayı kendi istekleri doğrultusunda üç kişilik gruplar oluşturmuşlardır. Katılımcılar seçilirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmış ve örnekleme ölçütü matematiksel modellemeye yönelik gerekli bilgi ve

beceriye sahip olma olarak belirlenmiştir. Katılımcıların söz konusu bilgiye sahip olabilmeleri için, model, modelleme, matematiksel model, matematiksel modelleme, matematiksel modelleme süreci ve matematiksel modelleme problemlerinin yapısına yönelik sunumlar, ders içi tartışma ortamları ve ödevlerden yararlanılmıştır. Katılımcıların modelleme problemlerini çözerken sahip olmaları gereken; değişkenler arasında ilişkiler kurma, durumu grafiksel olarak ifade etme, problemin çözümü için matematiksel bilgiyi kullanma, modeli her yönüyle sorgulama gibi modelleme becerileri (bkz. Maaß, 2006) ise öğrencilere verilen farklı modelleme problemlerini çözmeleri ve bu çözümlerini sınıf ortamında tartışmaları sağlanarak geliştirilmeye çalışılmıştır. Çalışmada katılımcıların isimleri gizli tutulmuş, gruplara atanan grup numarası ile bulgular sunulmuştur.

2.2. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama araçlarını grupların teorik, deneysel ve simülasyon modelleme türlerinden ikiser tane olmak üzere altı matematiksel modelleme problemine ilişkin ayrıntılı yazılı yanıt kağıtları ve problemlerin çözümünde kullandıkları GeoGebra çözüm dosyaları oluşturmaktadır. İsteyen gruplar çözümlerini GeoGebra ekranından alıntılara da yer vererek Word belgesinde yazmışlardır. Veri toplama aracı olarak kullanılan modelleme problemleri, Berry ve Houston'ın (1995) teorik, deneysel ve simülasyon modelleme bağlamında oluşturulmuştur. Buradaki amaç farklı türdeki modelleme problemlerini dikkate alarak modelleme sürecinin basamaklarında kullanılan gösterim şekillerine ilişkin genel bir yapı ortaya koymak ve modelleme türleri göz önüne alındığında kullanımı öne çıkan gösterim şekillerini belirlemektir. Teorik modelleme, matematiksel modelin formüle edilmesinde, veriden daha çok teoriye dayanan modelleme; deneysel modelleme, elde edilen verileri kullanarak grafik ya da bir eşitlik elde edilerek yapılan modelleme ve simülasyon modelleme, uygun verilerle, genellikle bilgisayar kullanılarak olasılıkları ve en ideal canlılandırmaya çalışma ile gerçekleştirilen modelleme olarak ifade edilmektedir (Berry ve Houston, 1995). Gruplardan çözmeleri istenen teorik modelleme problemleri Deniz Feneri Problemi (Borromeo-Ferri, 2010) ve Salıncak Problemi (Hıdıroğlu, 2012), deneysel modelleme problemleri Sıcaklık Artışı Problemi (Berry ve Houston, 1995) ve Boy-Ayak Uzunluğu Problemi (Hıdıroğlu, 2012), simülasyon modelleme problemleri ise Merdiven Problemi ve Stat Problemi (Hıdıroğlu, 2012)dir (bkz. Ek 1). Katılımcılara her bir problemi çözmeleri için yaklaşık olarak iki ders saati verilmiş ve çözüm sürecindeki tüm düşüncelerini ayrıntılı olarak yazmaları istenmiştir. Modelleme problemleri ile birlikte gruplara yazılı yönergeler verilmemiştir. Ancak sınıf içinde tartışılan ya da öğrencilere bireysel veya grup halinde yöneltilen modelleme uygulamalarının tümünde onlara; çözümlerinde matematiksel modelleme sürecinin yapısını dikkate almaları, bu süreçte tüm düşünce ve yaklaşımlarını açıklamaları, süreçte akıllarına gelen farklı çözüm yollarını yazmaları ve problem çözümlerinde faydalı olacağını düşündükleri durumlarda teknik-teknolojik araçları kullanmaları gerektiği ifade edilmiştir. Gruplar gerekli gördüklerinde çözümlerini genişletmek için ek süre kullanmışlar ve çözümlerinin son halini daha sonra teslim etmişlerdir. Çözümlerinin genişletilmiş halini daha sonra teslim etmek isteyen bazı gruplar, çözüm kağıtlarını bilgisayar ortamına aktararak araştırmacılara iletmışlerdir. Bu nedenle, grupların çözümlerinden alıntılar yapılırken grupların el yazmalarının yanı sıra bilgisayar ortamında yazdıklarından da yararlanılmıştır.

Araştırmacıardan biri dersi yürütürken diğer araştırmacılar modelleme derslerine dinleyici ve gözlemci olarak katılmışlardır. Grupların çözümleri sırasında da araştırmacılar ortamda bulunup grupların yaptıklarını gözlemlemişler, anlaşılmayan hususları açıklığa kavuşturmak için yönlendirmeler yapmışlar ancak çözümlere ilişkin herhangi bir müdahalede bulunmamışlardır.

2.3. Verilerin Analizi

Veriler analiz edilirken 7 temel basamağı içeren teknoloji-destekli matematiksel modelleme süreci (Hidroğlu, 2012) dikkate alınmış ve içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Söz konusu problemlerin çözümlerini içeren yazılı yanıt kağıtları araştırmacılar tarafından ayrı ayrı analiz edilmiş ve araştırmacıların inceleme raporuna göre süreçte ortaya çıkan gösterim şekilleri birbirleriyle karşılaştırılarak hangi gösterim şekillerinin dikkate alınması gerektiğine karar verilmiştir. Grupların yazılı yanıt kağıtlarında kullanmadıkları gösterim şekillerine değinilmemiştir. Araştırmacılar tarafından grupların kullandıkları gösterim şekillerinin; sözel, cebirsel, şekilsel, grafiksel, tablo ve dinamiksel başlıkları altında incelenmesi gerektiğine karar verilmiştir. Sonrasında problemlerin çözümlerinde modelleme sürecinin basamakları bağlamında kullanılan gösterim şekilleri dört araştırmacı tarafından da ayrı ayrı analiz edilmiştir. Kodlayıcı güvenilirliği için iki araştırmacı tarafından farklı gruplara ait olmasına da dikkat edilerek farklı problem türlerinden altı çözüm kağıdı incelenmiştir. Devamında araştırmacıların görüş birlikleri ve ayrılıklarının sayısı belirlenmiş ve kodlayıcı güvenilirliği formülü (Miles & Huberman, 1994) kullanılarak güvenilirlik % 88,8 olarak hesaplanmıştır. Verilerin analizinden elde edilen bulgular modelleme süresindeki basamaklar için ayrı ayrı tablolara aktarılmıştır. Bununla birlikte, araştırmacının bulguları grupların yazılı olarak veya bilgisayarda oluşturdukları yanıt kağıtlarından alınan alıntılar ile desteklenmiştir.

3. Bulgular

Farklı modelleme türleri bağlamında oluşturulmuş modelleme problemlerinin çözümünden yola çıkarak matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında kullandıkları gösterim şekillerini belirlemenin amaçlandığı bu çalışmada, katılımcıların kullanmış oldukları gösterim şekilleri matematiksel modelleme sürecinin basamakları için ayrı ayrı incelenmiştir. Grupların problemin analizi basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 1’de verilmektedir.

Tablo 1. Problemin Analizi Basamağında Kullanılan Gösterim Şekillerine İlişkin Bulgular

	Teorik		Deneysel		Simülasyon	
	Deniz Feneri	Salıncak	Sıcaklık	Boy-Ayak Uzunluğu	Merdiven	Stat
Sözel	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Cebirsel	-	-	-	-	-	-
Şekilsel	-	-	-	-	-	-
Grafiksel	-	-	-	-	-	-
Tablo	-	-	-	-	-	-
Dinamiksel	-	-	-	-	-	-

Problemin analizi basamağında gruplar sadece sözel gösterimi kullanmışlar ve diğer gösterim şekillerinden yararlanmamışlardır. Gruplar okudukları problemlerde verilen karmaşık yaşam durumunu sadeleştirmek için durumu basit ifadelerle tekrar açıklamışlar ve problemdeki verileri inceleyip yorumlamışlardır. Örneğin Grup 2'deki katılımcılar, Merdiven Problemi'nin çözümüne öncelikle ne istendiğini kendi cümleleri ile belirterek başlamışlar ardından verilenler ve istenenleri gruplandırmışlardır. Katılımcıların sözel ifadelerine bakarak problemi anlamaya çalıştıkları ve verilenleri inceledikleri söylenebilir (bkz. Şekil 2).

Hali üzerinde duran ve doğru doğru nokte bulun bir merdivenin üzerindeki herhangi bir noktanın, hali eşitlikte kurma sürecindeki hareketini modellemeye isteniyor

VERİLER: Merdivenin başı sabittir. h kabul edelim.

İSTENENLER: Merdiven üzerindeki bir noktanın hareketi

Şekil 2. Grup 2'nin Merdiven Problemi Çözüm Kağıdından Bir Kesit

Grupların sistematik yapıyı kurma basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2. Sistematik Yapıyı Kurma Basamağında Kullanılan Gösterim Şekillerine İlişkin Bulgular

	Teorik		Deneysel		Simülasyon	
	Deniz Feneri	Salıncak	Sıcaklık	Boy-Ayak Uzunluğu	Merdiven	Stat
Sözel	G ₁ ,G ₂ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Cebirsel	-	-	-	-	-	-
Şekilsel	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₅	-	-	G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₅
Grafiksel	-	-	G ₅	-	-	-
Tablo	-	-	G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₃	-	-
Dinamiksel	-	-	-	-	-	G ₁

Sistematik yapıyı kurma basamağında gruplar üç problem türünde de ağırlıklı olarak sözel gösterimleri kullanmışlardır. Buna ek olarak, teorik ve simülasyon modelleme problemlerinde şekilsel gösterimin de sürece dâhil olduğu görülmüştür. Gruplar ayrıca kullandıkları farklı gösterim şekillerini açıklamak veya desteklemek amacıyla da sözel gösterimlerden yararlanmışlardır. Örneğin Grup 4 Sıcaklık Artışı Problemi'nin çözümünde kullanacağı verileri elde etmede problemde yer alan verilerin logaritmasını alma nedenlerini sözel olarak açıklamıştır (bkz. Şekil 3).

Tablodaki verileri üstel fonksiyon olarak kullanmak zor olacağından logaritmalarını almamız gerekir. Verileri grafik olarak gösterip eğriye eniyi yaklaştırma doğrusunu bulup gelecek hakkında doğru sayesinde yorumda bulunacağız.

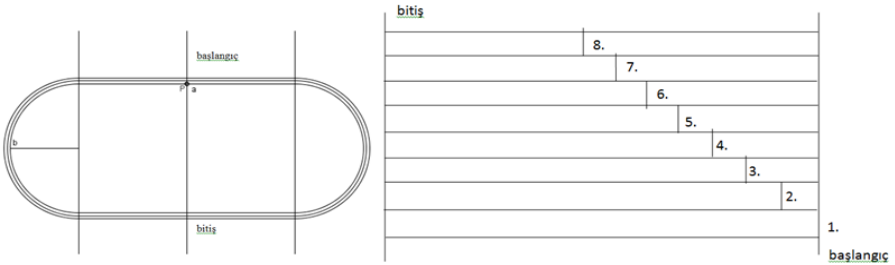
Şekil 3. Grup 4'ün Sıcaklık Artışı Problemi Çözüm Kağıdından Bir Kesit

Ardından Grup 4, Sıcaklık Artışı Problemi'nde yer alan verilerin logaritmalarını alarak yeni verilerin yer aldığı kendi tablolarını oluşturmuştur (bkz. Şekil 4).

YIL	1860dan başlayarak dünyadaki sıcaklık artışı	log
1880	0,01	-2
1890	0,02	-1,69
1900	0,03	-1,5
1910	0,04	-1,39
1920	0,06	-1,22
1930	0,08	-1,09
1940	0,10	-1
1950	0,13	-0,8
1960	0,18	-0,7
1970	0,24	-0,61
1980	0,32	-0,49

Şekil 4. Grup 4'ün Sıcaklık Artışı Problemi Çözüm Kağıdından Bir Kesit

Grup 1, GeoGebra'yı da sürece dahil ederek Stat Problemi'nin genel çözüm stratejisini GeoGebra'da yapılandırmıştır. Probleme ilişkin zihinsel modeli oluşturmak için GeoGebra'nın özelliğini kullanarak stat üzerinde belirlediği noktalara hareket vermiş ve bu şekilde sistematik yapıyı kurma basamağında dinamiksel gösterimden yararlanmıştır (bkz. Şekil 5).



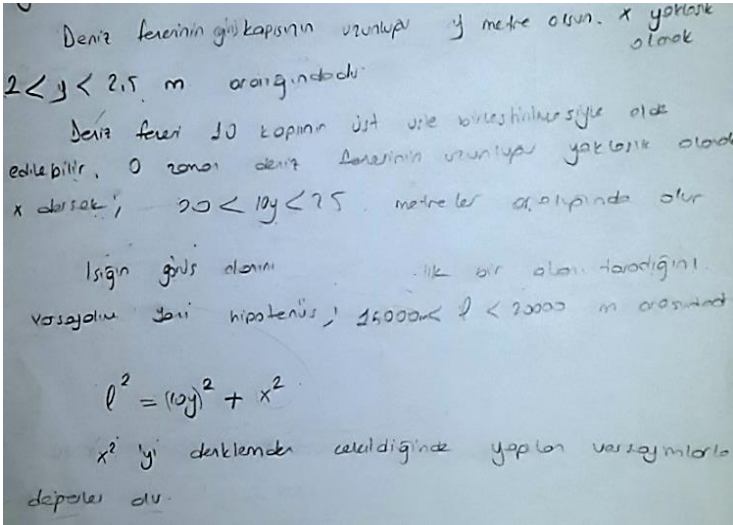
Şekil 5. Grup 1'in Stat Problemi Çözüm Kağıdından Bir Kesit

Grupların matematikselleştirme basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 3’de verilmektedir.

Tablo 3. Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Gösterim Şekillerine İlişkin Bulgular

	Teorik		Deneysel		Simülasyon	
	Deniz Feneri	Salıncak	Sıcaklık	Boy-Ayak Uzunluğu	Merdiven	Stat
Sözel	G ₂	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₂	G ₁ ,G ₃ ,G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Cebirsel	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₂ ,G ₃ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Şekilsel	G ₁ ,G ₄	G ₁ ,G ₄	G ₂	-	-	G ₁ ,G ₂ ,G ₄ ,G ₅
Grafiksel	-	G ₃	G ₃ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₅	-
Tablo	-	-	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₅	G ₅	-	G ₄
Dinamiksel	-	-	-	-	-	G ₄

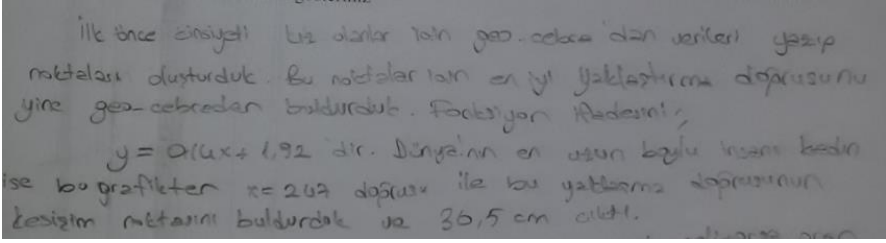
Matematikselleştirme basamağında gruplar farklı problem türleri için farklı gösterim şekillerinden yararlanmışlardır. Problem türlerinin tümünde gruplar tarafından en çok kullanılan cebirsel gösterim olmuştur. Örneğin, Grup 2 Deniz Feneri Problemi’nde sadece cebirsel gösterimlerden ve bunu açıklayıcı sözel gösterimlerden yararlanmış ancak matematiksel modele doğru bir şekilde ulaşmada başarısız olmuştur (bkz. Şekil 6).



Şekil 6. Grup 2’nin Deniz Feneri Problemi Çözüm Kağıdından Bir Kesit

Cebirsel ve sözel gösterimlerin ardından; teorik modelleme problemlerinde şekilsel, deneysel modelleme problemlerinde tablo ve grafiksel, simülasyon modelleme problemlerinden birinde ağırlıklı olarak şekilsel, diğerinde ise grafiksel gösterim kullanılmıştır. Örneğin, Grup 3 Boy-Ayak Uzunluğu Problemi’nde sözel gösterimden de yararlanarak verilen verileri GeoGebra’da sıralı ikili olarak girmiştir. Daha sonra en iyi

yaklaştırma doğrusunun grafiksel gösterimini bulmuş ve yardımcı matematiksel modelin cebirsel ifadesini de cebir penceresinde elde etmiştir (bkz. Şekil 7).



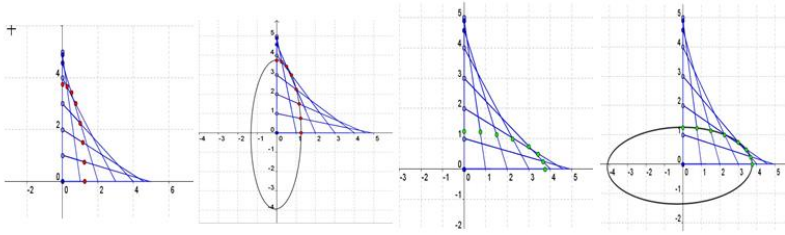
Şekil 7. Grup 3'ün Boy-Ayak Uzunluğu Problemi Çözüm Kağıdından Bir Kesit

Grupların üst matematikselleştirme basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 4'de verilmektedir.

Tablo 4. Üst Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Gösterim Şekillerine İlişkin Bulgular

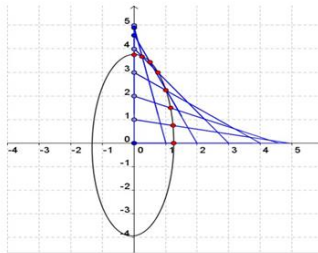
	Teorik		Deneysel		Simülasyon	
	Deniz Feneri	Salıncak	Sıcaklık	Boy-Ayak Uzunluğu	Merdiven	Stat
Sözel	G ₂	G ₁ ,G ₂ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₄ ,G ₅	G ₄	G ₂ ,G ₄ ,G ₅
Cebirsel	G ₁ ,G ₂ ,G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Şekilsel	-	-	-	-	-	G ₂ ,G ₅
Grafiksel	-	-	G ₁ ,G ₃ ,G ₅	G ₁ ,G ₂	G ₃	-
Tablo	-	-	-	G ₂	-	G ₁ ,G ₅
Dinamiksel	-	-	-	-	G ₁ ,G ₄	G ₁

Üst matematikselleştirme basamağında da gruplar üç problem türünde ağırlıklı olarak cebirsel ve sözel gösterim şekillerini tercih etmişlerdir. Gruplar deneysel ve simülasyon modelleri türlerinde ana matematiksel modele ulaşmak için yardımcı matematiksel modellerin grafiksel gösterimlerinden yararlanmışlardır. Simülasyon modelleri problemlerinin yapısı gereği teknolojiyi kullanılarak verileri simüle etme yoluyla modele ulaşmak daha kolay olduğundan iki grup bu problemlerde dinamiksel gösterimden de yararlanmışlardır. Örneğin, Grup 4 Merdiven Problemi'nin çözümünde GeoGebra'dan yararlanarak farklı noktalar için olası çözümlere ulaşmıştır (bkz. Şekil 8). Böylelikle cebirsel ya da grafiksel olarak bulmanın zor olacağı modelleri GeoGebra'yı kullanarak kolaylıkla elde etmiştir.



Şekil 8. Grup 4'ün Merdiven Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Grup 4 dinamiksel gösterim şekillerini, sözel açıklamalarıyla desteklerken matematiksel modellerini cebirsel olarak da ifade etmişlerdir (bkz. Şekil 9).



O halde bir elips denklemine ihtiyacımız var. Elipsin merkezi (0,0) noktasıdır. Eksenleri kestiği noktaları bulmak için; merdivenden (y ekseninde olan doğru parçası) seçtiğimiz noktanın koordinatlarını (0,a) verelim. Hareketin son konumu x ekseninde olacağından bu noktanın koordinatı (b,0) verelim.

$a \in (2.5,5]$ için hareket $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{(5-a)^2} = 1$ eğrisi boyuncaadır. Bu ifade bizim 1. Ana modelimizdir.

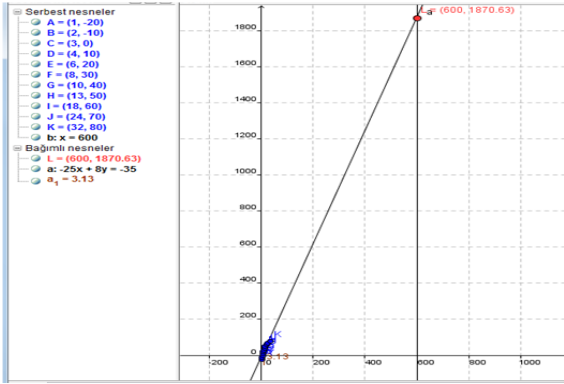
Şekil 9. Grup 4'ün Merdiven Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Grupların matematiksel analiz basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 5'de verilmektedir.

Tablo 5. Matematiksel Analiz Basamağında Kullanılan Gösterim Şekillerine İlişkin Bulgular

	Teorik		Deneysel		Simülasyon	
	Deniz Feneri	Salıncak	Sıcaklık	Boy-Ayak Uzunluğu	Merdiven	Stat
Sözel	G ₂ ,G ₄	G ₁ ,G ₂	G ₁	G ₁ ,G ₂ ,G ₄	G ₁ ,G ₄ ,G ₅	G ₂ ,G ₃ ,G ₄
Cebirsel	G ₂ ,G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Şekilsel	-	G ₁ ,G ₂	-	-	-	G ₁ ,G ₂
Grafiksel	-	-	G ₃	G ₅	-	-
Tablo	-	-	-	-	-	G ₁ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Dinamiksel	-	-	G ₅	G ₁	G ₁	G ₂ ,G ₄ ,G ₅

Matematiksel analiz basamağında da gruplar cebirsel ve ardından sözel gösterimlerin kullanımını diğer gösterimlere göre daha fazla tercih etmişlerdir. Gruplar gerçek yaşam durumlarına karşılık gelen matematiksel çözümlere ulaşmada teknolojiyenin de yararlanmışlardır. Teorik ve deneysel problemlerde teknolojiyi daha çok cebirsel ifadelerine kolaylıkla ulaşmak için tercih ederlerken simülasyon modelleme türünde dinamiksel gösterim şekillerinden yararlanmak için tercih etmişlerdir. Örneğin, Grup 5 Sıcaklık Problemi'nin çözümünde GeoGebra'da ulaştığı matematiksel model üzerinde aldığı bir noktayı hareket ettirerek farklı çözümler elde etmiş ve bu çözümlerin cebirsel ifadelerine de GeoGebra'nın cebir penceresinden ulaşmıştır (bkz. Şekil 10).



Şekil 10. Grup 5'in Sıcaklık Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

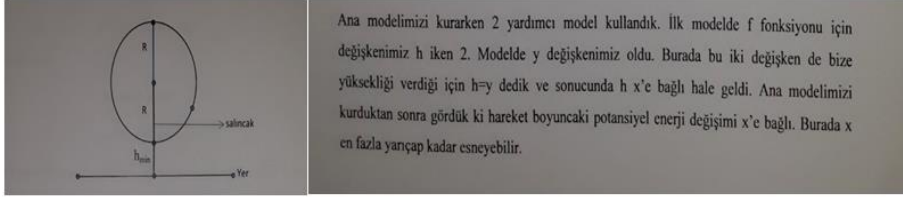
Grupların yorumlama/değerlendirme basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 6'da verilmektedir.

Tablo 6. Yorumlama/Değerlendirme Basamağında Kullanılan Gösterim Şekillerine İlişkin Bulgular

	Teorik		Deneysel		Simülasyon	
	Deniz Feneri	Salıncak	Sıcaklık	Boy-Ayak Uzunluğu	Merdiven	Stat
Sözel	G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄	G ₁ ,G ₂ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ , G ₅	G ₁ ,G ₄ ,G ₅	G ₁ ,G ₂ ,G ₃ ,G ₄ ,G ₅
Cebirsel	G ₄	G ₃ ,G ₅	G ₁ , G ₄	G ₁ ,G ₂	G ₂ ,G ₃	G ₁ ,G ₂
Şekilsel	-	G ₄	-	-	-	-
Grafiksel	-	-	G ₅	-	-	-
Tablo	-	-	G ₅	-	-	G ₁
Dinamiksel	-	-	-	-	-	-

Yorumlama/değerlendirme basamağında gruplar elde ettikleri matematiksel sonuçlardan gerçek yaşam çözümlerine ulaşmaya çalışırken üç problem türünde de cebirsel gösterimleri

kullanmakla birlikte ağırlıklı olarak sözel gösterimleri kullanmışlardır. Cebirsel ya da sözel gösterim şekillerine ek olarak tablo, grafiksel ve şekilsel gösterimlerden de yararlanmışlardır. Örneğin Grup 4 Salıncak Problemi'nde daha önce kullanmış olduğu şekilsel gösterimi dikkate alarak yorumlama yapmıştır (bkz. Şekil 11).



Şekil 11. Grup 4'ün Salıncak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Grupların modelin doğrulanması basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 7'de verilmektedir.

Tablo 7. Modelin Doğrulanması Basamağında Kullanılan Gösterim Şekillerine İlişkin Bulgular

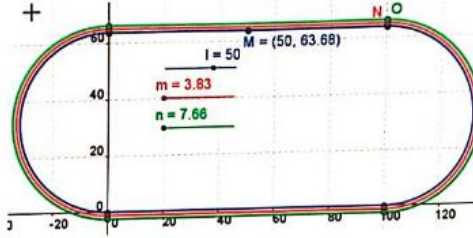
	Deniz Feneri	Teorik Salıncak	Sıcaklık	Deneysel Boy-Ayak Uzunluğu	Merdiven	Simülasyon Stat
Sözel	-	-	G_1, G_2, G_4	-	-	G_1, G_2, G_4, G_5
Cebirsel	-	G_4	G_1, G_4	-	-	G_3, G_4
Şekilsel	-	-	-	-	-	G_5
Grafiksel	-	-	-	-	-	-
Tablo	-	-	-	-	-	-
Dinamiksel	-	-	-	-	-	G_4

Modelin doğrulanması basamağında bazı gruplar hiç yaklaşım sergilemezken bazılarının ise sergiledikleri yaklaşımlar yetersiz kalmıştır. Gruplar Stat Problemi'nin çözümü için doğrulama basamağında diğer problemlere göre daha fazla yaklaşım sergilemişlerdir. Üç grubun Stat Problemi'nin çözümü için bir stada gidip deneyimde bulunarak elde ettikleri bilgilerden yararlanmaları onların doğrulama basamağındaki yaklaşımlarını desteklemiştir. Örneğin Grup 4'deki katılımcılar, problem çözümünden önce bir stada giderek çözümleri için gerekli gördüğü çeşitli bilgileri edinmiştir (bkz. Şekil 12).

Arkadaşlarla problem üzerine tartıştığımızda stadyumda yer alan çizgiler hakkında hiçbirimizin fikrinin olmadığını gördük. Hadi stadyuma gidip inceleyelim dedik. Stadyum müdürüydü sanırım, bize yardımcı oldu ve sorularımızı yanıtladı.

Şekil 12. Grup 4'ün Stat Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Bu gerçek yaşam verileri ile de GeoGebra yardımıyla belirlediği bir noktayı simüle ederek elde ettiği değerleri karşılaştırmış ve modelini doğrulamıştır (bkz. Şekil 13).



1.koşucu ilk doğru parçasında 50 m yarı çemberin tamamını yani 100m koşacak 200 m olması için 2.doğru parçasından da 50m koşmalı. Modelimizde de bitiş konumunun apsisini $100-x_1$ olarak belirtmiştik, Buradan $100-x_1=50$ olur. Yani modelimiz doğrulandı.

Şekil 13. Grup 4'ün Stat Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Farklı modelleme türleri bağlamında oluşturulmuş modelleme problemlerinin çözümünden yola çıkarak matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında kullandıkları gösterim şekillerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bu çalışmada, gruplar süreç boyunca sözel, cebirsel, şekilsel, grafiksel, tablo ve dinamiksel olmak üzere altı gösterim şeklinden yararlanmışlardır. Matematiksel modelleme sürecinin tüm basamakları dikkate alındığında gruplar en fazla sözel ve cebirsel gösterimlerden yararlanmışlardır. Problemin analizi basamağında gruplar karmaşık yaşam durumunu basit ifadelerle tekrar açıklayarak yorumlamışlardır ve bu süreçte sadece sözel gösterimi kullanmışlardır. Sistematiği kurma basamağında gruplar en fazla sözel ardından ise şekilsel gösterimden yararlanmışlardır. Buna paralel olarak, Lean ve Clements (1981) ve Krutetskii (1976) de problem çözerken şekilsel gösterimleri kullanan öğrencilerin çözümlerini daha iyi destekleyebilmek için sözel gösterimleri tercih etme eğiliminde olduklarını belirtmektedirler (Lowrie, 2001). Matematikselleştirme, üst matematikselleştirme ve matematiksel analiz basamaklarında gruplar tarafından en çok kullanılan cebirsel ve ardından sözel gösterimler olmuştur. Yorumlama/değerlendirme ve modelin doğrulanması basamaklarında ise gruplar ağırlıklı olarak sözel ve ardından da cebirsel gösterimlerden yararlanmışlardır. Borromeo-Ferri (2006) ve Berry ve Houston (1995) da matematiksel modelleme problemlerinin yapısında gerçek yaşam durumları yer aldığı için matematiksel çıktılarının yorumlanmasında sözel gösterimlerin kullanıldığını ifade etmektedirler. Aynı zamanda sözel gösterimlerin sembolik ifadelere (denklem, eşitsizlik

vb.) geçişini içermesinden dolayı (Wu, 2004) yorumlama basamağında cebirsel gösterimlerin de kullanıldığı belirtilmektedir.

Problemlerin türü matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında ağırlıklı olarak tercih edilen gösterim şekillerini etkilemiştir. Literatürdeki çalışmalara bakıldığında ise, modelleme sürecinde kullanılan gösterim şekillerinin modelleme problemlerinin türlerine (Berry & Houston, 1995) göre nasıl farklılık gösterdiğini inceleyen çalışmalara rastlanılmamıştır. Üç problem türü de göz önünde bulundurulduğunda, gruplar yaptıklarını açıklama ve diğer gösterim şekillerini destekleme ihtiyacı duyduklarında her basamakta sözel gösterimden yararlanırken, cebirsel gösterimleri özellikle matematikselleştirme, üst matematikselleştirme ve matematiksel analiz basamaklarında yoğun bir şekilde kullanmışlardır. Bu basamaklarda ana matematiksel modele ve matematiksel çözümlere ulaşmak için gerekli yardımcı matematiksel modeller elde etmek amacıyla değişkenleri belirleyip bunlar arasında ilişki kurulmaya çalışıldığından, cebirsel gösterimlerin yoğun olarak kullanıldığı düşünülmektedir. Sürecin genel stratejisini belirlerken ağırlıklı olarak teorik modelleme problemlerinde şekilsel, deneysel modelleme problemlerinde tablo ve simülasyon modelleme problemlerinde ise şekilsel ve dinamiksel gösterimlerden ve bu gösterimleri açıklamak amacıyla da sözel ifadelerden yararlanılmıştır. Arzarello ve diğerlerinin (2012) ifade ettiği gibi, problemlerin yapısal farklılıkları modelleme sürecinde kullanılan gösterim şekillerinin farklılaşmasına neden olmuştur. Deneysel bir süreçte elde edilen veriler kullanılarak verilerden elde edilemeyen bir durum için en ideal sonuca ulaşmanın temel amaç olduğu deneysel problemlerde (Thomas, Weir, Hass & Giordano, 2010), söz konusu verilerin sistematik olarak verilmesini tablo kullanımı kolaylaştırmakta ve problemin yapısında tabloya yer verilmektedir. Bu durumun deneysel modelleme problemlerinin yapısı ve problemde verilerin tablo ile sunulması nedeniyle çözüm sürecinde tablo kullanımını ön plana çıkardığı düşünülmektedir.

Dinamik gösterimler ise gruplar tarafından en çok simülasyon modelleme türlerinde kullanılırken deneysel modelleme problemlerinin çözümünde de zaman zaman kullanılmıştır. Matematiksel modelleme sürecinde her ne kadar matematiksel modele ulaşmak önemli olsa da bazen söz konusu modelin cebirsel gösteriminin yanı sıra grafiksel ya da şekilsel gösterimlerine de gereksinim duyulmaktadır. Simülasyon modelleme türlerinde ise gruplar bazen cebirsel ifadelerle ulaşmada zorlanmışlar, bu noktada teknolojiyen ve teknolojinin sunduğu dinamiksel gösterimlerden yararlanarak matematiksel modellere ve çözümlere daha kolay bir şekilde ulaşabilmişlerdir. Arzarello ve diğerlerinin (2012) belirttiği gibi dinamik gösterim, çözüm sürecinde karşılaşılabilecek bilişsel zorlukların üstesinden gelmek için olanaklar sağladığından öğretmen adayları bu yaklaşımı sergilemiş olabilirler. Araştırmadaki çalışma gruplarının süreçte benzer gösterim şekillerine yönelmeleri, katılımcıların benzer deneyimlere sahip olmalarından kaynaklandığını düşündürmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarını matematiksel modelleme süreçlerinde farklı gösterim şekillerini kullanmaya yönlendirecek ve dolayısıyla onların bilişsel yaklaşımlarına katkı sağlayacak ortamlar hazırlayan problem türlerinin sunulması önerilmektedir.

Representations used by mathematics student teachers in mathematical modeling process

Extended Abstract

It is thought that making use of different representations in the mathematical modeling process, which is defined as a complicated process that requires reflecting the results obtained from the mathematical model on real life situations, discovering unknowns and forming mathematical model(s) (Peter Koop, 2004) for the solution of real life problems. In this study, where the use of representations in the steps of modeling process was examined, seven steps (Hıdıroğlu, 2012) in the modeling process based on cognitive modeling and integrating technology in the process were considered. In line with this, the purpose of the study is to determine the representations that pre-service mathematic teachers' use at the steps of mathematical modeling process based on their solutions regarding the problems formed within the context of different types of modeling.

In the study, case study, which is one of the qualitative research methods, was used. 15 mathematics student teachers, who were studying at the fourth grade of secondary school mathematics education and attended Mathematical Modeling class, participated in the study. 15 pre-service teachers voluntarily formed groups of three. The data collecting instruments of the study were detailed written answer sheets of the groups regarding six mathematical modeling problem, two from each type of modeling as theoretical, experimental and GeoGebra solution files that they used in the solution of the problem. While analyzing data, content analysis method was used.

It was found out that the groups made use of verbal, algebraic, figural, tabular and dynamic representations in solution of modeling problems. Considering every step of the process, it was seen that groups mostly used verbal and algebraic representations. At the problem analysis step, groups used verbal representation in order to explain the complicated life situation given in the problems again with simple statements and examine and interpret data in the problem. In the formation of systematic structure, groups mostly made use of verbal representations whereas they included figural representations in theoretical and simulation modeling problems. Lean and Clements (1981) and Krutetskii (1976) stated that students who used figural representations while solving problems had a tendency to prefer verbal representations in order to support their solutions better (Lowrie, 2001). The groups in the present study benefited from verbal representation in order to explain or support the other representations that they used besides figural representations.

In the mathematization step, the mostly used representation was the algebraic representation. Following the verbal and algebraic representation, figural representation were used in theoretical modeling and table and graphical representations were used in experimental modeling problems and figural and graphical representations were used in simulation modeling problems. In the meta-mathematization step, groups generally

preferred algebraic and verbal representations. The groups made use of the graphical representations of the assisting mathematical models in order to reach the main mathematical model. Due to the fact that it is easier to reach the model through simulating by using technology based on structure of simulation modeling problems, two groups used dynamic representation in these problems. The groups preferred the use of algebraic and later verbal representation at the mathematical analysis step. They made use of technology in reaching mathematical solution. In theoretical and experimental problems, they preferred technology mostly in order to reach algebraic statements easily while in simulation modeling type, they used technology to benefit from dynamic representation. As stated by Arzarello et al. (2012), since dynamic representation provides opportunities to overcome cognitive challenges that might be faced during solution process, the groups might have approached as so.

At the interpretation/evaluation step, the groups used algebraic representation but mostly verbal representation while trying to reach real life solutions from the mathematical solutions they had obtained. Borromeo-Ferri (2006) and Berry and Houston (1995) also stated that since real life situations exist in mathematical modeling problems, verbal representations are used in interpreting mathematical outputs. Also, it is mentioned that due to the fact that verbal representations include symbolic statements (equations, functions etc.) (Wu, 2004), algebraic representation is used at the interpretation step. At the model's verification step, some groups show no approach but some others' approach is insufficient.

Kaynaklar/References

- Cheng, A. K. (2010). Teaching and learning mathematical modelling with technology, Nanyang Technological University. 20.03.2012 tarihinde http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf adresinden alınmıştır.
- Arzarello, F., Ferrara, F. & Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: The role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and Its Applications*.31. s. 20-30.
- Berry, J. & Houston, K. (1995).*Mathematical modeling*. London: Edward Arnold.
- Blomhøj, M. & Jensen T.H. (2006). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith and M. Niss: *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York: Springer, 2(2), 45-56.
- Blomhøj, M. (2008).Different perspectives on mathematical modelling in educational research-Categorising the TSG21 papers. *ICME 11 international Congress on Mathematics Education*.1-13.
- Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines et al. (Eds), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics*. Chichester: Horwood. 222-231.
- Borromeo-Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behaviour. *Journal für Mathematik didaktik*, 31 (1), 99-118.
- Borromeo-Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. In Kaiser, G., Sriraman B. ve Blomhoij, M. (Eds.) *Zentralblattfür Didaktik der Mathematik*.38(2), 86-95.
- Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Duran, R., Reed, B. & Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal*, 34(4), 663-689.
- Corter, J. & Zahrer, D. (2007). Use of external visual representations in probability problem solving. *Statistics Education Research Journal*, 6 (1), 22-50.
- DeWindt-King, A.M. ve Goldin, G.A. (2003). Children's visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*. 2(1), 1-42
- Fox , J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. P. Grootenboer, R., Zevenbergen, ve M. Chinnappan (Eds.) *Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. 1, 21-228.
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006).A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblattfür Didaktik der Mathematik-ZDM*.38(2), 143-162.

- Galbraith, P., Stillman, G., Brown, J. & Edwards, I. (2007).Facilitating middle secondary modelling competencies. C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Ed.), *Mathematical Modelling: ICTMA 12: Education, Engineering an Economics*.130-140.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006).A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblattfür Didaktik der Mathematik*. 38(3), 302-310.
- Kaiser, G., (2005). Introduction to the working group “applications and modelling”. *CERME 4 Proceedings*, p 1611-1622.
- King, J. P. (2004). *Matematik Sanatı* (N. Arık, Çev.). Ankara: Gökçe Ofset. 15. Basım
- Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Education Studies in Mathematics*. 12 235-264.
- Lesh, R., Landau, M. & Hamilton, E. (1983). Conceptual models in applied mathematical problem solving research. In R. Lesh ve M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 263-343). New York: Academic Press.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). (Eds.). *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lowrie, T. (2001).The influence of visual representations on mathematical problem solving and numeracy performance.*24th Annual MERGA Conference, Sydney, July 2001*(p. 354-361).
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblattfür Didaktik der Mathematik*.38 (2), 113-142.
- Peter-Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: pupils’ interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, ve M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the Third Millenium: Towards 2010* (Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.
- Presmeg, N. C. & Nenduradu, R. (2005).An investigation of a preservice teacher’s use of representations in solving algebraic problems involving exponential relationships. In H. Chick ve J. Vincent (Eds.), *Proc. 29th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 105-112). Melbourne, Australia: PME.
- Shield, M. & Galbraith, P. (1998).The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. 36, 29–52.
- Siller, H.S. & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. *CERME 6 – Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 108-117.
- Wu, Z. (2004). *The study of middle school teachers’ understanding and use of mathematical representation in relation to teachers’ zone of proximal development in teaching fractions and algebraic functions*. Doctoral dissertation. Department of Teaching, Learning and Culture. Texas A&M University, College Station.

- Thomas, G. B., Weir, M. D., Hass, J. & Giordano, F. R. (2010). *Thomas calculus 1* (2.Baskı, Çeviri: Recep Korkmaz). Beta Basım A.Ş. İstanbul.
- Tversky, B. (2001). Spatial schemas in depictions. In M. Gattis, Ed. *Spatial schemas and abstract thought*, pp. 79-111. Cambridge: MIT Press.
-

Ek 1. Çalışmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemleri

Deniz Feneri Problemi



Deniz fenerleri yaydıkları ışıkla, geceleri denizcilerin yönlerini bulmalarına yardım ederler. Bir gemiden, kıyıdaki bir deniz feneri ilk kez görüldüğü anda, geminin kıyıdan yaklaşık olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade eden bir matematiksel model oluşturunuz (Borromeo - Ferri, 2010).

Salıncak Problemi

Salıncakta sallanan bir insanın sallanırkenki potansiyel enerjisindeki değişimi matematiksel olarak ifade ediniz. Videolardan da istediğiniz ölçüde faydalanarak tüm gerekçelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız (Hıdıroğlu, 2012).

Sıcaklık Artışı Problemi

Yıl	1860 dan başlayarak dünyadaki sıcaklık artışı (°C)
1880	0,01
1896	0,02
1900	0,03
1910	0,04
1920	0,06
1930	0,08
1940	0,10
1950	0,13
1960	0,18
1970	0,24
1980	0,32

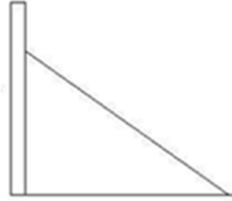
Yukarıdaki tabloda 100 yıl boyunca dünyadaki sıcaklık artış değerleri verilmiştir. Yukarıdaki verileri kullanarak sıcaklık artışı ile yıllar arasındaki ilişkiyi gösteren bir model oluşturunuz. Oluşturduğunuz modeli dünyadaki sıcaklık artışının 1980'deki değerlerden ne zaman 7 fazla olacağını bulmada kullanınız (Berry & Houston, 1995).

Boy-Ayak Uzunluğu Problemi

Kişi	Cinsiyet	Boy(cm)	Ayak Uzunluğu(cm)
1	K	160	25
2	E	111	15
3	K	160	23
4	K	152	23,5
5	K	146	24
6	K	157	24
7	E	156	21
8	K	143	23
9	E	147	20
10	E	123	20
11	K	153	25
12	E	148	25
13	E	125	20
14	K	150	20
15	E	183	28
16	E	184	25
17	E	125	18
18	K	140	20
19	E	170	27,5
20	K	168	25,5
21	E	131	23
22	E	180	25
23	K	156	21
24	K	150	19,5
25	K	142	22
26	K	159	24
27	K	145	25,5
28	K	162	25
29	E	149	22
30	K	169	24,5
31	E	126	20
32	E	150	24
33	E	170	26
34	K	141	21
35	K	123	20
36	K	122	19
37	E	125	20
38	K	135	20
39	E	165	25
40	K	131	20
41	K	134	17
42	E	158	25
43	K	170	25
44	K	125	15
45	K	135	21
46	K	138	19
47	E	134	20,5
48	E	145	22
49	E	171	25
50	K	181	24
51	K	139	19,5
52	E	147	25
53	E	134	19
54	K	164	24
55	E	127	19,5
56	K	138	21
57	E	180	24
58	E	159	26
59	K	151	23,5
60	E	165	29

Yukarıdaki tabloda 60 kişilik bir grubun cinsiyet, boy ve ayak uzunlukları verileri verilmiştir. Bu verilere göre şu anda dünyanın en uzun boylu (247 cm) insanı yaklaşık olarak kaç numara ayakkabı giyer? Boyları aynı olan herhangi erkek ve kadının ayak uzunluklarının arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak gösteriniz (Hidiroğlu, 2012).

Merdiven Problemi



Bir merdiven duvara dayalı olarak halı üzerinde kaymadan ilk şekilde gibi durmaktadır. Halı çekilince merdivenin ayağı duvardan sabit hızla uzaklaşmaktadır. Merdivenin kayma sürecinden bir kesit ikinci şekilde verilmiştir. Merdiven üzerindeki herhangi bir noktanın, merdivenin kayma sürecindeki hareketini ifade eden matematiksel model/ler oluşturunuz.

Stat Problemi

Yakın zamanda ülkenizde düzenlenecek olimpiyat şampiyonası için yeni yapılacak stadın mimarlarından biri konumunda olduğunuzu düşünün. Sizden sahanın etrafını kaplayacak koşu pistini tasarlamaz isteniyor. Videodan ve fotoğraflardan istediğiniz ölçüde faydalanarak,

a) stadın koşu pisti (aynı anda 8 kişinin koşabileceği) olarak yapmayı düşündüğünüz modelinizi (şeklinizi) matematiksel modellerle destekleyerek oluşturunuz. (Koşu pisti oluşturma adına çizdiğiniz her şeklin matematiksel ifadelerle desteklenmesi gerektiğini unutmayınız.)

b) koşu pistini oluşturdunuz, şimdi de olimpiyatlarda bu statta 200 metre finalini koşacak 8 koşucunun koşu anını tasarlayınız. Adil bir yarış için koşunun nasıl yapılması gerekir? Koşucuların başlangıçtan bitişe konumları nasıl olmalıdır? Koşucuların yarış boyunca ki hareketlerini matematiksel olarak modelleyiniz (Hidiroğlu, 2012).