# Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Üçgenler ve Dörtgenler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi *

**Mehmet İhsan Yurtyapan[a] ve İlhan Karataş[b]**

[a]Milli Eğitim Bakanlığı, Karamürsel Alp Anadolu Lisesi, Kocaeli/Türkiye (ORCID: 0000-0001-9788-7725)
[b]Bülent Ecevit Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, Zonguldak/Türkiye (ORCID: 0000-0001-5906-2132)

**Makale Geçmişi**: Geliş tarihi: 14 Temmuz 2018; Yayına kabul tarihi: 18 Ağustos 2019; Çevrimiçi yayın tarihi: 14 Kasım 2019

**Öz:** Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini; konu alanı ve öğrenciyi tanıma bilgisi bağlamında incelemektir. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması olarak yürütülmüştür. Örneklem, 0-5 yıl, 6-10 yıl ve 11yıl ve üzeri mesleki deneyim gruplarından eşit sayıda seçilen toplam 12 ortaokul matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Çalışmanın verileri, üçgenler ve dörtgenler konusundaki çeşitli senaryo durumlarını içeren 9 açık uçlu soruya verilen cevaplardan ve yarı yapılandırmış mülakatlardan elde edilmiştir. Elde edilen veriler, içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Bulgular, ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenlere yönelik pedagojik alan bilgisinin konu alanı bileşeninde istenilen düzeyde olmadıklarını; buna karşın öğrenciyi tanıma bilgisi bileşeninde, konu alanı bilgisi bileşenine nispeten daha iyi düzeyde olduklarını göstermektedir. Ayrıca öğretmenlerin çoğunun üçgenler ve dörtgenler konularına yönelik konu alanı bilgilerinde ortaokul öğrencileri ile benzeyen kavram yanılgılarına sahip oldukları belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Pedagojik alan bilgisi, üçgenler, dörtgenler, geometri öğretimi

**DOI:**10.16949/turkbilmat.443825

**Abstract:** The purpose of this study is to investigate pedagogical content knowledge of secondary school mathematics teachers about triangles and quadrilaterals. In particular, it is focused on knowledge of content and students as two components of teachers' pedagogical content knowledge. In this study, case study was used as one of the types of qualitative research methods.. The sample is comprised of 12 secondary school mathematics teachers who are selected equally from the three groups, namely having teaching experience of 0-5 years, 6-10 years, and 11 and above years. Data is gathered by the use of 9 open-ended questions including different types of scenarios and semi-structured interviews in relation with triangle and quadrilateral concepts. The data is analyzed by the use of content analysis method Findings show that secondary school mathematics teachers' pedagogical content knowledge about triangles and quadrilaterals are not at the desired level in the component of content knowledge, whereas they are relatively better in the component of knowledge of students. Moreover, it was determined that teachers have similar misconceptions with secondary school students in triangle and quadrilateral concepts.

**Keywords:** Pedagogical content knowledge, triangles, quadrilaterals, geometry teaching

See English Version

## 1. Giriş

Etkili bir öğretim; öğretmen, öğrenci, sınıfın fiziki koşulları, program gibi. daha pek çok sayılabilecek bileşenin bir araya gelmesiyle mümkündür. Ancak bu bileşenlerden en önemlisi, diğer bileşenlerin uygulayıcısı konumunda olan öğretmendir (Baki, 2018). 2013 güncellemiş ortaokul matematik öğretim programında etkili bir matematik öğretimi için öğretmenin rolü öğrencilere bilgi aktarmaktan çok, bilgiye nasıl ulaşılacağına rehberlik etmek olarak belirtilmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Bu anlamda öğretim sürecinin en etkin elemanlarından öğretmenlerin gerekli bilgi donanımına sahip olmaları, edindikleri bilgileri öğretim sürecinde uygulayabilmeleri büyük önem arz etmektedir. İlgili literatür incelendiğinde öğretmenlerin sahip olması gereken bilgiler ile ilgili ilk çalışmaların Shulman (1986, 1987) tarafından yapıldığı görülmektedir. Shulman (1986) tarafından yapılan çalışmada öğretmenin sahip olması gereken bilgiyi konu alanı bilgisi, pedagojik alan bilgisi (PAB) ve program bilgisi olarak üç boyutta ele aldığı görülmektedir. Öner'e (2010) göre bu bilgilerden üzerinde en çok tartışılan pedagojik alan bilgisi olmuştur. Yapılan çalışmalarda öğretmen yetiştirmede tek başına alan bilgisinin de pedagojik bilgininde etkili olmayacağı vurgulanmaktadır (Öner,2010). Baki (2018) pedagojik alan bilgisini pedagoji ve alan bilgisinden oluşan bir "karışım" olarak değil bir "bileşim" olarak ile ifade etmektedir. Gökkurt, Şahin ve Soylu (2012) tarafından matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi amacıyla yapılan çalışmada öğretmenlerin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasında yakın bir ilişki olduğu görülmüştür. Ancak, literatürde etkili bir matematik öğretiminin alan bilgisinden çok PAB'a bağlı olduğunu

**Sorumlu yazar:** Mehmet İhsan Yurtyapan **e-posta:**asimptot10@yandex.com

*Bu makale "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Üçgenler ve Dörtgenler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi" adlı yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

**Kaynak Gösterme:** Yurtyapan. M. İ. ve Karataş, İ. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *11*(1), 53-90.

gösteren çalışmalarda bulunmaktadır (Bolyard ve Moyer-Packenham, 2008; Fawns ve Nance, 1993).Belirtilen bu sebepler, hem alan bilgisini hem de pedagojik bilgiyi içerisine alan pedagojik alan bilgisini önemli kılmaktadır.

Geometri; uzay, şekil, sembol ve kavram bilgisini içeren matematiğin önemli alanlarından birisidir (Fidan ve Türnüklü, 2010). Yapılan literatür taramasında ülkemizdeki geometri öğretimine ilişkin yapılan çalışmaların az olduğu ve geometri öğretimi ile ilgili yaşanan güçlükler olduğu görülmektedir (Yılmaz, Keşan ve Nizamoğlu, 2000'den akt., Gökkurt, Şahin, Soylu ve Doğan, 2015, s.56). Bu çalışmalar incelendiğinde geometrik şekillerin ve özelliklerinin ezberletilmesi, sınırlı sayıda örnek sunumu gibi sebeplerden dolayı geometri öğretiminde sıkıntılar yaşanması, öğrencilerin içinde yaşadıkları çevreyi yorumlayamaması, anlamlı öğrenmenin gerçekleşememesi ve hatta geometriye karşı olumsuz tutum geliştirmesi sonuçlarına yol açtığı belirtilmiştir (Fujita ve Jones,2007'den akt., Gökkurt ve ark., 2015, s.57). Bu tip durumların öğretim sürecinde oluşmaması adına öğretmenlerin mesleki yeterliliği çok önemlidir (Baki,2013). Dolayısıyla geometri öğretiminde kalıcı öğrenmeyi gerçekleştirebilmek için öğretmenin konu alanı bilgisinin yanı sıra, öğrenci hatalarını anlayabilmesi ve bu hataları giderebilme becerisine sahip olması gerekmektedir. Bu nedenle çalışmada öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi, konu alanı bilgisi ve öğrenciyi tanıma bilgisi boyutlarında değerlendirilecektir. Ayrıca alan yazını incelendiğinde ülkemizde geometri konusu üzerine pedagojik alan bilgisi ile ilgili yapılan araştırmaların sayısının az olduğu görülmektedir (Gökkurt, 2014; Gökkurt ve ark., 2015; Gökkurt ve Soylu, 2016). Pedagojik alan bilgisi ile ilgili bahsi geçen bu çalışmaların geometrik cisimler konusu üzerinde yoğunlaştığı ve bunun sebebi olarak da bireylerin geometrik cisimleri öğrenmekte zorlandıkları gösterilmektedir (Bozkurt ve Koç, 2012; Gökkurt ve ark., 2015). Geometrik cisimler konusunda yaşanan bu sıkıntıların bu konuya temel teşkil eden üçgen ve dörtgenler konusundan kaynaklanabileceği söylenebilir. Nitekim literatürde bireylerin üçgenler ve dörtgenler konusuna yönelik kavram yanılgılarına sahip olduğu çalışmalarda mevcuttur (Doğan, Özkan, Çakır, Baysal ve Gün, 2012; Ergün,2010; Hızarcı, Ada ve Elmas, 2006; Kaplan ve Hızarcı, 2005; Karpuz, Koparan ve Güven, 2014). Yukarıda belirtilen sebeplerden dolayı bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgisinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

### 1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemektir. Bu amaca bağlı olarak çalışmanın alt problemleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

a) Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusundaki konu alanı bilgileri nedir?
b) Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin öğrenci bilgileri nedir?

## 2. Yöntem

Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması kullanılmıştır. Özel durum çalışmalarının en temel özelliği bir ya da birden fazla durumun derinliğine araştırılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada ise belirli sayıdaki çalışma grubu ile ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusundaki pedagojik alan bilgileri ayrıntılı bir şekilde araştırılması amaçladığından özel durum çalışması kullanılmıştır.

### 2.1. Çalışma Grubu

Bu araştırma, bir ilçe merkezinin farklı ortaokullarında çalışan 12 matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Çalışma grubunda yer alan öğretmenler $Ö_1$,$Ö_2$,$Ö_3$,$Ö_4$,$Ö_5$,$Ö_6$,$Ö_7$,$Ö_8$,$Ö_9$,$Ö_{10}$,$Ö_{11}$,$Ö_{12}$ şeklinde kodlanmıştır. Çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemi önceden belirlenmiş ölçütleri karşılayan bütün durumların çalışmasını sağlayan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada örneklem belirlenirken kullanılan ölçütler, öğretmenlerin çalıştıkları ortaokulların ve mesleki deneyim sürelerinin birbirinden farklı olmasıdır. Bu yolla heterojen bir çalışma grubu kullanılarak öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin farklı bakış açılarını yansıtmak amaçlanmıştır. 0-5 yıl, 6-10 yıl ve 11yıl ve üzeri olmak üzere üç farklı mesleki deneyim grubunun her birinden 4'er öğretmen seçilmiştir. Öğretmenlerin demografik bilgilerine dair tablo, Tablo 1' de verilmiştir.

**Tablo 1.** Çalışma grubundaki öğretmenlerin demografik bilgileri

| **Kişiler** | **Mesleki Deneyim** |
|---|---|
| $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ | 0-5 yıl |
| $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_8$ | 6-10 yıl |
| $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{12}$ | 11 yıl ve üzeri |

### 2.2. Veri Toplama Araçları

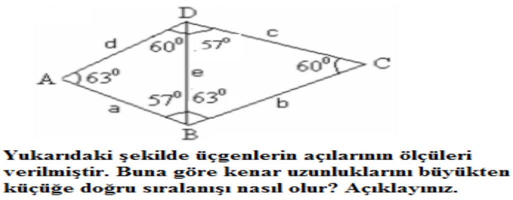
Bu çalışmada nitel veri toplama araçlarından doküman incelemesi ve görüşme kullanılmıştır. Görüşme formu Gökkurt ve Soylu'nun (2016) çalışmalarında kullandıkları formun yapısından esinlenilerek hazırlanmıştır. Görüşme formu iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölümü öğretmenlerin demografik bilgilerini (Cinsiyet, mesleki deneyim, eğitim durumu vb.) belirlemeye yönelik sorular oluşturmaktadır. İkinci bölüm ise öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini belirlemeye yönelik çeşitli senaryo durumlarını içeren dokuz açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini ölçmek amacıyla hazırlanan sorular aşağıda belirtilen kazanımlara ilişkindir. Kazanımlara yönelik hazırlanan soruların dağılımı Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Açık uçlu sorularının kazanımlara göre dağılımı

| Konular | Kazanımlar | Soru Sayısı |
|---|---|---|
| Üçgenler | Açı- kenar ilişkisi | 2 |
| | Diklik merkezi tespiti | 1 |
| Dörtgenler | Dörtgenlerin sınıflandırılması | 3 |
| | Çokgenlerde simetri ekseninin bulunması | 1 |
| | Dörtgenlerde köşegenlerin kesim noktası özelliği | 1 |
| | Dörtgenlerde çevrenin hesaplanması | 1 |
| | **Toplam** | **9** |

Pedagojik alan bilgisine yönelik hazırlanan soru örneği Tablo 3'te verilmiştir. Hazırlanan bu sorular 3 matematik öğretmeni ve 2 uzman tarafından incelenmiş olup gerekli düzenlemeler yapılarak kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Soruların kullanışlılığını görmek amacıyla 2 tane ortaokul matematik öğretmeni ile pilot çalışması yapılarak gerekli ek düzenlemeler yapılmıştır. Açık uçlu bu sorular öğretmenlere uygulandıktan sonra öğretmenlerle 20-30 dakika süren yarı yapılandırılmış mülakat yapılmış olup ses kaydına alınmıştır. Bu mülakatta ek sorulara da yer verilmiştir. Yukarıda Tablo 3'te verilen "a" sorusu konu alanı bilgisine yönelik hazırlanmıştır. "b" ve "c" soruları ise öğrenciyi tanıma bilgisine yönelik hazırlanmıştır.

**Tablo 3.** Pedagojik alan bilgisine yönelik hazırlanan açık uçlu bir soru örneği

| Üçgende Açı Kenar İlişkisi Sorusu | Öğrencinin Çözümü |
|---|---|
| Ayşe öğretmen aşağıdaki soruyu Taha' ya soruyor.   Bu soruya Taha yandaki gibi cevap veriyor. | a ile e , d ile b eşittir. En uzun kenar c dir.<br>c>a = e > b =d cevabını vermiştir. |
| **a)** Verilen senaryo durumuna göre öğrencinin hata yapıp yapmadığı hakkında ne düşünüyorsunuz? Varsa öğrencinin yaptığı hata nedir? Öğrencinin bu hatayı yapmasının sebebi/sebepleri neler olabilir? | |
| **b)** Varsa öğrencinin yaptığı hata, bu hatayı anlaması için öğrenciye soracağınız soru ve sorular neler olabilir? | |
| **c)** Öğrenci hatalı ise**,** bu soruya öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanabileceğiniz önemli matematiksel kavram ya da ön bilgi nedir? | |

### 2.3. Veri Analizi

Bu çalışmada açık uçlu sorular ve yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi genellikle metinlerin (mülakat dökümleri, günlükler vb.) analizinde kullanılmaktadır (Patton, 2014). Aynı zamanda içerik analizi ile toplanan verilerin ayrıntılı olarak analizi yapılarak önceden belli olmayan temaların ve bu temalar arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılması sağlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Yarı yapılandırılmış mülakatlar ve açık uçlu sorular NVİVO 9.0 nitel veri analiz programına aktarılarak kodlamalar yapılmıştır. Oluşturulan kodlamalar, tablolar halinde bulgular kısmında sunulmuştur. Kodlamalar yapılarken öğretmenlerin konu alanı bilgisine yönelik sorulan sorulara verdikleri cevaplar doğru, yanlış şeklinde kodlanmıştır. Öğrenciyi tanıma bilgisine yönelik sorulara verilen cevaplar ise Gökkurt ve Soylu'nun (2016) çalışmasındaki kategoriler dikkate alınarak analiz edilmiştir.

## 3. Bulgular

Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgileri; konu alanı bilgileri ve öğrenciyi tanıma bilgileri olmak üzere iki başlık halinde incelenecektir.

### 3.1. Konu alanı bilgisine ilişkin bulgular

Ortaokul matematik öğretmenlerine üçgenler konusuna yönelik 3 soru dörtgenler konusuna yönelik 6 soru yöneltilmiş olup sorulara verdikleri cevaplar doğru ve yanlış olarak sınıflandırılmıştır.

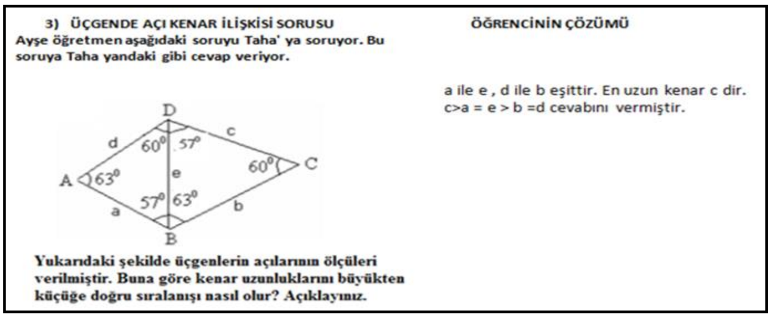
Öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konu alanı bilgisine ilişkin bilgiler Tablo 4' de verilmiştir.

**Tablo 4.** Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konu alanı bilgisine ilişkin bulgular

| | | (0-5 yıl) | | | | (6-10 yıl) | | | | (11 yıl ve üzeri) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $Ö_1$ | $Ö_2$ | $Ö_3$ | $Ö_4$ | $Ö_5$ | $Ö_6$ | $Ö_7$ | $Ö_8$ | $Ö_9$ | $Ö_{10}$ | $Ö_{11}$ | $Ö_{12}$ |
| 1. soru | Doğru | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Yanlış | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2. soru | Doğru | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | Yanlış | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 3. soru | Doğru | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | Yanlış | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4.soru | Doğru | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Yanlış | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5.soru | Doğru | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | Yanlış | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6. soru | Doğru | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Yanlış | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7. soru | Doğru | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Yanlış | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8. soru | Doğru | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Yanlış | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9.soru | Doğru | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | Yanlış | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Toplam | Doğru | 7 | 3 | 4 | 7 | 4 | 8 | 6 | 4 | 4 | 7 | 4 | 6 |
| | Yanlış | 2 | 6 | 5 | 2 | 5 | 1 | 3 | 5 | 5 | 2 | 5 | 3 |
| | Doğru | 21 | | | | 22 | | | | 21 | | | |
| | Yanlış | 15 | | | | 14 | | | | 15 | | | |

Tablo 4'te görüldüğü gibi öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler ile ilgili konu alanı bilgileri genel olarak değerlendirildiğinde mesleki deneyimlerine göre grupların doğru ve yanlış sayıları birbirine yakın olduğu görülmektedir. Ancak 6-10 yıl mesleki deneyime sahip öğretmenlerin konu alanı bilgileri diğer mesleki deneyim gruplarına göre nispeten daha iyi olduğu söylenebilir.

Tablo 4'e göre üçgenlerde açı kenar bilgisine yönelik hazırlanan 1. ve 3. sorular incelendiğinde üçgen çizimi ile ilgili 1. soruyu bütün öğretmenlerin doğru, Şekil 1'deki 3. soruya ise iki öğretmen ($Ö_2$, $Ö_{11}$) yanlış cevap vermiştir.




**Şekil 1.** Üçgende açı kenar ilişkisi ile ilgili 3. soru

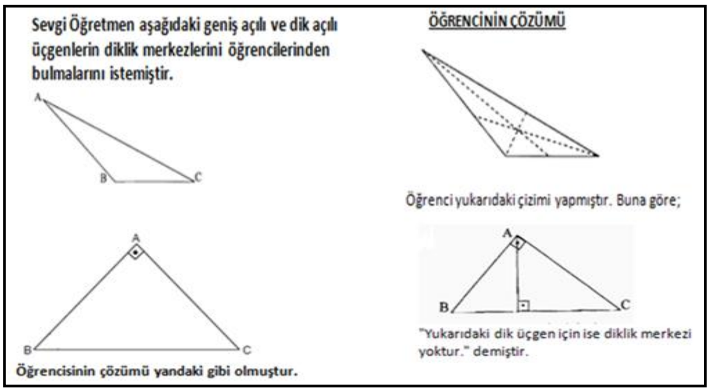
Farklı mesleki deneyim gruplarına dâhil olan bu öğretmenlerin Şekil 1'deki soruya verdiği yanlış cevaplar şu şekildedir:

> *$Ö_2$: "Doğru. Tek tek ben kendim de hani inceledim zaten. İşte burada en uzun kenar c. Burada da e. Fakat buraya geldiğimizde e' nin karşısında 60 derecelik açı var. Burada 63 derecelik açı var. O yüzden en uzun kenar c. Burada da öğrenci zaten onu söylemiş."*

> *$Ö_{11}$: "Çocuk büyük açı, büyük kenar görür; küçük açı, küçük kenarı görür. Bunun farkında ama bu iki üçgenin farklı olduğunu ayrı değerlendirmesi gerektiğini düşünmemiş. Orada hata yapmış. Burada c, a' dan büyüktür diyor aslında ama yanlış hatırlamıyorsam a, c' den büyüktür olması gerekiyordu. Farklı üçgenler farklı ııı….c daha büyük bir açı ile görünüyor. Ancak diğer üçgenle karşılaştırılması konusunda e, c' den büyük olduğu için a' da c' den büyük."*

Öğretmenlerin verdiği cevaplardan da görülmektedir ki her iki öğretmen de üçgende açı kenar ilişkisi olan "Büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında küçük kenar bulunur." kuralını bilmektedir. Ancak bu kuralı sorunun çözümünde kullanamamışlardır. $Ö_2$ öğretmeni en uzun kenarı doğru belirlemiştir. Ancak diğer kenarların sıralamasında öğrencinin yapmış olduğu hatayı doğru kabul ettiği görülmektedir. $Ö_{11}$ öğretmeni ise üçgende açı kenar ilişkisini ve iki üçgenin ayrı ayrı değerlendirilmesi gerektiğini doğru bilmektedir. Ancak teorik olarak bildiği bu bilgileri iki üçgeni karşılaştırırken uygulayamamıştır.

Üçgenlerde diklik merkezini belirlemeye yönelik hazırlanan Şekil 2'de yer alan 2. soru ise geniş ve dik açılı üçgenin diklik merkezinin tespitiyle ilgili iki aşamalı bir sorudur.



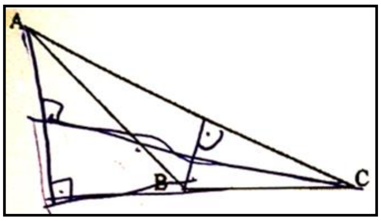

**Şekil 2.** Diklik merkezinin tespiti ile ilgili yöneltilen 2. soru

Öğretmenlerin bu iki soruda konu alanı bilgisine yönelik yanlış cevap vermeleri halinde diklik merkezi kavramına tam anlamıyla hâkim olunamadığı kanaatine varılarak cevapları yanlış kabul edilmiştir. Bu sebeple 2. soruyu yanlış yapan öğretmenlerin konu alanına ait bulgular ayrı ayrı incelenmiştir. Geniş açılı üçgenin diklik merkezinin tespiti ile ilgili hata yapan öğretmenlerin ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{11}$), dik açılı üçgenin diklik merkezinin tespiti ile ilgili hata yapan öğretmenlerden ($Ö_2$, $Ö_8$ ve $Ö_{11}$) daha fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca dik açılı üçgenin diklik merkezinin tespiti ile ilgili hata yapan $Ö_2$, $Ö_8$ ve $Ö_{11}$ öğretmenlerinin hem geniş açılı üçgende hem de dik açılı üçgende diklik merkezinin tespitinde hata yapmaları dikkati çeken bir bulgudur. Genel olarak değerlendirildiğinde 0-5 yıl mesleki deneyime sahip öğretmenlerin diğer gruplara göre daha fazla hata yaptıkları görülmüş olup geniş açılı üçgenin diklik merkezinin tespiti ile ilgili verdikleri hatalı yanıtlar şu şekildedir:

*$Ö_1$: "Öğrenci yüksekliği yanlış çizmiş. Yükseklikleri kenarortayla karıştırmış muhtemelen burada. Yüksekliklerin üçgenin dışında olması gerektiğini fark edememiş."*

*$Ö_2$: "Hatalı burada da. Diklik merkezi kavramını algılayamamış, anlayamamış."*
*$Ö_3$: "Hata yapmış. Geniş açılı üçgende yükseklik üçgenin dışında olacaktı."*

Mesleki deneyimleri 0-5 yıl arasında olan bu 3 öğretmenin ifadeleri incelendiğinde öğretmenlerin senaryo durumundaki öğrencinin hatalı, geniş açılı üçgenlerde bazı yüksekliklerin üçgenin dışında olduğunu bilmektedirler. Ancak öğretmenler soru hakkındaki düşüncelerini anlatırken geniş açılı üçgenlerde yükseklikleri doğru çizemedikleri ve diklik merkezini yanlış gösterdikleri ya da bulamadıkları için diklik merkezinin olmadığı iddia ettikleri görülmüştür. Geniş açılı üçgende $Ö_3$ öğretmeninin yapmış olduğu yükseklik çizimi örnek olarak Şekil 3'de verilmiştir. Bu nedenle öğretmenlerin bahsedilen bilgileri sadece bilgi düzeyinde bildikleri söylenebilir.




**Şekil 3.** $Ö_3$ öğretmeninin hatalı çizimi

$Ö_3$ öğretmenin yukarıdaki çizime dair yapmış olduğu açıklama şu şekildedir:

*$Ö_3$: "Geniş açılının diklik merkezi yok. Çünkü bende çözemedim."*

Bu nedenle 0-5 yıl arası mesleki deneyime sahip olan $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ öğretmenlerinin bahsedilen bilgileri sadece bilgi düzeyinde bildikleri söylenebilir.

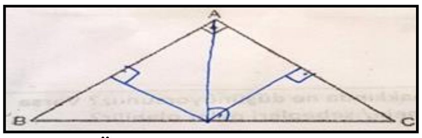
Dik üçgenin diklik merkezinin tespiti ile ilgili soruya ise farklı mesleki deneyim gruplarındaki 3 öğretmenin ($Ö_2$, $Ö_8$ ve $Ö_{11}$) yanlış cevap verdiği görülmüştür. Bu konudaki ifadeleri şöyledir:

*Ö$_{11}$: "Diklik merkezi yoktur demiş. Bence doğru söylüyor. Çünkü yine üç tanesi bir noktada kesişmiyor."*

*Ö$_{8}$: "İyi de bunların hiç diklik merkezi yok muydu? Vardı ya ben hata yapıyorum bir yerde."*

Ö$_{8}$ öğretmeninin diklik merkezini bulamadığını söylerken, Ö$_{11}$ öğretmeni ise dik üçgende diklik merkezinin olmadığını iddia etmiştir.

Ö$_{2}$ öğretmeni ise dik üçgenin yüksekliklerini Şekil 4'de görüldüğü gibi çizmiştir.




**Şekil 4.**Ö$_{2}$ öğretmeninin hatalı çizimi

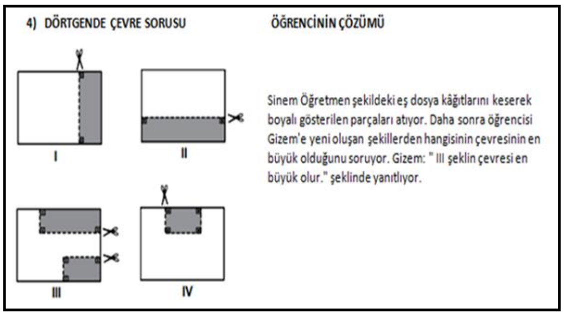
Şekil 4 incelendiğinde Ö$_{2}$ öğretmeninin dik üçgende dik kenarlara ait yükseklik çizimlerinde hatalar yaptığı görülmektedir.Ö$_{2}$ öğretmenin yukarıdaki çizime dair yapmış olduğu açıklama ise şu şekildedir:

*Ö$_{2}$: "Üç ayrı yüksekliği de çizdiğimiz zaman diklik merkezi burada da yok."*

Ö$_{2}$ öğretmenin yukarıda yapmış olduğu çizim ve açıklamalara göre dik açılı üçgende diklik merkezinin olmadığını düşündüğü görülmektedir.

Genel olarak dik üçgende diklik merkezi ile ilgili hata yapan öğretmenlerin diklik merkezini bulamamaları ya da olmadığını iddia etmelerinin sebebi; yaptıkları açıklamalara ve çizimlere bakıldığında dik açılı üçgenlerde dik kenara ait yükseklik çizimi bilgilerinde eksikliklerinin olmasından kaynaklandığı söylenebilir.

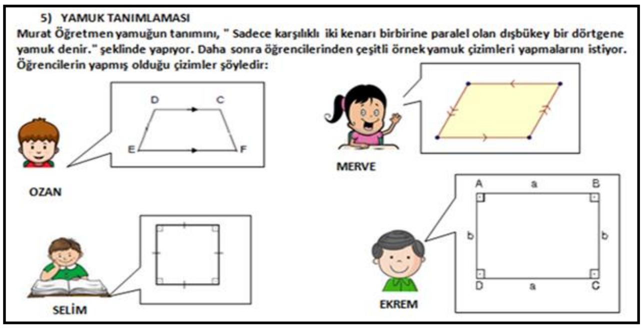
Dörtgenlerin çevresinin hesaplanması ile ilgili olan Şekil 5'de yer alan 4. soru genel itibariyle bütün mesleki deneyim grupları tarafından doğru yapılmış olup 1 öğretmen (Ö$_{8}$) tarafından yanlış cevaplanmıştır.




**Şekil 5.** Dörtgenlerde çevre hesaplaması ile ilgili yöneltilen 4. soru

Dörtgenlerin sınıflandırılması ilişkin olarak öğretmenlere özel dörtgenlerden olan yamuk, deltoid ve paralelkenarın tanımlanmasına yönelik sırası ile 5., 6. ve 8. sorular yöneltilmiştir.

Yamuğun tanımlanması ile ilgili olan 5. Soru Şekil 6'da verilmiştir:




**Şekil 6.** Yamuğun tanımlanması ile ilgili yöneltilen 5. Soru

Yamuğun tanımlanması ile ilgili olan bu soruya farklı mesleki deneyim gruplarındaki öğretmenleri tarafından verilen hatalı yanıtların bazıları şu şekildedir:

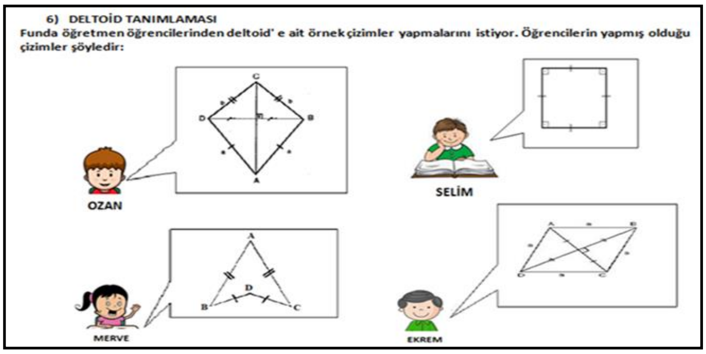
*Ö$_{2}$: "Yalnız ifadesi var başında. Bu yüzden sadece doğru cevap veren Ozan dedim."*

*Ö$_{5}$: "Sadece karşılıklı iki kenar birbirine paralel olacak."*

*Ö$_{11}$: "Ozan'ın doğru sadece... Paralellik konusunda sadece iki kenarı paralel olması gerektiği için* *diğerlerinin yanlış olduğunu düşüyorum."*

Genel olarak bütün mesleki deneyim gruplarında yanlış yapan öğretmenlerin verdikleri cevaplar değerlendirildiğinde öğretmenlerin yamuğun tanımını yanlış bilmelerinden dolayı soruda verilen yamuk tanımını sorgulamadan doğru kabul ederek soruyu cevapladıkları görülmektedir. Yamuk kavramının tanımında ise sadece karşılıklı iki kenarının paralel olmasına yoğunlaşmışlardır. Oysa yamuk kavramı en az iki kenarı birbirine paralel olan dışbükey çokgendir. Soruda verilen klasik yamuk şeklinin haricinde özel dörtgenlerden olan kare, paralelkenar ve dikdörtgen de bir yamuktur. Yanlış cevap veren öğretmenlerin bu ayrıntıyı bilmedikleri ve genellikle Şekil 6'daki Ozan adlı öğrencinin çizdiği klasik yamuk şekline bağlı kalarak tanımda da aşırı özelleştirmeye gittikleri görülmektedir.

Deltoid'in tanımlanması ile ilgili olan 6. Soru Şekil 7'de verilmiştir:




**Şekil 7.**Deltoid'in tanımlanması ile ilgili yöneltilen 6. Soru

Deltoid'in tanımlanması ile ilgili olan bu soruya farklı mesleki deneyim gruplarındaki öğretmenleri tarafından verilen hatalı yanıtların bazıları şu şekildedir:

*$Ö_3$: "Deltoidi, hani anlatırken ya da görsel olarak söylerken iki tane birbirinin şey ikizkenar üçgenin birleşimi olarak veriyoruz ve ona da uygun çizim Ozanın ki..."*

*$Ö_8$: "Evet, birbirinden farklı iki tane ikizkenar üçgenin tabanlarının birleşmesiyle deltoid oluşuyor.…Birbirinden farklı olması ve tabanları birleşik. Bunlarda da evet tabanlar birleşik ama birbirinden bir tek şunda evet birbirinden farklı değilmiş, ama tabanları bu şekilde Ozan'ın yaptığı gibi çakışacak."*

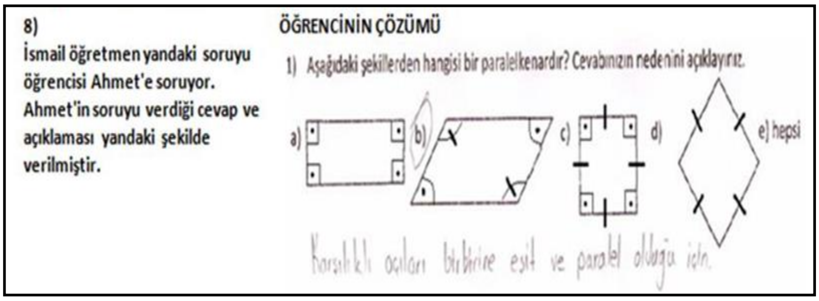
*A: "Alt alta gelmesi gerekiyor diyorsunuz?"*

*$Ö_8$: "Yani evet, yani şekiller üst üste olmayacak. Yani şekiller çakışmıyor aslında. Alt alta böyle uçurtma resmi gibi olacak deltoid. Hatta öyle tanımlardık biz."*

*$Ö_{10}$: "Merve, deltoid değil demişimdir. Çünkü iç bükeydir. Kare zaten eşkenar dörtgen birer deltoid' dir. İkizkenar üçgenlerin tabanlarının birleştirilmesi ile oluşan şekil biliyorsunuz. Burada ise hani köşegenlerinin bir tanesinin açıortay olması gerekiyor. Köşegenler bunu sağlamıyor. İçbükey olduğu için bu yüzden Merve' nin hani bana göre yaptığı deltoid değildir. Yanılıyor da olabilirim ama öyle düşündüm."*

Genel olarak deltoid'in tanımı ile ilgili verilen yanıtlar değerlendirildiğinde öğretmenlerin deltoid' in tanımını eksik bildikleri görülmektedir. Deltoid, köşegenlerinden biri, iki ikizkenar üçgenin tabanı olan dörtgendir. Dolayısıyla öğretmenlerin çoğu Şekil 7'deki verilen Merve'nin çizimi olan iç bükey çokgenin deltoid olamayacağını düşünmektedir. Oysa Merve'nin çiziminde verilen iç bükey dörtgende [BC] köşegeni iki ikizkenar üçgen tabanını oluşturmaktadır. Dolayısıyla Merve'nin çizdiği içbükey dörtgen bir deltoid örneğidir. Bir kısım öğretmen ise deltoid' in tanımında tabanları farklı olan, farklı ikizkenar üçgen vurgusu yapmaktadır. Oysa verilen doğru tanıma göre ikizkenar üçgenlerin farklı olması gerektiği belirtilmemiştir. Bu nedenle soruda verilen kare ve eşkenar dörtgen de bir deltoid olmaktadır. Dolayısıyla bu cevabı veren öğretmenler kare ve eşkenar dörtgenin bir deltoid olması gerektiğini atlamışlardır. Bu verilerden hareketle öğretmenlerin deltoid'in prototip şeklini bildikleri görülmektedir. Şekil 7'deki Ozan'ın çizimini doğru kabul etmektedirler.

Paralelkenarın tanımlanması ile ilgili olan 8. soru Şekil 8'de verilmiştir:



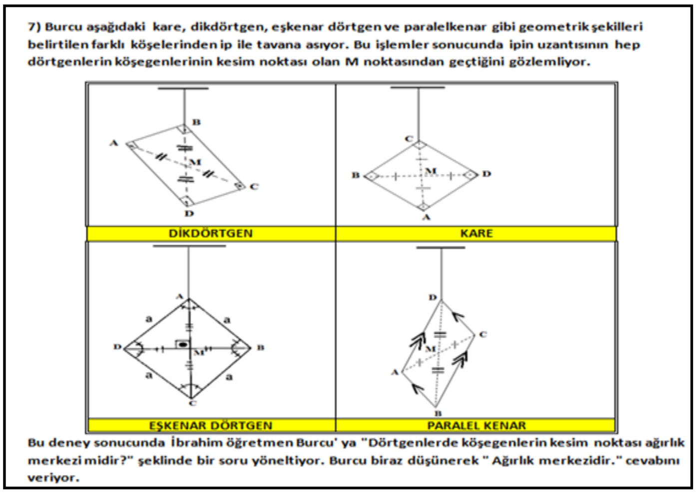

**Şekil 8.**Paralelkenarın tanımlanması ile ilgili yöneltilen 8. Soru

Paralelkenarın tanımlanması ile ilgili olan bu soruya 11 yıl ve üzeri mesleki deneyimli öğretmenlerin hepsi doğru cevap verirken, diğer mesleki deneyim gruplarındaki öğretmenleri tarafından verilen hatalı yanıtların bazıları şu şekildedir:

*$Ö_2$: "Yani doğru cevap vermiştir dedim. Çünkü paralelkenarın tanımına bakıldığı zaman işte karşılıklı kenarı iki kenarı birbirine paralel olan dörtgene o karşılıklı iki açısı eşit olan dörtgene paralelkenar adı veriyoruz. O yüzden doğru cevabı yapmıştır."*
*$Ö_3$: "Öğrenci doğru cevabı bulmuş. Fakat tam olarak paralelkenarın tanımını bilmiyor."*
*A: "Tanımını bilmiyor diyorsunuz. Peki, hata var mı yok mu?"*
*$Ö_3$: "Hata var. Çünkü dediğine göre karşılıklı açıları ve kenarları birbirlerine paralel olduğu zaman karşılıklı açıları da birbirine eşit olduğu zaman bunun paralelkenar olması lazım. O zaman bu dördünün de paralel olması lazım birbirine. Çünkü dediği tanıma göre hep karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel."*
*A: "Anladım doğru şıkkı mı işaretlemiş sizce?"*
*$Ö_3$: "Şık olarak doğru şıkkı işaretlemiş."*
*A: "Peki, orda hatası?"*
*$Ö_3$: "Hatası tanımı tam olarak bilmiyor. Paralelkenar kavramını öğrenmesi gerekiyor."*
*$Ö_5$: "Sekizinci soruda bence hata yapmamıştır. Çünkü çocuk paralelkenar terimi matematikte geometrik bir şeklin karşılığı olduğu için, çocuk o şeklin, o kavramın doğru şeklini bulup işaretlemiş. Karşılıklı açılar birbirine eşit ve karşılıklı kenarları birbirine paralel."*
*A: "Alttaki notun doğru mu olduğunu düşünüyorsunuz?"*
*$Ö_5$: "Karşılıklı açıları birbirine eşit ve paralel olduğu için demiş. Doğru, burada zaten A şıkkında bir dikdörtgen görünüyor. Tamam dikdörtgenin de bütün kenarları birbirine paraleldir. Karşılıklı açıları da birbirine eşittir. Fakat o farklı bir geometrik bir şekildir. Özel olarak adı dikdörtgendir. Yani paralelkenar değildir."*

Genel olarak paralelkenarın tanımı ile ilgili verilen yanıtlar değerlendirildiğinde standart paralelkenar şeklinin dışında verilen geometrik şekillerin paralelkenar olamayacağını ve benzer şekilde düşünerek her geometrik şeklin adının ve özelliklerinin farklı olması gerektiği ifade edilmiştir. Dolayısıyla geometrik şekiller arasında bir geçişliliğin olmadığı düşünülmektedir. Bahsi geçen ($Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_5$) öğretmenler sadece Şekil 8'deki işaretlenen çizimi paralelkenar olarak değerlendirmektedirler. Diğer seçeneklerdeki dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin de birer paralelkenar olduğunu düşünmemektedirler. Bu nedenle bu düşünce yapısına sahip 0-5 yıl ve 6-10 yıl mesleki deneyimli öğretmenlerin paralelkenar tanımlamasıyla ilgili konu alanı bilgisinde eksiklikler ve zihinlerinde paralelkenar ile ilgili prototip bir şekil olduğu söylenebilir.

Dörtgenlerde köşegen bilgisini incelemek amacıyla hazırlanan 7. soruda 10 öğretmenin ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{12}$) konu alanı bilgilerinin eksik olduğu Tablo 4'de görülmektedir. Dörtgenlerde köşegen bilgisi ile ilgili olan 7. soru Şekil 9'da verilmiştir:



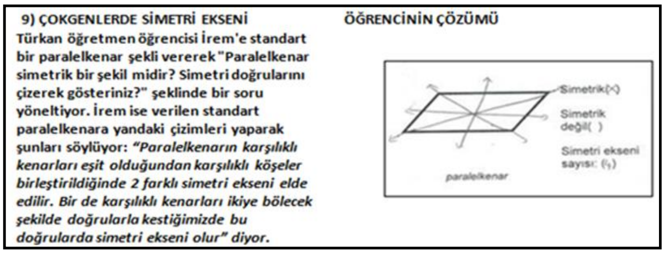

**Şekil 9.** Dörtgenlerde köşegen bilgisi ile ilgili yöneltilen 7. Soru

Dörtgenlerde köşegen bilgisi ile ilgili olan bu soruya farklı mesleki deneyim gruplarındaki öğretmenler tarafından verilen hatalı yanıtların bazıları şu şekildedir:

> *Ö$_2$: "Ben öğrencinin cevabı doğrudur dedim burada. Tüm dörtgenlerin bu dikdörtgen ve kare işte paralelkenar, eşkenar dörtgen köşegenlerinin kesim noktalarından geçtiği için ve köşegenler birbirini ortaladığı için tam ağırlık merkezinden geçiyor. "*
>
> *Ö$_5$: "Bence doğru düşünmüş. Dörtgenlerin çünkü ..Tabii bütün dörtgenlerin değil. Düzgün dörtgenlerin ağırlık merkezi köşegenlerinin kesişim noktasıdır."*
>
> *Ö$_{11}$: "Doğru olduğunu düşünüyorum cevabın. Tamam, kesim noktası ağırlık merkezi olmalı ki ipin bu şekilde sabitlenmesi gerekiyor."*

Genel olarak dörtgenlerde köşegen bilgisi ile ilgili öğretmenlerin konu alanı bilgilerinin yeterli olmadığı çoğunun bilgi eksiklikleri olduğu söylenebilir. Dörtgenlerin köşegenlerinin kesim noktası verilen dörtgenleri eş parçalara böldüğü için, ağırlık merkezi olarak algılamaları doğru bir düşüncedir. Çünkü kare, paralelkenar, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenlerin köşegenleri çizildiğinde eş üçgenler oluştuğu için bu dörtgenlerin ağırlık merkezi köşegenlerin kesim noktası iken bütün dörtgenler için bu durum geçerli değildir (MEB 2014). Öğretmenlerin bu durumu tüm dörtgenlere genellenmesi konu alanı bilgisinde eksikliklerin olduğunu göstermektedir.

Simetri ekseni bilgisini incelemek amacıyla hazırlanan 9. soruya 6-10 yıl mesleki deneyime sahip sadece 1 öğretmenin (Ö$_5$) konu alanı bilgisinde eksikler olduğu Tablo 4' de görülmektedir. Simetri ekseni bilgisi ile ilgili 9. soru Şekil 10' de verilmiştir:




**Şekil 10.** Simetri ekseninin tanımlanması ile ilgili yöneltilen 9. Soru

Şekil 10'da verilen soru hakkında 6-10 yıl mesleki deneyime sahip olan Ö$_5$ öğretmeninin açıklamaları şu şekildedir:

> Ö$_5$: "*Yani simetri ekseni şekli iki simetrik parçaya bölen çizgiler demek. Çocuğun çizdiği bütün çizgiler doğru.*"

Ö$_5$ öğretmeni kavramsal olarak bildiği simetri ekseni bilgisini bu soru üzerinde, standart bir paralelkenarın simetri eksenini belirlemek için kullanamamıştır.

Genel olarak bakıldığında ortaokul matematik öğretmenlerinin çokgende simetri ekseni konu alanı bilgisinin yeterli düzeyde olduğu söylenebilir. Ancak Ö$_5$ öğretmeni tanım olarak doğru bildiği simetri ekseni bilgisini soruya aktaramamıştır. Bu nedenle Ö$_5$ öğretmeninin çokgende simetri ekseni konu alanı bilgisinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin dörtgenler ile ilgili konu alanı bilgileri genel olarak değerlendirildiğinde farklı mesleki deneyim gruplarının hepsinde yapılan hataların kaynağında prototip şekil bilgileri olduğu görülmektedir.

### 3.2. Öğrenci bilgisine ilişkin bulgular

Bu alt problemde ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna yönelik öğrenci bilgisinin ne düzeyde olduğu incelenmiştir. Pedagojik alan bilgisinin diğer bir boyutu olan öğrenciyi tanıma bilgisi; öğrencinin yaptığı hatanın sebeplerini tespit edebilme, öğrencinin hatasını anlaması için öğrenciye yöneltilmesi gereken sorular, öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanacağı matematiksel bilgi ya da ön bilgi kategorilerinde değerlendirilmiştir.

Öğretmenlere göre senaryo durumundaki öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler konusunda hata yapma sebepleri Tablo 7'de verilmiştir:

**Tablo 7.**Öğretmenlere göre senaryo durumundaki öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler konusunda hata yapma sebepleri

| **Kodlar** | **Kişiler** |
|---|---|
| Aşırı Özelleştirme | $Ö_1$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$ |
| Bilgi eksikliği | $Ö_1$, $Ö_3$,$Ö_4$, $Ö_5$,$Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_8$,$Ö_{10}$,$Ö_{11}$, $Ö_{12}$ |
| Dikkatsizlik | $Ö_1$, $Ö_5$,$Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{12}$ |
| Ezberlemesi | $Ö_9$ |
| Senaryodaki öğretmenin hatalı anlatımı | $Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_6$, $Ö_{10}$ |
| Genelleme | $Ö_2$, $Ö_6$, $Ö_9$, $Ö_{12}$ |
| Karşılaştırmaması | $Ö_{12}$ |
| Kavram yanılgısı | $Ö_2$, $Ö_4$ |
| Simetri ve eş kavramlarının birbirine karıştırılması | $Ö_7$, $Ö_{11}$ |
| Şekilsel düşünme | $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$ |
| Zihinde canlandıramama | $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_5$ |
| Dikdörtgenin simetri ekseni ile karıştırmıştır | $Ö_{11}$ |
| Aşırı Kurallaştırma | $Ö_4$ |
| Unutkanlık | $Ö_7$ |

Tablo 7'ye göre bütün mesleki deneyim gruplarındaki öğretmenler tarafından, öğrencilerin üçgenler ve dörtgenlere yönelik sorularda hata yapmalarının sebepleri çoğunlukla bilgi eksikliği, şekilsel düşünme, aşırı özelleştirme, dikkatsizlik, olarak ifade etmişlerdir.

Bununla ilgili bazı öğretmenlerin ifadeleri şu şeklidedir:

*$Ö_4$: "Öğrencinin bu hata yapmasının sebebi yani yine bilgi eksikliğinden kaynaklanıyordur."*

*$Ö_6$ : "Çünkü o zaman çocuğun açı kenar bağıntısını bilmediğini... Hiç bilmemesinden kaynaklanabilir. Sadece açı kavramına bakmış ayrı ayrı değerlendirmemiş. Ama burada aslında eşitsizlik kavramını biraz bilmek gerekiyor."*

*$Ö_7$ : "180 derece olduğunu bilmemesi ile alakalı ya da unutması ile dikkat etmemesiyle"*

Öğretmenlerin bu ifadeleri incelendiğinde öğrencilerin hatalarını tespit edebildikleri ve açıklayabildikleri görülmektedir. Ancak hata sebeplerini kavramsallaştırırken yüzeysel ifadeler kullanmayı tercih ettikleri tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin açıklamaları incelendiğinde çoğunlukta söylenen bir diğer hata sebebi şekilsel düşünme, özellikle dörtgende çevre hesaplaması sorusunda öne çıkmaktadır. Bu bulguyu destekleyecek öğretmen ifadelerinden bir kaçı şunlardır:

*$Ö_4$: "Şimdi sanırım şöyle bir algı var. Şekillerden ne kadar büyük parça kesilirse kesilen o parçaların yerine yeni kenarlar çıkar. Bu kenarlar önceden yoktu ama şimdi var. Dolayısıyla kenar uzunluklarının arttığını dolayısıyla da çevre uzunluğunun arttığını düşünmüş olabilir....Şimdi bunlar biraz aslında görsel zekaya da dayanıyor."*

*$Ö_7$: "...Herhalde şöyle düşünmüş. İki tane kesip çıkardığı için ıııı bunda daha fazla oluşuyo gibi düşünüp şekil sayısına bakarak yorum yaptığından ıııı herhalde hata yapmış."*

*$Ö_{10}$: "Şöyle düşündü bence... Ya bu benim düşüncem. Ne kadar çok işte ayrıntı var. Hani girinti çıkıntı var. O daha demek ki uzun dedi. Hâlbuki aynı."*

*$Ö_2$: "Öğrenci biraz burada şey şekle aldanıyor."*

Görüldüğü gibi Ö4 ve Ö2 öğretmenleri, öğrencinin görsel olarak olayı yanlış algıladıklarını belirtmektedir. Ayrıca $Ö_7$ ve $Ö_{10}$ öğretmenleri de öğrencinin şekildeki girinti ve çıkıntılara bakarak hareket ettiğini düşünerek hata sebebinin sadece şekilsel düşünme, şekil üzerinde matematiksel hesaplama yapmamalarından kaynaklandığını kendi cümleleriyle ifade etmektedirler.

Öğrenci hatalarının sebebi olarak en çok söylenen ifadelerden birisi de kavram yanılgısı türlerinden olan aşırı özelleştirmedir. Bu cevabı veren öğretmenler, öğrencinin aşırı özelleştirme yaptığını doğrudan söylemeseler de hata sebebini anlatırken bu yönde açıklamalar yapmışlardır. Bununla ilgili öğretmenlerin birkaçının ifadesi şu şekildedir:

> *$Ö_1$: " ... Öğrenci paralelkenar deyince sadece bunu aklına getiriyor. Sadece bu şekli paralelkenar olarak zihnine kodladığı için direkt B'yi işaretlemiş."*
>
> *$Ö_{10}$: "Çünkü bunun kalıbı var. Hani kafasında. ... İlkokuldan beri öğretilen paralelkenar budur."*
>
> *$Ö_7$: "Paralelkenarı sadece şekil olarak öğrenmiş bence. İki kenarı yatık, işte üst ve alttakiler birbirine paralel."*

Dolayısıyla bu öğretmenlerin kavram yanılgısı türlerini bilmedikleri ama öğrencini hata durumunu doğru bir şekilde ifade ettikleri görülmektedir.

Öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusunda öğrencilerin yaptıkları hataları anlaması için yöneltebileceği sorular Tablo 8'de verilmiştir.

**Tablo 8.**Öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusunda öğrencilerin yaptıkları hataları anlaması için yöneltebileceği sorular

| Konular | Kodlar | Kişiler |
|---|---|---|
| Üçgenler | Açılara bakarak en uzun kenar hangisi olabilir? | $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_6$,$Ö_8$, $Ö_9$, |
| | Belirttiğin kenarlar eşit ise bu üçgen ikizkenar üçgendir. O zaman taban açıları eşit olmaz mı? | $Ö_1$ |
| | Bir üçgende açı ile kenarlar arasında bir ilişki var mıdır? | $Ö_5$, $Ö_6$,$Ö_7$, $Ö_8$,$Ö_{11}$ |
| | Çember üzerinde yarıçap çizmek için aldığın başka bir nokta ile farklı üçgenler oluşturabilir misin? | $Ö_{10}$,$Ö_{12}$ |
| | Çizdiğin kenarın uzunluğunu diğer kenarın uzunluğu ile karşılaştırır mısın? | $Ö_4$,$Ö_9$ |
| | Çizdiğin üçgeni hangi kurala göre çizdin? | $Ö_2$ |
| | Farklı üçgenlerde eşit açılar karşısındaki kenarlar eşit midir? | $Ö_7$, $Ö_{10}$, $Ö_{12}$ |
| | Bir noktanın bir doğruya olan en kısa uzaklığı nedir? | $Ö_6$ |
| | Bir üçgenin iç açıları toplamı kaç derecedir? | $Ö_4$ |
| | Dik kenarlar nerede birleşir? Diklik merkezi nedir? | $Ö_{12}$ |
| | Dik üçgenin alanı nasıl bulunur? | $Ö_7$ |
| | Yükseklik kavramı nedir? | $Ö_6$, $Ö_{10}$ |
| Dörtgenler | Diğer şekillerde senin söylediğin tanımı sağlıyor mu sağlıyor? | $Ö_{10}$ |
| | Dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen aynı zamanda paralelkenar olabilir mi? | $Ö_1$,$Ö_{12}$ |
| | Dikdörtgende, karede ve eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar, açılar eşit midir? | $Ö_1$,$Ö_6$,$Ö_7$,$Ö_9$,$Ö_{11}$,$Ö_{12}$ |
| | Dikdörtgende, karede ve eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar paralel midir? | $Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_6$, $Ö_7$,$Ö_9$ |
| | Dörtgen, kare ve eşkenar dörtgen nedir? Bunların özellikleri nelerdir? | $Ö_4$ |
| | Paralelkenarın tanımında sadece karşılıklı açılar eşit kavramı yeterli midir? Paralelkenarın kenarlarıyla ilgili ne biliyorsun? | $Ö_8$ |
| | Yamuğun tanımındaki "sadece" ifadesi ne demek? | $Ö_1$ |
| | Yamukta aynı şey olur mu? | $Ö_6$ |
| | Ağırlık merkezi bir nokta ise bu deneyde neresi olduğu nasıl bulunabilir? Ağırlık merkezi nedir? | $Ö_1$ |

Tablo 8' e göre üçgende açı kenar ilişkisi ile ilgili öğretmenlerin, öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğrencilere soracağı sorular dikkate alındığında en çok tercih edilen sorunun "*Açılara bakarak en uzun kenar hangisi olabilir?*" sorusu olduğu görülmektedir. Bu soru öğrencilerin yaptığı hatayı anlamasına yönelik, açı ile kenar ilişkisi kuralını vurgulayıcı bir nitelikte olduğu söylenebilir. Tablo 8 incelendiğinde 0-5 yıl ile 6-10 yıl mesleki deneyime sahip öğretmenlerin, 11 yıl ve üzeri mesleki deneyime sahip öğretmenlere kıyasla bahsi geçen soruyu öğrencilere yöneltmekte daha çok tercih ettikleri görülmektedir. Öğretmenler tarafından ikinci olarak kullanılan diğer bir soru ise "*Bir üçgende açı ile kenarlar arasında bir ilişki var mıdır?*" sorusudur. Bu sorunun da önceki soruya benzer olması dikkati çekmektedir. Ancak bu sorunun, diğer soruya göre üçgenin kenarlarını ve açılarını birbiriyle karşılaştırmaya daha yöneltici olması, açı ile kenar arasındaki ilişkiyi sezdirmek açısından öğrencinin açı kenar ilişkisini daha iyi görmesini ve anlamasını sağlayabilir. Bu soruyu tercih eden öğretmenlerin mesleki deneyimlerinin ise 6-10 yıl ile 11 yıl ve üzeri olduğu görülmektedir. Dolayısıyla 0-5 yıl mesleki deneyime sahip öğretmenlerin hatanın odağını fark ettirmeye yönelik soru kullandıklarını, deneyimli (6-10 yıl ve 11 yıl ve üzeri) öğretmenlerin ise açı ile kenar arasındaki ilişkiyi daha sezdirici sorular sormayı tercih ettikleri söylenebilir.

Öte yandan üçgende diklik merkezi ile ilgili öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için ise öğretmenler, öğrenciye genellikle "*Yükseklik kavramı nedir?*" sorusunu sormayı tercih etmişlerdir. Bu konunun temelindeki yükseklik kavramı, yükseklik çiziminin doğru bir şekilde yapılması için önem arz etmektedir. Ancak senaryo durumundaki hatanın farklı üçgenlerde yükseklik çiziminin yanlış yapılması ve diklik merkezinin doğru tespit edilememesi olduğu düşünülürse öğrencilere bu soru ile ilgili kavramsal bir soru sormak yerine farklı üçgenlerde yükseklik çizimine yönelik uygulama sorularının sorulması daha faydalı olabilir. Bu bakımdan öğretmenlerin çoğu tarafından tercih edilen "*Yükseklik kavramı nedir?*" sorusunun öğrencinin sadece sözel öğrenmesini sağlayabileceği ve ezbere yöneltebileceği söylenebilir. Tablo 8 incelendiğinde diklik merkezi ile ilgili tercih edilen soruların tek bir başlık altında toplanmadığı görülmektedir. Bütün mesleki gruplardaki öğretmenlerin diklik merkezi ile ilgili farklı sorular tercih ettiği ve bu sorularında ezbere yöneltici sorular olduğu söylenebilir.

Tablo 8'e göre öğretmenlerin, dörtgenlerin sınıflandırılması ile ilgili öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğrencilere soracağı sorular dikkate alındığında en çok sorulacak soruların "*Dikdörtgende, karede ve eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar açılar eşit midir?*" ve "*Dikdörtgende, karede ve eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar paralel midir?*" olduğu görülmektedir. Öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini bilmemeleri ve sınıflandırmada yaptıkları hatalar göz önüne alındığında bu soruların öğrencilerin dörtgenleri birbirleriyle karşılaştırmalarını sağlayacak, bu yolla dörtgenler arasındaki ilişkileri görerek yaptıkları hataları düzeltmeye odaklı sorular olduğu söylenebilir. Daha çok 6-10 yıl ile 11 yıl ve üzeri mesleki deneyime sahip öğretmenlerin bu soruları tercih ettikleri Tablo 8'de görülmektedir.

Dörtgenlerde çevre hesaplaması ile ilgili öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için ortaokul matematik öğretmenleri tarafından öğrenciye yöneltilecek sorular incelendiğinde en çok kullanılan sorunun "*Hangi şekilde kesim sonucu yeni yüzeyler oluşmuştur?*" sorusu olduğu görülmektedir. Sırasıyla diğer tercih edilen sorulara bakıldığında "*Kestikten sonra kalan ne?*" ve "*Çıkan parçanın kenar uzunluğu nedir?*" şeklindedir. Belirtilen soruları genellikle 0-5 yıl mesleki deneyime sahip öğretmenlerin tercih ettiği Tablo 8'de görülmektedir. Bahsi geçen öğretmenler bu sorularla öğrencinin sadece şekilsel düşünmesinin yeterli olmayacağını, soruyu daha geniş bir perspektiften ele alması gerektiği farkındalığını öğrenciye sezdirebilmeyi amaçlamışlardır. Ayrıca öğretmenlerin bu soruları ile öğrencilerin mevcut durum üzerinde düşünmelerini hedefledikleri de söylenebilir. Nitekim öğrenciye yöneltilen sorular şekli kestikten sonra öğrenciyi hesaplama yaparak muhakemeye yönlendirici sorulardır.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin dörtgenlerde köşegenlerin özelliği (ağırlık merkezi) ile ilgili sorudaki öğrenci hatasının anlaşılması için tercih ettikleri sorulara bakıldığında bu soru hakkında doğru konu alanı bilgisine sahip 2 öğretmenin her birinin farklı hizmet süresine ve farklı bir soru tipi tercih ettikleri tespit edilmiştir. "*Ağırlık merkezi nedir?*" sorusu doğrudan öğrencinin bilgisine yönelik bir soru olmakla birlikte diğer sorular ise daha çok öğrenciyi düşünmeye, buldurmaya sevk edici yöneltici sorular olduğu söylenebilir.

Çokgenlerde simetri ekseni sorusunda ise öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için "*Şekil simetri eksenince katlanırsa A ve B noktaları çakışır mı?*" sorusunun her mesleki deneyim grubu öğretmenleri tarafından en fazla tercih edilen soru olduğu gözlenmiştir. Bu soru tarzı daha çok öğrenci merkezli olup öğrencinin hatasını kendisinin keşfetmesine olanak sağlamaktadır. Ayrıca bu soruda çoğu öğretmen öğrencilerin hata yapma sebebinin zihinde canlandıramama olarak belirtmişlerdir. Nitekim öğretmenlerin hatayı buldurmak için sordukları sorular incelendiğinde öğrencinin görsel ve uzamsal zekâlarını geliştirici, düşünmeye yönlendirici sorular olduğu söylenebilir. Bu durumla ilgili öğretmenlerin bazı ifadeleri aşağıdaki gibidir:

*$Ö_1$ : "Hata yapmasının sebebi aslında şöyle çizdiği zaman kalan parçalar. Şekil olarak birbirine benzese de üst üste katlandığı zaman üst üste oturmayacağını fark edemiyor öğrenci. Yani buradaki çizdiğinde oluşan dörtgenler birbirine eşittir. Ama bunlar simetrik değil. Bunlar birbirinin döndürülmüş halidir. Aslında öğrenci bunu zihninde canlandıramıyor... Yani burada simetri eksenini çizdi öğrenci mesela. A ve B iki nokta aldık. Sadece bu iki nokta eşit uzaklıkta mıdır diye sorabiliriz."*

*$Ö_5$ : "Hata yapmasının sebebi olarak çocuk simetri ekseninin iki yanında kalan parçaların aynı olmasından dolayı üst üste denk geleceğini düşünmüştür. Fakat simetri ekseni eğik olduğu için burada bunların çakışmayacağını üst üste gelmeyeceğini fark edememiştir. Burada bir gözle ilgili bir sıkıntı var yani çocuk göremiyor bakarken…"*

*A: "Ne sorardık peki hatayı anlaması için?"*

*Ö$_5$ : "Bu hatayı anlaması için şeklin çizdiği simetri ekseninin iki yanında kalan parçaların simetri eksenine göre katladığımızda örtüşüp örtüşmeyeceğini sorarım."*

İkinci olarak en çok tercih edilen ise "*Simetri nedir?*" sorusudur. 0-5 yıl mesleki deneyimli öğretmenler diğer gruplara kıyasla bahsi geçen soruyu tercih etmişlerdir. Bu soru, tanımı bilmeye yönelik bilgi düzeyinde olup öğrencinin uygulama becerilerini geliştiremeyecek bir soru tipidir. Senaryo durumundaki sorunun uygulama düzeyinde bir soru olduğu dikkate alınırsa öğrencilere yöneltilecek sorular daha çok keşfetmeye yöneltici olmalıdır.

Üçgenler ve dörtgenler konusunda verilen soruları öğrencinin doğru cevaplayabilmeleri için öğretmenlerin kullanacağı matematiksel bilgi ya da ön bilgiler ise Tablo 9'da yer almaktadır:

**Tablo 9.**Üçgenler ve dörtgenler konusunda verilen soruları öğrencinin doğru cevaplayabilmeleri için öğretmenlerin kullanabileceği matematiksel bilgi ya da ön bilgiler

| Konular | Kodlar | Kişiler |
|---|---|---|
| Üçgenler | Açı kenar ilişkisi | Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_6$, Ö$_7$, Ö$_8$,Ö$_9$, Ö$_{11}$, Ö$_{12}$ |
| | Açıortay ve kenarortay | Ö$_{10}$ |
| | Dikme çizme | Ö$_{10}$, Ö$_{12}$ |
| | Çember tanımı | Ö$_4$,Ö$_{10}$, Ö$_{12}$ |
| | Eşkenar ve ikizkenar üçgen kavramı | Ö$_8$ |
| | Kiriş, merkez ve çap kavramı | Ö$_{10}$ |
| | Üçgen çizim kuralları | Ö$_{10}$ |
| | Üçgen eşitsizliği kuralı | Ö$_4$ |
| | Üçgenin iç açıları toplamı | Ö$_4$, Ö$_7$ |
| | Yükseklik | Ö$_7$,Ö$_{10}$ |
| | Üçgenlerde benzerlik ve eşliğin farkı | Ö$_1$ |
| | Yarıçap kavramı | Ö$_3$,Ö$_8$, Ö$_9$ |
| Dörtgenler | Dörtgen Kavramı | Ö$_1$,Ö$_7$,Ö$_{12}$ |
| | Dörtgenler Arasındaki İlişkiler | Ö$_4$,Ö$_{11}$,Ö$_{12}$ |
| | Paralelkenar Kavramı | Ö$_1$,Ö$_6$,Ö$_8$,Ö$_{10}$ |
| | Paralellik kavramı | Ö$_1$,Ö$_{11}$ |
| | Yamuk kavramı | Ö$_1$,Ö$_6$ |
| | Çevre ile alan ilişkisi | Ö$_2$,Ö$_4$ |
| | Çevre kavramı | Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_6$, Ö$_9$, Ö$_{11}$, Ö$_{12}$ |
| | Dikdörtgenin kavramı ve özellikleri | Ö$_1$ |
| | Ağırlık merkezi ve denge durumu | Ö$_1$ |
| | Paralelkenar olan dörtgenlerde ağırlık merkezi köşegenlerin kesim noktasıdır. | Ö$_6$ |
| | Köşegen kavramı | Ö$_2$ |
| | Simetri doğrusu çizimi | Ö$_{10}$ |
| | Simetri ekseni tanımı | Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_5$, Ö$_6$, Ö$_8$, Ö$_{11}$, Ö$_{12}$ |
| | Simetri tanımı | Ö$_1$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_{10}$ |
| | Simetrik şekil | Ö$_8$ |
| | Yansıma ve simetri | Ö$_7$ |

Tablo 9 incelendiğinde üçgenlerde açı kenar ilişkisinde öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğretmenlerin kullanabileceği matematiksel bilgi ya da hatırlatacağı ön bilgilere bakıldığında mesleki grup ayrımı gözetilmeksizin bütün öğretmenler tarafından açı kenar ilişkisi bilgisinin tercih edildiği görülmektedir. Öte yandan çoğunlukla tercih edilen diğer kavramlar çember tanımı ve yarıçaptır. Açı kavramına temel teşkil eden çember, yarıçap kavramlarının verilmesi ve bunlar arasındaki ilişkilerin vurgulanmasını belirten öğretmenlerin, temel kazanımın doğrudan verilmesi gerektiğini söyleyen öğretmenlerden daha az olduğu görülmektedir. Öğretmenlerin hatanın odağındaki kuralları doğrudan bilgi olarak vermesi öğrencileri ezber yapmaya özendirici olabilir. Açı, çember ve yarıçap kavramlarının temel kavramlar ve birbiriyle ilişkilerinin verilmesi ise hataların giderilmesinde daha kalıcı ve olumlu etkileri olabileceği söylenebilir.

Diklik merkezi ile ilgili öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğretmenlerin kullanabileceği matematiksel bilgi ya da hatırlatabileceği ön bilgilerde dikme çizme, üçgende iç açılar toplamı ve yükseklik kavramı cevaplarının eşit çoğunlukla söylendiği görülmektedir. Öğretmenlerin bu ifadelerinden yola çıkarak farklı üçgenlerde diklik merkezinin doğru bir şekilde bulunabilmesi için yükseklik kavramı ve dikme çizimini vurguladıkları tespit edilmiştir. Yükseklik kavramına dikkati çeken öğretmenlerin yüksekliğin tanımına odaklandıkları görülmektedir. Öte yandan "*Dikme çizimi*" cevabını veren Ö$_{10}$ ve Ö$_{12}$ öğretmenlerinin 11 yıl ve üzeri mesleki deneyime sahip oldukları görülmektedir. Ö$_{10}$ düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmektedir:

*Ö$_{10}$: "…bir noktadan karşıki kenara dik nasıl çizilir? Bunu sorardım."*

$Ö_{10}$ öğretmenin, yukarıda bahsedilen soruyu sorması diklik merkezinin bulunması için dikme çizimi ön bilgisinin önemini vurguladığını göstermektedir.

$Ö_{12}$ öğretmeni ise geniş açılı üçgende dikme çizme ile ilgili şunları söylemiştir:

*$Ö_{12}$: "…bir doğruya dik bir doğru çizme konusunu tekrar eder, geniş açılı üçgende kenara değil kenarın uzantısına dik çizildiğini tekrarlarım."*

Dolayısıyla öğretmenler farklı üçgenlerde diklik merkezinin doğru tespit edilebilmesi için konunun temelindeki kavramlara dikkat çekmektedirler. Ancak öğretmenlerin ifadelerinden anlaşılacağı üzere bu ön bilgilerin öğretiminde genellikle kuralları ezberletme yoluyla ya da anlatım yöntemi ile tekrar yapacaklarını belirtmektedirler.

Dörtgenlerin sınıflandırılmasına ilişkin öğrencilerin hatasını anlaması için öğretmenlerin kullanabileceği matematiksel bilgi ya da hatırlatacağı ön bilgi dikkate alındığında çoğunlukla tercih edilen "*Paralelkenar kavramı*", "*Dörtgenler arasındaki ilişkiler*", "*Dörtgen kavramı*" hemen her mesleki deneyim grubu tarafından söylenmiştir. Paralelkenar kavramı ve dörtgen kavramı doğrudan bilginin verilmesine yönelik olması nedeniyle öğrencinin yaptığı hatayı anlamasında anlık etkisi olabilir. Ancak "Dörtgenler arasındaki ilişkiler" cevabında karşılaştırma söz konusu olduğu için öğrencilerin kendi yaptığı hatayı çok boyutlu analiz etme imkânı verir. Böylelikle öğrencinin yaptığı hatayı daha iyi anlamasını sağlayabileceği söylenebilir.

Tablo 9 incelendiğinde dörtgenlerde çevre hesaplaması ile ilgili öğrencilerin hatalarını anlamaları için kullanabilecek matematiksel ön bilgi ya da kavram olarak en çok "*Çevre kavramı*" nın tercih edildiği görülmektedir. Bununla ilgili verilen bazı cevaplar şu şekildedir:

*$Ö_1$: "Çevre kavramına değinilebilir."*

*A: "Matematiksel kavram ya da ön bilgi olarak doğru cevap verebilmesi için ne kullanırız?"*

*$Ö_{12}$: "Çokgenlerde çevre hesaplama. ... Onu tekrar etmek faydalı olacaktır."*

*A: "Kavram ya da ön bilgi olarak ne önerirsiniz?"*

*$Ö_9$: "Yani çevrenin kenar uzunlukları toplamı olduğu…"*

Yukarıda verilen cevaplar incelendiğinde öğretmenler öğrencide *"Çevre" kavramı*nın tekrar edilmesi gerektiğini düşünmektedir.

Tablo 9'da "*Çevre kavramı*" 0-5 yıl mesleki deneyime sahip 1 öğretmen, 6-10 yıl mesleki deneyime sahip 1 öğretmen, 11 yıl ve üzeri mesleki deneyime sahip 3 öğretmen tarafından tercih edildiği görülmektedir. Dolayısıyla bu ön bilginin mesleki deneyimi fazla olan öğretmenler tarafından tercih edildiği söylenilebilir.

Dörtgenlerde köşegenlerin özelliği (ağırlık merkezi) ile ilgili soruda öğrencilerin hatalarını anlamaları için öğretmenlerin kullanabileceği matematiksel kavram ya da önbilgilerle ilgili verilen cevapların *"Ağırlık merkezi ve denge durumu"* ve *"Paralelkenar özelliği olan dörtgenlerin köşegenlerinin kesim noktasının ağırlık merkezi olduğu"* gibi bilgilerinin kazandırılmasına yönelik olduğu görülmektedir. Bu bilgilerin kural niteliğinde olması öğrenciyi ezberlemeye yöneltebileceği düşünülebilir.

Dörtgenlerde simetri ekseni ile ilgili sorulan soruda ise hemen her mesleki deneyim grubundaki öğretmenlerin kullandığı matematiksel kavram ya da ön bilgi olarak en çok "*Simetri ekseni tanımı*" ile "*Simetri tanımı*" tercih ettikleri tespit edilmiştir. Bu kavramlar sorunun öğrenci tarafından doğru çözülebilmesi için gerekli olan temel kavramlar olup öğrencinin daha çok sözel öğrenmelerini destekleyici yöndedir.

**4. Tartışma ve Sonuç**

Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler ile ilgili konu alanı bilgileri genel olarak değerlendirildiğinde 6-10 yıl mesleki deneyimi olan öğretmenlerin üçgenler konusu ile ilgili alan bilgilerinin diğer mesleki deneyim gruplarına göre daha iyi olduğu görülmektedir. Üçgenler ile ilgili konu alanı bilgisine yönelik bulgular detaylı olarak incelendiğinde öğretmenlerin çoğunun üçgende açı kenar ilişkisine yönelik soruları doğru cevapladığı tespit edilmiştir. Sorulara yanlış cevap veren öğretmenlerin ise açı kenar ilişkisini kural olarak bildiği fakat bu bilgiyi sorularda kullanamadıkları, ortak bir kenarı olan iki üçgende açı kenar ilişkisini kullanarak kenarları sıralayamadıkları görülmüştür. Nitekim literatürdeki bazı çalışmalarda üçgende kenar açı ilişkisi ile ilgili yaşanan kavram yanılgıları bu çalışmadaki bulgular ile benzerlik göstermektedir (Akuysal, 2007; İç ve Demirkol, 2008). Bahsi geçen bu çalışmalar öğrencilerin açı kenar ilişkisi konusundaki kavram yanılgılarını araştırmışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin yaşadığı bu durum öğretmenlerin sahip olduğu kavram yanılgılarından kaynaklanabilir. Literatürde öğretmenlerin konu alanı bilgisindeki eksiklerin öğrencilerin kavram yanılgılarıyla ilişkili olduğunu gösteren pek çok çalışma mevcuttur (Berg ve Brouwer, 1991; Even ve Tirosh, 1995; Sanders, 1993; Tirosh, 2000).

Üçgenlerde diklik merkezinin tespiti ile ilgili öğretmenlerin konu alanı bilgisi incelendiğinde ise çoğu öğretmenin hatalı bilgiler verdiği tespit edilmiştir. Bu konu kapsamında öğretmenlere farklı üçgenlerde diklik merkezi ile ilgili bir soru yöneltilmiştir. Öğretmenler geniş açılı üçgenin diklik merkezinin tespitinde, dik açılı üçgene kıyasla daha çok hata yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin yaptığı çizimlerden geniş açılı üçgende dışarıdaki yükseklikleri çizemedikleri, dik üçgende ise dik kenarların birer yükseklik olduğunu gösteremedikleri, sadece bir veya iki yüksekliği doğru çizebildikleri gözlemlenmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin farklı üçgenlerde diklik merkezini tespit edememeleri ve yükseklik çizememeleri, ön bilgilerinin prototip şekillerle sınırlı kalmasından kaynaklanabilir. İlgili literatürde de yükseklik kavramının tanımlanması ve çizilmesi ile ilgili kavram yanılgılarının olduğunu gösteren bazı çalışmalar mevcuttur (Gökdal, 2004; Gürefe ve Gültekin, 2016; Hızarcı ve ark., 2006; Kılıç, 2013; Yıldız, Olkun ve Akbaba-Altun, 2014). Ortaokul öğrencilerinin ilerleyen öğrenim yıllarında alan, hacim hesaplamaları vb. geometri konularında sürekli karşılaşacağı yükseklik kavramının doğru öğrenilmesi gelecek öğrenmelerinin daha sağlıklı olmasını sağlayacaktır. Dolayısıyla öğretmenlerde var olan bu prototip şekiller öğrencilerde ise aşırı özelleme tarzındaki kavram yanılgılarına neden olabilir. Nitekim Yıldız ve arkadaşları (2014) tarafından ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik kavramını nasıl algıladıklarını anlamak, kavramsal gelişmeleri ve kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak amacıyla gerçekleştirilen bir çalışmada 16 öğrencinin 15'inde yükseklik kavramıyla ilgili bilgi eksiklikleri ve bazı alternatif kavramsallaştırmalar görülmüştür. Bu kavramsallaştırmalar, bir üçgende sadece bir yüksekliğin bulunabilmesi, prototip modelden farklı olan üçgen modellerinde yükseklik çiziminin yanlış yapılması, üçgende yüksekliğin sadece iç bölgesinde olacağının düşünülmesi, dik üçgende yüksekliğin kenarlardan bağımsız olması gibi durumlardır. Benzer olarak Gürefe ve Gültekin (2016) tarafından yapılan bir başka çalışmada ise açılarına göre farklı çizilmiş üçgenlerde ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin yüksekliğin sadece bir tabana ait olanını çizdiği ve onun da dikeydeki doğru parçası olduğu tespit edilmiştir.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin dörtgenler ile ilgili konu alanı bilgisine ilişkin bulgular detaylı olarak incelendiğinde ise dörtgende çevre hesaplamasına yönelik soruyu öğretmenlerin çoğunun doğru cevapladığı görülmektedir. Ayyıldız (2010) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin geometride en az kavram yanılgısına sahip olunan konunun çevre uzunluğunun hesaplanması olduğu belirtilmektedir. Öğrencilerdeki bu durum öğretmenlerin çevre ile ilgili konu alanı bilgilerinin yeterli düzeyde oluşunun bir göstergesi olabilir. Dolayısıyla bu verilerden hareketle öğretmenlerin doğrudan çevre hesaplanması ile ilgili konu alanı bilgilerinin yeterli düzeyde olduğu söylenebilir. Bu araştırmada dörtgende çevre hesaplamasına ilişkin sorulan soruyu cevaplayamayan öğretmenin ise cevaplayamama sebebini sorudaki kenar uzunluklarının verilmemesine bağlaması sorunun tahmin ve düşünme becerisine dayandığını gösteren dikkat çekici bir bulgudur. Nitekim Ayyıldız (2010) tarafından yapılan aynı çalışmada ekstra farklı düşünme becerileri gerektiren çevre ile ilgili soruları cevaplayamadıkları görülmüştür.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin dörtgenlerin sınıflandırılmasına yönelik konu alanı bilgilerinde eksikliklerin ve yanlışlıkların temeline bakıldığında genellikle dörtgenler arasındaki ilişkilerin öğretmenler tarafından kurulamamasından kaynakladığı görülmektedir. Buna bağlı olarak da bazı özel dörtgenlerin tanımlarını yanlış bildikleri tespit edilmiştir. Bu bulgu, ilgili diğer çalışmalar ile örtüşmektedir (Akkurt, 2010; Aktaş ve Güler, 2011; Akuysal, 2007; Birgin ve Yavuz, 2014). Çalışmada konu alanı bilgi eksikliği olan öğretmenler gerek açı kenar ilişkisini kural olarak, gerekse dörtgenlerin prototip şekilleri bilmektedirler. Fakat açı kenar ilişkisini çeşitli durumlarda uygulayamadıkları, dörtgenler arası ilişkileri tespit edemedikleri görülmektedir. Bu durumun oluşmasında öğretmenlerin üçgenler konusunun temelindeki geometrik kavramlar (nokta, doğru, açı vb.) ve dörtgenler konusunun temelindeki geometrik şekiller (üçgen ve üçgen çeşitleri, kare, eşkenar dörtgen, deltoit, yamuk, paralelkenar) hakkındaki ön bilgilerinde yer alan kalıplaşmış bilgilerin etkili olduğu söylenebilir. Nitekim literatürde bu sonucu destekleyen farklı çalışmalar mevcuttur (Akuysal, 2007; Alkış-Küçükaydın ve Gökbulut, 2013; Birgin ve Özkan, 2014; Bozkurt ve Koç, 2012; Ergün, 2010; Yılmaz, Turgut ve Alyeşil-Kabakçı, 2008).

Ortaokul matematik öğretmenlerinin dörtgenlerde ağırlık merkezi ile ilgili soruda özellikle verilen bilgileri yeteri kadar incelememesi, yorumlamaması, soruya eleştirel bir bakış açısıyla yaklaşmamaları ve senaryo durumunda verilen şekillere odaklanmaları bir kavram yanılgısı türü olan aşırı genellemeye gidilmesine neden olduğu söylenebilir. Nitekim araştırmanın bulgularında bazı öğretmenlerin soruda verilen senaryo durumunu dikkate alarak "Tüm dörtgenlerde köşegenlerin kesim noktası ağırlık merkezidir." bilgisinin doğru olduğunu ifade etmeleri aşırı genellemeye gittiklerini desteklemektedir. Bazı öğretmenlerin ise hem tüm dörtgenlerde köşegenlerin kesim noktasının ağırlık merkezi olduğunu hem de düzgün dörtgenlerde ağırlık merkezinin köşegenlerin kesim noktası olduğunu iddia etmeleri çelişkili bir durum içerisinde olduklarını göstermektedir. Ancak bu cevabı veren öğretmenlerin açıklamaları incelendiğinde dikdörtgen ve paralelkenarı düzgün dörtgen olarak ifade ettikleri belirlenerek bu konuda bilgi eksiklikleri olduğu tespit edilmiştir. Nitekim literatürde ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri tanıma ve birbirleri ile ilişkilendirmede, dörtgenlerin özelliklerini kavrama noktasında yaşadıklarına benzer kavram yanılgılarına öğretmen ve öğretmen adaylarında da rastlanmıştır (Birgin ve Özkan, 2014; Bütüner ve Filiz, 2016; Erşen ve Karakuş, 2013; Türnüklü, 2014).

Simetri ekseni sorusunun öğretmenlerin çoğunluğu tarafından doğru cevaplandığı tespit edilmiştir. Yansıma ve simetri konusu ile ilgili çalışmalara bakıldığında öğrencilerin ve öğretmen adaylarının bu konularda zorlandıkları, kavram yanılgılarına düştükleri tespit edilmiştir (Gülden, Ulusoy ve Çakıroğlu, 2015; Yavuzsoy-Köse, 2012). Öğrencilerde gözlemlenen bu kavram yanılgılarının öğretmenlerden kaynaklandığı söylenebilir. Ancak öğretmenlerin simetri ekseni bilgilerini belirlemek için hazırlanan bu soruda literatürde yer alanın aksine paralelkenarın simetrik olup olmadığı (Hacısalihoğlu-Karadeniz, Baran, Bozkuş ve Gündüz, 2015; Leikin, Berman ve Zaslavsky, 2000; Yavuzsoy-Köse ve Özdaş, 2009) sorusuna öğretmenler doğru cevap vererek yanılgıya düşmemişlerdir. Dolayısıyla doğru cevap veren öğretmenlerin paralelkenarın simetri ekseni konu alanı bilgilerinin yeterli düzeyde olması, kendi öğrencilerinde kavram yanılgılarının oluşmasına engel teşkil edeceği söylenebilir. Soruyu yanlış cevaplayan bir öğretmen ise; paralelkenarın simetri eksenlerinin eğik olduğunu düşünmektedir. Nitekim literatürde de öğretmen adaylarının simetri ekseni eğik olan durumların, doğruya göre simetriyi belirleme konusunda genel olarak sorun yaşadıkları tespit edilmiştir (Grenier, 1988; Yavuzsoy-Köse, 2012).

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler konusuna yönelik öğrenciyi tanıma bilgisi öğrencinin yaptığı hatanın sebeplerini tespit edebilme, öğrencinin hatasını anlaması için öğrenciye yöneltilmesi gereken sorular, öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanacağı matematiksel bilgi ya da ön bilgi kategorilerinde ayrı ayrı değerlendirilmiştir.

Bütün mesleki deneyim gruplarındaki öğretmenler tarafından, öğrencilerin üçgenler ve dörtgenlere yönelik sorularda hata yapmalarının sebepleri çoğunlukla bilgi eksikliği, şekilsel düşünme, aşırı özelleme, dikkatsizlik olarak ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin bilgi eksikliği ve dikkatsizlik ifadelerini kullanması hataları fazla detaya girmeden yüzeysel değerlendirdiğini göstermektedir. Çünkü, senaryo durumlarındaki hatalar literatürde yer alan kavram yanılgılarıdır. Kavram yanılgıları yapı itibari ile öğrencilerin yaptıkları basit hatalardan farklıdır. Basit hatalar; bilgi eksikliği, dikkatsizlik vb. sebeplerden kaynaklandığı için herhangi bir uyarı ya da hatırlatma ile öğrenci tarafından düzeltilebilirken, kavram yanılgılarının altında öğrencinin ön öğrenmelerinde yer alan yanlış bilgilerle bağlantılı olduğundan diğer kavramların öğrenilmesinde de olumsuz yönde etkiler yapmaktadır (Griffiths ve Preston, 1992; Osborne ve Wittrock, 1983; Palmer, 2001). Bu durum öğretmenlerin, kavram yanılgılarını öğrencilerin yaptıkları basit hatalar olarak düşünmemeleri gerektiği sonucunu ortaya çıkarmaktadır. Hata sebepleri ile yapılan detaylı açıklamalar incelendiğinde genel olarak hata sebeplerini tespit edebildikleri ve hata sebeplerini açıklayabildikleri görülmüştür. Bu bakımdan literatürde yer alan bazı çalışmalarda da benzer sonuçlar elde edilmiştir (Gökkurt ve Soylu, 2016; Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2016; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu, 2013). Ancak öğretmenlerin hata sebeplerini kavramsallaştırmada kendilerinin kavram yanılgısı ve türleri hakkındaki bilgi eksikliklerinden kaynaklı, yapılan öğrenci hatalarının sebeplerini yüzeysel olarak bilgi eksikliği ve dikkatsizliğine bağladıkları düşünülebilir. Nitekim Gökkurt-Özdemir, Yıldız ve Koçak (2017) tarafından sınıf öğretmenlerinin geometri öğretimi alanındaki öğrenci bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapılan çalışmada da öğretmenlerin çoğu senaryo durumlarındaki öğrenci hatalarını ve yanlış anlamalarını belirleyebildikleri ancak bu hatalarla ilgili yanlış açıklamaların ve kavram yanılgılarını yüzeysel olarak değerlendirdikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin soru üzerinde daha çok şekilsel düşündüğü için hata yaptığını belirten öğretmenler, sadece şekle yoğunlaşarak görsel olarak olayı yanlış algıladıklarını ve şekil üzerinde matematiksel hesaplama yapmamalarından dolayı bu hatanın oluştuğunu ifade etmişlerdir. Ortaokul öğrencilerinin somut işlem döneminden soyut işlemler dönemine geçiş aşamasında olduğu düşünüldüğünde literatürde de geometri öğrenme alanındaki konularda bu tip görsel ve işlemsel becerilerinin kullanılmasında ortaokul öğrencilerinin sıkıntılar yaşadığını gösteren çalışmalar mevcuttur (Ay ve Başbay, 2017; Sarpkaya ve Ünlü, 2014). Bu nedenle öğretmenlerin öğrencilerin şekilsel düşündüklerini ve senaryo durumundaki hataya benzer durumlarla sık sık karşılaştıklarını belirterek, öğrencileri bulunduğu bilişsel gelişim dönemine bağlı olarak değerlendirmeleri öğrenciyi tanıma bilgisi açısından son derece önemlidir. Öğretmenlerin dörtgenler konusundaki ilgili sorularda yapılan hata sebebini açıklarken aşırı özelleme terimini kullanmadan aşırı özelleştirme durumlarını anlatması öğretmenlerin kavram yanılgısı türleri hakkında akademik bilgi eksiklikleri olduğunu göstermektedir.

Öğrenciyi tanıma bilgisinin ikinci bileşeni öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğretmenin yönelteceği soru sorma bilgisidir ve bu bilgi, sorulan sorunun kalitesi ve etkililiği öğretmenin sorgulama becerisi ile doğrudan ilişkilidir. Üçgenlerle ilgili öğrencinin yaptığı hatayı anlayabilmesi için öğretmenler tarafından yöneltilebilecek sorulara dair her mesleki deneyim grubundaki çoğu öğretmenin ifadeleri incelendiğinde soruların ön bilgileri hatırlatıcı olmadığı daha çok sorunun odağındaki bilgiyi söyletmeye ya da kuralı vurgulayıcı, yönlendirici olmalarından dolayı düşük düzeyli sorular arasında yer almaktadır. Nitekim yapılan araştırmalar tarafından düşük düzeyli bilgi tabanlı soruların en çok kullanılan soru türü olduğu ve öğretmenlerin de nadiren de olsa yüksek düzeyli sorular sormayı tercih ettikleri gösterilmiştir (Şahin, 2007; Way, 2008). Ancak literatürdeki bazı çalışmalar soru sorma kabiliyetinin zamanla geliştirilebileceğini de göstermektedir. Bununla ilgili Kılıç (2014) tarafından yapılan bir araştırmada öğretmen adaylarının öğrencilerle yapacakları etkinliklerdeki soru sorma kabiliyetleri ve öğrencilerdeki mevcut kavram yanılgılarına nasıl sorularla yaklaşmaları gerektiği noktasında araştırmacı tarafından geri bildirim yapıldığında öğretmen adaylarının sorgulama becerilerinde olumlu yönde değişimin gerçekleştiği tespit edilmiştir. Dörtgenlerle ilgili sorularda öğrencinin yaptığı hatayı anlayabilmesi için sorulabilecek sorular incelendiğinde farklı mesleki deneyim gruplarındaki öğretmenlerin birbirinden farklı soruları tercih ettikleri görülmektedir. Ancak soruların genel yapısı esas alınarak değerlendirildiğinde geometrik şekilleri zihinde canlandırmaya ve aralarındaki ilişkileri düşündürmeye teşvik edici sorular oldukları görülmektedir. Nitekim Baki (2018) geometrinin amacını düzlemde ve uzayda geometrik nesnelerin özelliklerini tanıma, aralarındaki ilişkileri bulma, geometrik yeri tanımlama, dönüşümleri açıklama ve ifade etme ve geometrik önermeleri kanıtlama olarak özetlemektedir.. Bu bakımdan ilişkisel düşünmeye ve zihinde canlandırmaya yöneltici açık uçlu soruların sorulması öğrencilerin üst düzey geometrik düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilir.

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusunda kullanacağı önbilgi ve matematiksel kavramlara bakıldığında da hemen her mesleki deneyim grubundaki öğretmenlerin yanıtlarının çoğunlukla doğrudan hatanın odağındaki kavramları anlatım yöntemi ile tekrar etmeye yönelik olduğu görülmektedir. Çalışmanın bu bulguları Gökkurt ve Soylu (2016) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Bazı öğretmenlerin cevaplarında ise üçgenler konusundaki öğrenci hatalarını düzeltmek için kullanacağı önbilgi ve matematiksel kavramların konu ile ilgili temel kavramlar olduğu görülmektedir. Ancak öğretmenler, öğrencilerin bu kavramları bilip bilmediğini yoklayarak bilmedikleri takdirde tekrar ve anlatım yoluyla öğreteceklerini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla bu durum öğrencilerde bilginin ve kuralların ezberlenmesine özendirici olabilir. Klasik anlamda soru cevap tekniğinin kullanıldığı öğretim süreçlerinde öğrencilere yüklenen misyon kendilerine yöneltilecek soruların kalıplaşmış cevaplarını ezberlemeleri ve ezberledikleri cevapları değiştirmeden söylemeleridir (Aydın, 2001). Geometri dersinde anlamlı öğrenmenin sağlanabilmesi için kavramlar ve şekiller arası ilişkilerin görülmesinin önemi büyüktür. Bu nedenle hatanın odağındaki kavramı bilgi olarak vermek yerine öğrencilere daha çok temel ön bilgileri harekete geçirici, bulmaya ve düşünme yönlendirici sorular yöneltilmesi gerekmektedir. Nitekim geleneksel yaklaşımlar içerisinde değerlendirilebilecek ve bu çalışmada öğretmenler tarafından en çok tercih edilen soru- cevap tekniği bahsedilen şekilde kullanıldığında öğrenciler daha aktif olarak, öğretimde olumlu sonuçların elde edildiğini gösteren çalışmalar mevcuttur (Kılıç, 2014; Midilli, 2003; Tanışlı, 2013). Pedagojik alan bilgisinin boyutlarından öğrenciyi tanıma bilgisi, öğrencilerin konu ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerini, öğrenme güçlüklerini, hatalarını tespit edebilmeyi, bu hataların arkasındaki sebeplerin neler olabileceğini ve hataların giderilmesi için sahip olmaları gereken matematiksel bilgileri bilmeyi kapsamaktadır (Baki, 2018; Shulman, 1987). Etkili bir öğretim yapabilmek için öğrencilerin konu hakkında neyi bilip neyi bilmediğini anlamak, yaptıkları hataları tespit edebilmek, çeşitli durumlardaki oluşan öğrenme güçlüklerini giderebilmek için öğretmenlerin konu alanı bilgisi düzeyinin iyi düzeyde olması gerekmektedir. Dolayısıyla öğrenciyi tanıma bilgisinin, konu alanı bilgisiyle sıkı bir ilişki içerisinde olduğu söylenebilir. Bu bakımdan araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin öğrenciyi tanıma bilgisi genel olarak değerlendirildiğinde konu alanı bilgisine kıyasla daha iyi düzeydedir. Elde edilen bu bulgu literatürdeki bazı çalışmaların sonuçlarıyla uyumluluk göstermektedir (Gökkurt ve ark., 2015; Gökkurt, Koçak ve Soylu, 2014; Gökkurt ve Soylu, 2016; Tanışlı ve Ata-Baran, 2014).

## 5. Öneriler

Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ait konu alanı bilgilerinde eksiklikler ve kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Bu kavram yanılgıları ile alan yazındaki üçgenler ve dörtgenler konusundaki öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgılarının benzeştiği görülmüştür. Bu noktadan hareketle öğrencilerin geometri öğrenme alanındaki öğrenmelerinin kalitesi, öğretmenlerin konu alanı bilgileri ile ilişkili olduğu düşünülebilir. Dolayısıyla ortaokul matematik öğretmenlerinin gerek üçgenler ve dörtgenler konusundaki bilgi eksiklikleri, kavram yanılgıları için gerekse matematiğin diğer öğrenme alanlarında yaşadıkları sıkıntılara yönelik zümrelerle işbirliği yapabilmeleri, hizmet içi eğitim seminerlerine ve çalıştaylara katılmaları gerektiği düşünülmektedir.

Öğretmenlerin sahip oldukları öğrenciyi tanıma bilgileri; öğrenciye ulaşma, öğrencinin yaptığı hataları anlama, bu hataları düzeltme ve öğrencilerde oluşabilecek kavram yanılgılarının önüne geçilmesi noktasında önemli bir yere sahiptir. Dolayısıyla öğretmenlerin ders esnasında öğrencilerin yaşayabileceği öğrenme zorluklarını önceden tahmin edip derslerde kullanabilecekleri strateji, yöntem ve teknikleri belirleyerek ders planları oluşturmaları gerekmektedir. Öğretmenlerin derslerini etkin ve verimli olarak tasarlamalarında ders planının önemi büyüktür. Bu noktada öğretmenlere hem öğrenci bilgilerini ve öğretim stratejileri bilgilerini geliştirmelerini hem de üçgenler ve dörtgenler konusunun amaçlanan doğrultuda öğrencilere etkin bir öğretiminin sağlamasında matematik öğretmenleri ile yapılacak olan ders imecesi tekniği önerilebilir. Ders imecesi tekniği kapsamında öncelikle ders öncesinde branş öğretmenleri ile ders planları yapılmaktadır. Daha sonra bu plan çerçevesinde, sınıfta öğrencilere öğretim gerçekleştirilir ve öğretim esnasında branş öğretmenleri dersi ve öğrencileri gözlemler. Ders sonrasında bütün branş öğretmenleri bir araya gelerek yapılan ders planının eksikleri, derste karşılaşılan öğrenci hata durumları ve bu durumlara getirilebilecek çözüm önerileri geliştirdikleri için öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin bütün boyutlarındaki (konu alanı bilgisi, öğretim stratejisi bilgisi ve öğrenciyi tanıma bilgisi) eksikliklerin giderilmesinde faydalı olabileceği düşülmektedir.

Geometri öğretimi için önemli yöntemlerden biri olan bilgisayar destekli öğretimi tercih eden sadece bir öğretmene rastlanmıştır. Müfredata bakıldığında geometride kavramların öğretilmesinde dinamik geometri yazılımlarının kullanılması gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Dolayısıyla çalışmada öğretmenlerin bilgisayar destekli eğitimi tercih etmemeleri, dinamik yazılımlar hakkında gerekli bilgi donamına sahip olmadıklarını gösterebilir. Bu nedenle, öğretmenlere hizmet içi seminerler verilerek, öğretmenlerin bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve bu yöntemin içerisinde yer alan dinamik geometri yazılımları konusunda bilgi sahibi olmaları ve bu yazılımları üçgenler ve dörtgenler konusunda etkili bir şekilde kullanma yeterliği kazanmaları sağlanabilir.

Bu çalışmada öğretmenlerin pek çoğu kavram yanılgısı, kavram yanılgısının türleri ve geometride sıkça karşılaşılan kavram yanılgılarının neler olduğuna dair akademik bilgi düzeylerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Dolayısıyla bu konu ile ilgili öğretmenleri bilgilendirici kılavuz kitapların hazırlanması ve sıkça karşılaşılan kavram yanılgılarına yer verilmesi, bu kavram yanılgılarının giderilmesi için öğretmenlere yardımcı örnek önerilerin yer alması matematik öğretiminin daha etkili yapılmasına olanak sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu araştırmaya benzer nitelikte gelecekte yapılabilecek çalışmalarda, öğretmenlerin sınıf içi durumları araştırmacı tarafından gözlemlenerek yapılması alan yazına çeşitli katkılar sağlayabilir. Alan yazınında yapılan araştırmalara göre matematik öğretmenlerinin geometriye yönelik pedagojik alan bilgilerinin gelişimlerini araştıran çalışmalara rastlanılamamıştır. Bu nedenle araştırmacılara matematik öğretmenlerinin geometriye yönelik pedagojik alan bilgilerinin gelişimlerinin izlenmesine olanak tanıyan boylamasına çalışmalar yapmaları önerilebilir.

# An Investigation of Pedagogical Content Knowledge of Secondary School Mathematics Teachers in Relation with Triangle and Quadrilateral Concepts

## 1. Introduction

An effective teaching consists of the combination of many components such as teacher, student, physical conditions of the class and the program. However, the most important of these components is the teacher who is the implementer of other components (Baki, 2018). . In the updated secondary school mathematics curriculum in 2013, the role of the teacher for an effective mathematics teaching is stated as guiding how to reach the information rather than transferring information to the students (Ministry of National Education [MoNE], 2013). In this meaning, it is of great importance that teachers, who are among the most effective members of the teaching process, have the necessary knowledge, and that they can apply the knowledge they have acquired during the teaching process. In the related literature, it is seen that the first studies on the knowledge components that the teacher should have belonged to Shulman (1986, 1987). Shulman (1986) addressed three components of teacher's knowledge for teaching as content knowledge, pedagogical content knowledge (PCK) and curriculum knowledge. According to Öner (2010), pedagogical content knowledge was the most discussed of these knowledge. In the studies are predicted that neither content knowledge nor pedagogical knowledge will be effective in training teachers (Öner, 2010). Baki (2018) identifies pedagogical content knowledge as an "amalgam" rather than a "mixture" of pedagogy and content knowledge. In the study conducted by Gökkurt, Şahin and Soylu (2012) to investigate the relationship between mathematics teacher’s knowledge of mathematics and pedagogical content, it was observed that there was a close relationship between teacher’s knowledge of mathematics and pedagogical content. However, there are some studies in the literature that show that effective mathematics teaching depends on PCK rather than just content knowledge (Bolyard & Moyer-Packenham, 2008; Fawns & Nance, 1993). These stated reasons make pedagogical content knowledge important, which includes content knowledge and pedagogical knowledge.

Geometry; it is one of the important fields of mathematics including space, shape, symbol and concept knowledge (Fidan & Türnüklü, 2010). In the literature review, it is seen that there are few studies on geometry teaching in our country and there are difficulties related to teaching geometry (Yılmaz, Keşan & Nizamoğlu, 2000 as cited in Gökkurt, Şahin, Soylu, & Doğan, 2015, p. 56). When these studies are examined, it has been stated that there are difficulties in geometry teaching due to reasons such as memorizing geometric shapes and features, limited number of sample presentation, students not being able to interpret the environment they live in, meaningful learning cannot be realized and even developing negative attitude towards geometry (Fujita & Jones, 2007 as cited in Gökkurt et al., 2015, p.57). Professional competence of teachers is very important to prevent such situations from occurring during the teaching process (Baki, 2013). Therefore, in order to realize permanent learning in geometry teaching, besides the content knowledge of the teacher, it is necessary to understand the student mistakes and have the ability to eliminate these mistakes. For this reason, in the study, teachers’ pedagogical content knowledge will be evaluated that content knowledge and student knowledge. In addition, when the literature is examined, it is seen that the number of studies on pedagogical content knowledge on geometry in our country is low (Gökkurt, 2014; Gökkurt et al., 2015; Gökkurt & Soylu, 2016). It is shown that these studies about pedagogical content knowledge focus on the subject of geometric objects and difficulties in learning geometric objects (Bozkurt & Koç, 2012; Gökkurt et al., 2015).It can be said that the reasons for these difficulties related to geometric objects can be caused by the concepts of triangles and rectangles that form the basis of this subject. Indeed, there are studies in the literature where individuals have misconceptions about triangles and quadrilaterals (Doğan, Özkan, Çakır, Baysal & Gün, 2012; Ergün, 2010; Hızarcı, Ada, & Elmas, 2006; Kaplan & Hızarcı, 2005; Karpuz, Koparan, & Güven, 2014). Due to the reasons stated above, this study aims to examine the pedagogical content knowledge of secondary school mathematics teachers on the topics of triangles and quadrilaterals.

### 1.1. The Purpose of the Research

The purpose of this study is to examine the pedagogical content knowledge of secondary school mathematics teachers on triangles and quadrilaterals. Depending on this purpose, the sub-problems of the study are determined as follows:

c) What is the secondary school mathematics teachers’ content knowledge on triangles and quadrilaterals?

d) What is the secondary school mathematics teachers’ knowledge of students on triangles and quadrilaterals?

## 2. Method

The research was carried out by using the case study method, which is one of the qualitative research methods. The main feature of the case studies is that it investigates one or more situations in depth (Yıldırım & Şimşek, 2016). In this study, the case study method was used because it aimed to investigate a certain number of secondary school mathematics teachers' pedagogical content knowledge about triangles and quadrilaterals.

### 2.1. Participants

This research was carried out with 12 secondary school mathematics teachers working in different secondary schools of a district center. Teachers in the study group were coded as $Ö_1$,$Ö_2$,$Ö_3$,$Ö_4$,$Ö_5$,$Ö_6$,$Ö_7$,$Ö_8$,$Ö_9$,$Ö_{10}$,$Ö_{11}$,$Ö_{12}$. The scale sampling method, one of the purposeful sampling methods, was used while determining the study group. The scale sampling is a method that allows all the situations that meet the predetermined criteria to work (Yıldırım & Şimşek, 2016). The criteria used in determining the sample in this study are that the secondary schools and professional experience periods of teachers are different from each other. In this way, by using a heterogeneous working group, it was aimed to reflect the different perspectives of teachers about triangles and quadrilaterals. Four teachers were selected from each of three different professional experience groups: 0-5 years, 6-10 years and 11 years and over. The table regarding the demographic information of the teachers is given in Table 1.

**Tablo 1.** Demographic information of teachers in the study group

| Persons | Professional Experience |
|---|---|
| $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ | 0-5 years |
| $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_8$ | 6-10 years |
| $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{12}$ | 11 years and over |

### 2.2. Data collection tools

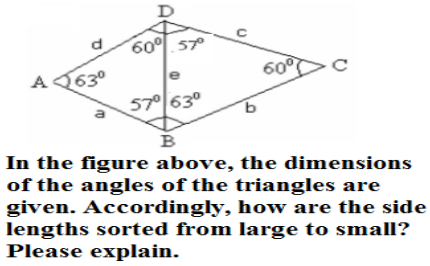
In this study, document review and interview, one of the qualitative data collection tools, were used. The interview form was prepared inspired by the structure of the form used by Gökkurt and Soylu (2016). The interview form consists of two parts. The first part consists of questions to determine teachers' demographic information (gender, professional experience, educational background etc.). The second part consists of 9 open-ended questions including various scenario situations to determine the pedagogical content knowledge of teachers about triangles and quadrilaterals. The questions prepared in order to measure the pedagogical content knowledge of the teachers about triangles and quadrilaterals are related to the objectives stated below. Table showing the distribution of prepared questions to objectives is given in Table 2.

**Table 2.** Distribution of open-ended questions by objectives

| Subject | Objectives | Number of Questions | Total |
|---|---|---|---|
| Triangles | Angle-edge relationship | 2 | 9 |
| | Determine the kurtosis center | 1 | |
| Quadrilaterals | Classification of quadrilaterals | 3 | |
| | The symmetry axis in polygons | 1 | |
| | The cut-off point feature of diagonal in quadrilaterals | 1 | |
| | Calculation of perimeter in quadrilaterals | 1 | |

An example of a question prepared for pedagogical content knowledge is given in Table 3. These prepared questions were examined by 3 mathematics teachers and 2 experts, and the necessary regulations were made and content validity was provided. In order to see the usefulness of the questions, pilot applications were made with two secondary school mathematics teachers and additional necessary arrangements were made. After these open-ended questions were applied to the teachers, a semi-structured interview lasting 20-30 minutes was conducted with the teachers and recorded. Additional questions were included in this interview. The question “a” given in Table 3 above is prepared for the content knowledge. The questions “b” and “c” were prepared for the knowledge of students.

**Table 3.** Example of open-ended questions prepared for pedagogical content knowledge

| Angle-Edge Relation Question in Triangle | Student's Solution |
|---|---|
| Ayşe teacher asks Taha the following question.<br><br>Taha answers this question as shown. | "a" and "e" equals , "d" and "b" equals.<br>The longest edge is "c".<br>c>a = e > b =d has replied. |
| **a)** What do you think about whether the student made a mistake according to the given scenario situation? What is the mistake of the student, if any? What could be the reason / reasons why the student made this mistake? | |
| **b)** If there are any mistakes made by the student, what are the questions and questions you will ask the student to understand this mistake? | |
| **c)** If the student is wrong, what is the important mathematical concept or prior knowledge that you can use to answer the question correctly? | |



### 2.3. Data analysis

In this study, content analysis method was used to analyze the data obtained from open-ended questions and semi-structured interviews. Content analysis is generally used in the analysis of texts (interview transcripts, diaries, etc.) (Patton, 2014). At the same time, by analyzing the collected data in detail, it is ensured to reveal previously unknown themes and the relationships between them (Yıldırım & Şimşek, 2016). Semi-structured interviews and open-ended questions were transferred to NVIVO 9.0 qualitative data analysis program and coding was done. The created codes are presented in the findings section in tables. While making the codings, the answers given by the teachers to the questions asked about the content knowledge were coded as true and false. The answers given to the questions asked for assessing the teacher's knowledge of student were analyzed by considering the categories in the study of Gökkurt and Soylu (2016).

## 3. Findings

The secondary school teachers' "content knowledge" and "knowledge of students" as two sub-components of pedagogical content knowledge about triangles and quadrilaterals; are examined under two sub-headings.

### 3.1. Findings about the content knowledge

Secondary school mathematics teachers were asked 3 questions about triangles, 6 questions about quadrilateral, and their answers were classified as true and false.

Information on the content knowledge of teachers about triangles and quadrilaterals is given in Table 4.

**Table 4.** Findings about secondary school mathematics teacher's triangles and quadrilaterals content knowledge

| | | (0-5 years) | | | | (6-10 years) | | | | (11 years and over) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **$Ö_1$** | **$Ö_2$** | **$Ö_3$** | **$Ö_4$** | **$Ö_5$** | **$Ö_6$** | **$Ö_7$** | **$Ö_8$** | **$Ö_9$** | **$Ö_{10}$** | **$Ö_{11}$** | **$Ö_{12}$** |
| 1. question | True | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | False | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2. question | True | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | False | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 3. question | True | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | False | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4. question | True | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | True | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5. question | True | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | False | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6. question | True | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | False | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7. question | True | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | False | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Table 4 continued

| | | (0-5 years) | | | | (6-10 years) | | | | (11 years and over) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **Ö$_1$** | **Ö$_2$** | **Ö$_3$** | **Ö$_4$** | **Ö$_5$** | **Ö$_6$** | **Ö$_7$** | **Ö$_8$** | **Ö$_9$** | **Ö$_{10}$** | **Ö$_{11}$** | **Ö$_{12}$** |
| 8. question | True | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | False | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9. question | True | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | True | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Total | True | 7 | 3 | 4 | 7 | 4 | 8 | 6 | 4 | 4 | 7 | 4 | 6 |
| | False | 2 | 6 | 5 | 2 | 5 | 1 | 3 | 5 | 5 | 2 | 5 | 3 |
| | True | 21 | | | | 22 | | | | 21 | | | |
| | False | 15 | | | | 14 | | | | 15 | | | |

As seen in Table 4, when teachers' content knowledge about triangles and rectangles are generally evaluated, it is seen that the right and wrong numbers of the groups are close to each other according to their professional experience. However, it can be said that teachers with 6-10 years of professional experience have relatively better in content knowledge than other professional experience groups.

According to Table 4, when the 1st and 3rd questions prepared for the angle edge subject information in triangles are examined, the first question about the triangle drawing is answered correctly by all teachers. Whereas, two teachers (Ö$_2$, Ö$_{11}$) gave the wrong answer to the third question as in Figure 1.

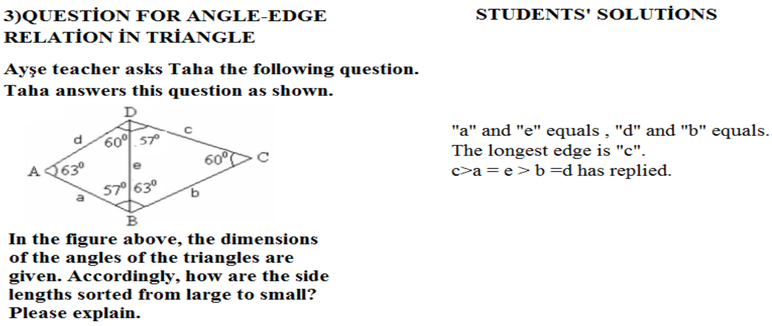



**Figure 1.** The third question about the angle-edge relationship in the triangle

The wrong answers given by these teachers, who are included in different professional experience groups, to the question in Figure 1 are as follows:

*Ö$_2$: "True. I have examined it myself one by one. Here is the longest edge "c". Here "e". But when we come here, there is a 60-degree angle opposite to "e". There's a 63-degree angle here. So the longest edge "c". Here the student has already said it."*

*Ö$_{11}$: "The child is aware of the rule that the big angle is opposite the big edge, the small angle is opposite the small edge. But he did not think that these two triangles should be evaluated separately. He made a mistake there. Here he says that "c" bigger than "a". Actually, but if I remember correctly, "a" is supposed to be bigger than "c". Different triangles, different ıı... . "c" is across a larger angle. However, in terms of comparison with other triangles, "e" is bigger than "c", so "a" is bigger than "c".*

As seen from the answer given by the teachers that both teachers have an angle-edge relation in the triangle: "Large edge opposite large angle, small edge opposite small angle" knows the rule. However, they could not use this rule to solve the question. The teacher Ö$_2$ determined the longest edge correctly. However, in the ranking of the other edges, it is seen that the student accepted the mistake he made correctly. The teacher Ö$_{11}$ is aware of the angle-edge relationship in the triangle and knows correctly that the two triangles must be evaluated separately. However, he could not apply this knowledge, which he knew in theory, on the question while comparing two triangles. The second question in Figure 2, which is prepared to determine the center of perpendicularity in triangles, is a two-step question regarding the determination of the perpendicular center in wide and right-angled triangles.

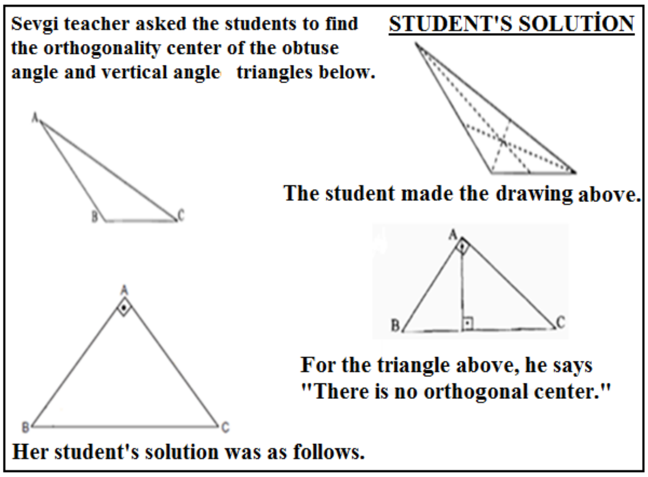



**Figure 2.** The second question about determining of orthocenter

In the event that the teachers answered wrongly to any of these two questions regarding the content knowledge, it was concluded that the concept of the center of perpendicularity could not be fully mastered, and the answers were accepted incorrectly. For this reason, the findings of the content knowledge of the teachers who made the second question wrong were examined separately. It is observed that the teachers who make mistakes about the determination of the center of perpendicularity in obtuse angle triangle ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{11}$) are more than the teachers who make mistakes about the determination of the center of perpendicularity of the vertical angle triangle ($Ö_{2,}$ $Ö_8$ and $Ö_{11}$). In addition, it is a remarkable finding that teachers $Ö_2$, $Ö_8$ and $Ö_{11}$, who made mistakes about determining the center of perpendicularity of the vertical angled triangle, made mistakes in the determination of the center of perpendicularity in both the obtuse angled triangle and the vertical angled triangle. When evaluated in general, it was seen that teachers with 0-5 years of professional experience made more mistakes compared to other groups, and the wrong answers given by about determining of center of perpendicularity in the obtuse angled triangle are as follows:

*$Ö_1$: "The student drew the height incorrectly. Probably confused heights with the median. He could not realize that heights should be outside the triangle."*

*$Ö_2$: "It's wrong here. He could not perceive, understand the concept of the orthocenter."*

*$Ö_3$: "He made a mistake. In the obtuse angled triangle, the height becomes outside the triangle."*

When the expressions of these 3 teachers, who have professional experience between the ages of 0-5, are examined, they know that the student in the scenario is wrong and some heights are outside the triangle in obtuse angled triangles. However, when teachers were expressing their thoughts about the question, it was observed that they could not draw the heights correctly in the obtuse angled triangles and claim that there was no any center of perpendicularity because they showed the center of perpendicularity incorrectly or did not find it. The height drawing made by the teacher Ö3 in the obtuse angled triangle is given as an example in Figure 3. Therefore, it can be said that teachers only know the mentioned information at the level of knowledge.

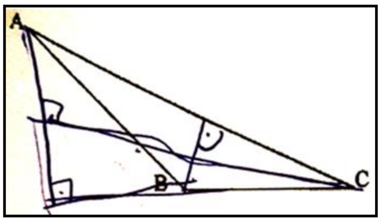



**Figure 3.** Incorrect drawing of teacher $Ö_3$

$Ö_3$ teacher's explanation about the drawing above is as follows:

*$Ö_3$: "The obtuse angled triangle has no orthocenter. Because I couldn't solve it either..."*

For this reason, it can be said that teachers who have professional experience between 0-5 years ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$) know the information mentioned only at the level of knowledge.

It was observed that 3 teachers (Ö2, Ö8 and Ö11) in different professional experience groups gave the wrong answer to the question about determining of the center of perpendicularity of the vertical angled triangle. His statements on this subject are as follows:

*$Ö_{11}$: "He says there is no orthocenter. I think he's right. Because again, three of them do not intersect at*

*some point."*

*Ö$_8$: "But didn't they have any orthocenter? They have orthocenter or I'm making a mistake somewhere."*

While the Ö$_8$ teacher said that he could not find the orthocenter, the Ö$_{11}$ teacher claimed that there was no orthocenter in the vertical angled triangle.

The teacher Ö$_2$ drew the height of the triangle as shown in Figure 4.

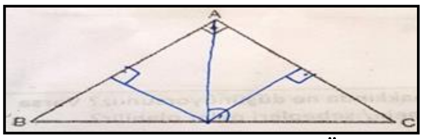



**Figure 4.** Incorrect drawing of Ö$_2$ teacher

When Figure 4 is examined, it is seen that the teacher Ö$_2$ made mistakes in the height drawings of the vertical edges of the vertical angled triangle. Ö$_2$ teacher's explanation about the above drawing is as follows:

*Ö$_2$: "When we draw all three heights, here has no the orthocenter."*

According to the drawings and explanations Ö$_2$ teacher made above, it is seen that the teacher thinks that there is no center of perpendicularity in the vertical angled triangle.

In general, the reason why teachers who make mistakes about the orthocenter in the vertical angled triangle cannot find the center of perpendicularity or claim that it is not; considering the explanations and drawings they made, it can be said that the vertical angled triangles are caused by the lack of height information of the vertical edge.

The fourth question on the calculation of the quadrilaterals perimeter in Figure 5 was generally made by all professional experience groups and was answered incorrectly by 1 teacher (Ö$_8$).

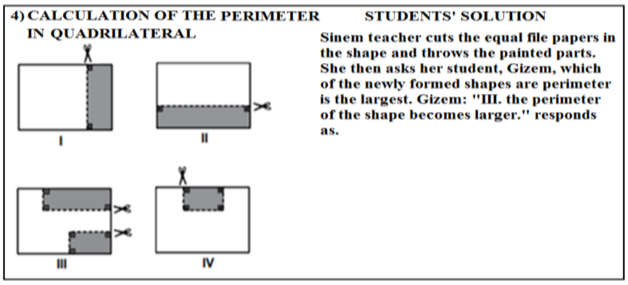



**Figure 5.** The fourth question on the calculation of the perimeter in quadrilaterals

The fifth, sixth and eighth questions were asked to the teachers for the identification of trapezoid, deltoid and parallelogram, which are special quadrilaterals.

The fifth question regarding trapezoid identification is given in Figure 6:

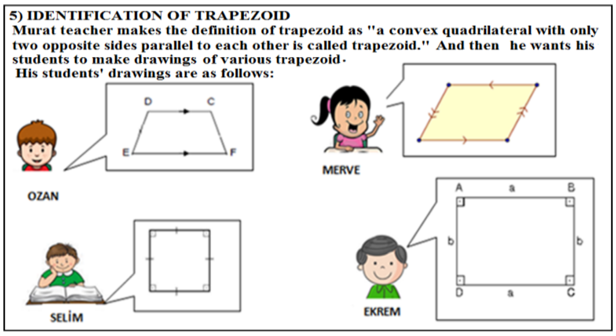



**Figure 6.** The fifth question about trapezoid identification

Some of the wrong answers given to this question about trapezoid identification by teachers in different professional experience groups are as follows:

*Ö$_2$: "There is a "just" statement. So I said Ozan who answered correctly."*

*Ö$_5$: "Only two opposite sides will be parallel to each."*

*Ö$_{11}$: "Only Ozan is right... As for the parallelism, I think the others are wrong because only two sides should be parallel."*

In general, when the answers given by teachers who made wrong in all professional experience groups were evaluated, it was seen that the teachers did not query the definition of trapezoid in the question since they did not know the definition of trapezoid correctly. In the definition of trapezoid, they focused only on the opposed two edges being parallel. However, the shape of trapezoid is convex polygon with at least two edges parallel to each other. Apart from the prototype of trapezoid shape given in the question, the square, parallelogram and rectangle, which are special rectangles, are also trapezoid. It is seen that the teachers who gave the wrong answer do not know this detail and generally go to the overspecialization in the definition by adhering to the prototype of trapezoid shape drawn by the student named Ozan in Figure 6.

The sixth question regarding the identification of Deltoid is given in Figure 7:

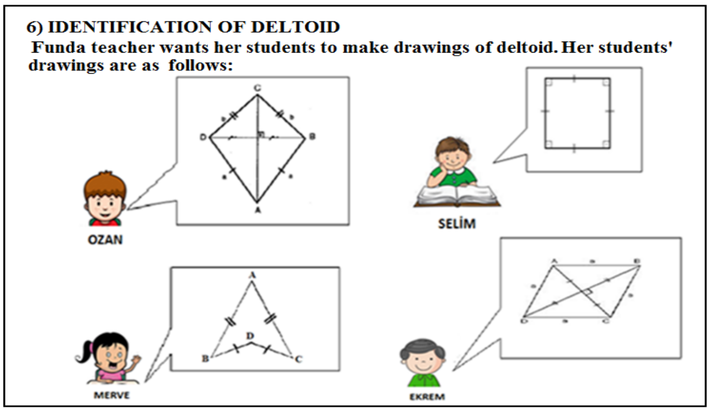



**Figure 7.** The sixth question about deltoid identification

Some of the wrong answers given to this question about defining deltoid by teachers from different professional experience groups are as follows:

*Ö$_3$: "When we tell or visually say the deltoid, we give it as a combination of two isosceles triangles and the drawing that suits him is Ozan's ..."*

*Ö$_8$: "Yes, the deltoid is formed by joining the bases of two different isosceles triangles.… They are different from each other and the floors are united. In these, yes, the bases are united but yes, they are not different from each other, but the bases will overlap in this way as Ozan did."*

*Researcher: "You say it has to come upside down?"*

*Ö$_8$: "So yeah so the shapes won't be overlapping. So the shapes don't actually overlap. Only the floor will be overlap. The deltoid will be like a kite picture like this. We could even define it that way."*

*Ö$_{10}$: "Merve, I said not deltoid. Because it is concave. Already square, rhombus is deltoid. You know the shape formed by overlap the bases of isosceles triangles. Here, one of its diagonal should be bisector. The diagonals do not provide this. Because it is concave, it is not the deltoid that Merve made for me. I may be wrong, but I thought so."*

When the answers given about the definition of deltoid in general are evaluated, it is seen that the teachers' definition of deltoid is incomplete. Deltoid is a quadrilateral which one of its diagonal is the floor of two isosceles triangles. Therefore, most teachers think that the concave polygon, which is the drawing of Merve given in Figure 7, cannot be deltoid. However, in the concave quadrilateral given in Merve's drawing, [BC] diagonal forms the floor of two isosceles triangles. Therefore, drawing of Merve's concave quadrilateral is sample a deltoid. Some teachers emphasize different isosceles triangles with different floors in the definition of deltoid. However, according to the correct definition given, it is not stated that isosceles triangles should be different. Therefore, the square and rhombus given in the question is a deltoid. Therefore, the teachers who gave this answer missed that the square and rhombus should be a deltoid. Based on these data, it is seen that teachers know the prototype form of deltoid. They accept the drawing of Ozan in Figure 7 correctly.

The eighth question related to the definition of the parallelogram is given in Figure 8:

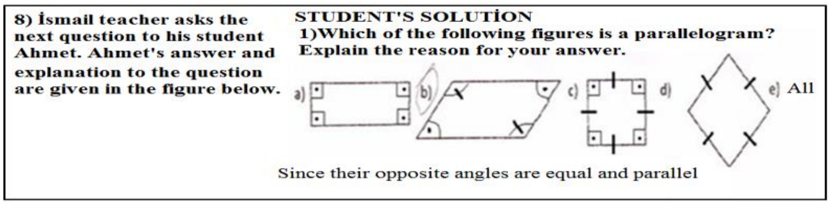



**Figure 8.** The eighth question about the definition of parallelogram

While all of the teachers with professional experience of 11 years and above answered correctly to this question about the definition of parallelogram, some of the incorrect answers given by their teachers in other professional experience groups are as follows:

*$Ö_2$: "Correct answer. Because when we look at the definition of the parallelogram, we call the parallelogram with two opposed sides of which are parallel to each other and that is the parallelogram with the opposite two angles. So he made the right answer."*
*$Ö_3$: "The student found the right answer. But he doesn't know exactly the definition of parallelogram."*
*R: "You say it does not know its definition. Well, is there any mistake or not?"*
*$Ö_3$: "There is a mistake. Because when he says that when the opposite angles and sides are parallel to each other, when the opposite angles are equal, this should be parallelogram. Then all four should be parallel to each other. Because according to the definition he says, the opposite sides are always equal and parallel."*
*R: "I understand; do you think it marked the right option?"*
*$Ö_3$: "The correct option is marked."*
*R: "So what's the error?"*
*$Ö_3$: "He doesn't know the definition exactly. He needs to learn the concept of parallelogram."*
*$Ö_5$: "In the eighth question, I think he made no mistake. Because the term parallelogram in a child corresponds to a geometric shape in mathematics, so the child has found and marked the correct shape of that shape, that concept. The opposite angles are equal and the opposite sides are parallel."*
*R: "Do you think the bottom note is correct?"*
*$Ö_5$: "He said that their opposite angles are equal and parallel. Correct, True, here a rectangle already appears in option A. Okay, all sides of the rectangle are parallel to each other. Their opposite angles are also equal. But it is a different geometric shape. In particular, its name is rectangular. So it's not parallelogram. "*

When evaluating the responses related to the definition of the parallelogram in general, it is stated that the geometric shapes given outside the standard parallelogram shape cannot be parallelogram and similarly, the name and properties of each geometric shape should be different. Therefore, it is thought that there is no transition between geometric shapes. Said teachers ($Ö_2$, $Ö_3$ and $Ö_5$) only evaluate the marked drawing in Figure 8 as a parallelogram. It is not thought that there is a parallelogram in the rectangle, square and rhombus in other options. For this reason, it can be said that there are deficiencies in the content knowledge of teachers with 0-5 years and 6-10 years of professional experience about the definition of parallelogram of, and a prototype parallelogram in their minds.

Table 4 shows that 10 teachers ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{12}$) content knowledge is missing in the seventh question prepared to examine the diagonal information in quadrilaterals. The seventh question about diagonal information in quadrilaterals is given in Figure 9:

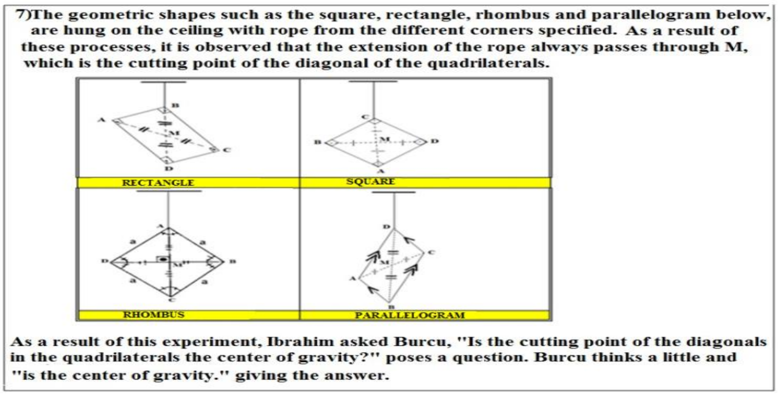



**Figure 9.** The seventh question about diagonal information in quadrilaterals

Some of the wrong answers given to this question about diagonal knowledge in quadrilaterals by teachers from different professional experience groups are as follows:

*$Ö_2$: "Here I said the student's answer is correct. Rectangular and square, parallelogram, rhombus pass through the full center of gravity, as the diagonal of all the quadrilaterals pass through the cut points and the diagonals are centered."*

*$Ö_5$: "I think he thought right. Quadrilaterals because... Of course, not all quadrilaterals. It is the intersection point of the diagonal center of regular quadrilateral."*

*$Ö_{11}$: "I think the answer is correct. Okay, the cutting point should be the center of gravity so that the rope*

*is fixed in this way. ”*

In general, it can be said that most of the teachers related to diagonal information in quadrilaterals are not sufficient in the content knowledge, they lack information. Since the cut-off point of the diagonals of the quadrilateral divides the given quadrilateral into identical parts, it is a correct idea to perceive them as the center of gravity. Because when the diagonals of square, parallelograms, rectangles and rhombuses are drawn, since the equivalent triangles are formed, the center of gravity of these rectangles is the cutting point of the diagonals, this does not apply to all quadrilaterals (MoNE, 2014). The generalization of teachers to all quadrilaterals shows that there are deficiencies in the content knowledge.

It is seen in Table 4 that only one teacher (Ö$_5$) who has 6-10 years of professional experience to the ninth question prepared to examine the symmetry axis information is missing in content knowledge. The ninth question about symmetry axis information is given in Figure 10:

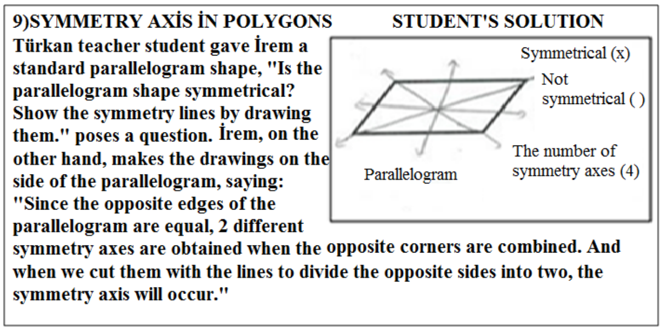



**Figure 10.** The ninth question about the definition of the symmetry axis

The explanations of Ö$_5$ teacher who has 6-10 years of professional experience about the question given in Figure 10 are as follows:

> Ö$_5$: “*So the axis of symmetry means lines that divide the shape into two symmetrical parts. All the lines drawn by the child are correct.*”

The teacher Ö$_5$ could not use the symmetry axis information conceptually known on this question to determine the symmetry axis of a standard parallelogram.

In general, it can be said that secondary school mathematics teachers have sufficient symmetry axis content knowledge in the polygon. However, the teacher Ö$_5$ could not transfer the symmetry axis information he defined correctly to the question solution. Therefore, it can be said that the content knowledge of the teacher Ö$_5$ is not sufficient in the axis of symmetry in polygons.

When the content knowledge of the secondary school mathematics teachers about the quadrilaterals are evaluated in general, it is seen that the prototype shape information is the source of the mistakes made in all the different professional experience groups.

### 3.1. Findings about knowledge of students

In this sub-problem, the level of secondary school mathematics teachers’ knowledge of students about triangles and quadrilateral is examined. Knowledge of students as one of the components of pedagogical content knowledge has been evaluated in categories of to identify the causes of the student's error, questions to be addressed to the student to understand the student's error, mathematical knowledge or prior knowledge that the student will use to give the correct answer.

According to the teachers, the reasons for making mistakes of the students in triangles and quadrilaterals are given in Table 7.

**Tablo 7.** According to the teachers, the reasons why students in scenario status make mistakes about triangles and quadrilaterals

| Codes | Persons |
|---|---|
| Overspecialization | Ö$_1$, Ö$_6$, Ö$_7$, Ö$_8$, Ö$_{10}$, Ö$_{11}$ |
| Lack of knowledge | Ö$_1$, Ö$_3$,Ö$_4$, Ö$_5$,Ö$_6$, Ö$_7$, Ö$_8$,Ö$_{10}$,Ö$_{11}$, Ö$_{12}$ |
| Carelessness | Ö$_1$, Ö$_5$,Ö$_7$, Ö$_8$, Ö$_9$, Ö$_{12}$ |
| Memorize | Ö$_9$ |
| Misrepresentation of the teacher in the scenario | Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_6$, Ö$_{10}$ |
| Generalization | Ö$_2$, Ö$_6$, Ö$_9$, Ö$_{12}$ |
| Not making comparison | Ö$_{12}$ |

Table 7 continued

| **Codes** | **Persons** |
|---|---|
| Misconception | Ö$_2$, Ö$_4$ |
| Mixing the concepts of symmetry and equality | Ö$_7$, Ö$_{11}$ |
| Figural thinking | Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_6$, Ö$_7$, Ö$_9$, Ö$_{10}$, Ö$_{11}$ |
| Inability to portray in mind | Ö$_1$, Ö$_3$, Ö$_5$ |
| Confused with the axis of symmetry of the rectangle | Ö$_{11}$ |
| Extreme Rule | Ö$_4$ |
| Forgetfulness | Ö$_7$ |

As seen in Table 7, teachers in all professional experience groups mostly explained the reasons for students' mistakes in questions about triangles and quadrilaterals as lack of knowledge, formal thinking, overspecialization and carelessness. Some teacher's statements about this are as follows:

*Ö$_4$: "The reason for the student making this mistake is that it is again due to lack of knowledge. "."*

*Ö$_6$: "Because then the child does not know the angle-edge relation ... It may be because it does not know at all. He only looked at the concept of angle and did not evaluate it separately. But here it is necessary to know a little bit about the concept of inequality. "*

*Ö$_7$: "Related to not knowing that it is 180 degrees or not to pay attention or forget"*

When these expressions of the teachers are examined, it is seen that the students can identify and explain their mistakes. However, it was determined that they preferred to use superficial expressions while conceptualizing the causes of errors.

When the teachers' explanations are examined, another reason for the error that is said in the majority comes to the fore of figural thinking, especially the question about the calculation of the perimeter in quadrilateral. Some of the teachers' statements to support this finding are:

*Ö$_4$: "Now I think there is a perception like this. The bigger the pieces are cut from the shapes, the new edges are replaced by the cut pieces. These edges didn't exist before, but now they exist. Therefore, he may have thought that the length of the edges has increased and therefore the perimeter has increased. ... Now these are actually based on visual intelligence."*

*Ö$_7$: ""... I suppose he thought like this. Because he cuts out two ııı.. I think he made a mistake because he thought that it was more like this and commented by looking at the number of figures."*

*Ö$_{10}$: "I think he thought ... This is my thought. The more details, the zigzags he said, it is longer. However, it is the same."*

*Ö$_2$: "The student focuses more on the shape."*

As seen in the statements of teachers Ö$_4$ and Ö$_2$ , they think that the student visually perceives the event incorrectly. In addition, the teachers of Ö$_7$ and Ö$_{10}$ think that the student moves by looking at the zigzags in the shape, and that the reason for the error is only due to figural thinking and the fact that they do not perform mathematical calculations on the figure.

One of the most frequently expressed statements as the reason for student errors is overspecialization, which is one of the misconceptions. Although the teachers who gave this answer did not directly say that the student was overspecialization, they made explanations in this direction while explaining the reason for the error. The statements of several teachers about this are as follows:

*Ö$_1$: " ... When the student says parallelogram, it only comes to mind. He marked B directly because he only coded this shape as a parallelogram."*

*Ö$_{10}$: "Because it has a pattern. Behold your mind. Because he knows it in figure. This is the parallelogram taught since elementary school."*

*Ö$_7$: "I think, he only learned the parallelogram as a figure. The two sides are horizontal, and the top and bottom are parallel."*

Therefore, it is seen that these teachers do not know the types of misconceptions, but they correctly express their students' error status.

The questions that teachers prefer student's for notice their mistakes about triangles and quadrilateral are given in Table 8.

**Table 8.** The questions that teachers prefer students for notice their mistakes about triangles and quadrilateral

| Subjects | Codes | Persons |
|---|---|---|
| Triangles | What can be the longest edge by looking at the angles? | $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_8$, $Ö_9$, |
| | If the edges you specify are equal, this triangle is an isosceles triangle. Then wouldn't the base angles be equal? | $Ö_1$ |
| | Is there a relationship between the angle and the edges of the triangle? | $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_8$, $Ö_{11}$ |
| | Can you create different triangles with another point you take to draw a radius on the circle? | $Ö_{10}$, $Ö_{12}$ |
| | Would you compare the length of the edge you drew with the length of the other edge? | $Ö_4$, $Ö_9$ |
| | According to which rule did you draw the triangle? | $Ö_2$ |
| | Are the sides opposite the equal angles in different triangles equal? | $Ö_7$, $Ö_{10}$, $Ö_{12}$ |
| | What is the shortest distance of a point to a line? | $Ö_6$ |
| | How many degrees is the sum of the inside angles of a triangle? | $Ö_4$ |
| | Where the vertical edges meet? What is the center of perpendicularity? | $Ö_{12}$ |
| | How to find the area of the right triangle? | $Ö_7$ |
| | What is the concept of height? | $Ö_6$, $Ö_{10}$ |
| Quadrilaterals | Does it provide the definition that you say in other ways? | $Ö_{10}$ |
| | Can rectangle, square and rhombus also be parallelograms? | $Ö_1$, $Ö_{12}$ |
| | Are the opposite sides, angles equal in the rectangle, square and rhombus? | $Ö_1$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_9$, $Ö_{11}$, $Ö_{12}$ |
| | Are the opposite sides parallel in the rectangle, square and rhombus? | $Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_6$, $Ö_7$, $Ö_9$ |
| | What is a quadrilateral, square and rhombus? What are their features? | $Ö_4$ |
| | Is the concept of only mutual angles equal in the definition of the parallelogram sufficient? What do you know about the edges of the parallelogram? | $Ö_8$ |
| | What does the term "just" mean in the definition of the trapezoid? | $Ö_1$ |
| | Does the same thing happen in trapezoid? | $Ö_6$ |
| | If the center of gravity is a point, how can we find out where it is in this experiment? What is the center of gravity? | $Ö_1$ |

According to Table 8, when the questions asked by the teachers about the angle-edge relation in the triangle for the student to understand the error made by the student, the most preferred question is "Which can be the longest edge by looking at the angles?" This question can be said to have an understanding of the error made by the students and to emphasize the rule of angle and edge relation. As seen in Table 8, the teachers with professional experience of 0-5 and 6-10 years of age prefer the question more than the teachers with professional experience of more than 11 years. Another question frequently used by the teachers is "*Is there a relationship between the angle and the edges in the triangle?*". It is noteworthy that this question is similar to the previous question. However, the fact that this question is more directed towards comparing the edges and angles of the triangle with respect to the other question may enable the student to see and understand the angle-edge relation better in order to realize the relationship between the angle and edge. The professional experience of teachers who prefer this question is 6-10 years, 11 years and more. Therefore, it can be said that teachers with 0-5 years of professional experience use questions to make aware of the focus of the error, and experienced teachers (6-10 years and 11 years and above) prefer to ask more intuitive questions about the relationship between angle and edge.

On the other hand, in order for the student to understand the mistake about the center of perpendicularity in the triangle, the teachers usually prefer to ask the student the question of "What is the height concept?" The concept of height at the heart of this subject is important for the correct drawing of the height. However, if the error in the scenario situation is considered that the wrong drawing of the height in different triangles and the inability to determine the center of perpendicularity , it may be more useful to ask the application questions related to height drawing in different triangles instead of asking students a conceptual question. In this respect, it can be said that the question of "What is the concept of height?", which is preferred by most of the teachers, can enable the student to learn only verbally and lead to memorization. As seen in Table 8, the questions asked about center of perpendicularity of triangle is not collected under a single title. It can be said that the teachers in all professional experience groups prefer different questions about the center of perpendicularity and these questions are the questions that lead to memorization.

According to Table 8, given the questions that teachers will ask students to understand the student's mistakes in classifying rectangles, “Are the rectangular edges in the rectangle, square and rhombus equal?” and "Are the opposite sides parallel in the rectangle, square and rhombus?" are the most preferred questions. Considering the students' not knowing the properties of the quadrilaterals and the errors they made in classification, it can be said that these questions will enable them to compare the quadrilaterals with each other, and in this way they are focused on correcting their mistakes by seeing the relationships between the quadrilaterals. It is seen in Table 8 that teachers with 6-10 years and 11 years of professional experience prefer these questions.

When the questions to be asked by the secondary school mathematics teachers to the student in order to understand the mistake made by the student about the calculation of the perimeter in the quadrilaterals were investigated, "In what way did the new surfaces formed as a result of cutting?" seems to be the question. When looking at other preferred questions, respectively, "What remains after cutting?" and "What is the length of the edge of the piece coming out?" appears to be. The stated questions are generally seen in Table 8, preferred by teachers with 0-5 years of professional experience. With these questions, the mentioned teachers aimed to make the student aware of the awareness that it would not be enough to think only formally and that he should address the question from a wider perspective. It can also be said that with these questions, teachers aim to make students think about the current situation. As a matter of fact, the questions addressed to the student are the questions that lead the student to reasoning by calculating after cutting the shape.

Looking at the questions that secondary school mathematics teachers prefer to understand the student error in the question about the feature of the diagonals (center of gravity) in quadrilaterals, it was determined that each of the two teachers in different professional experience group who have the correct content knowledge and preferred a different question type. "What is the center of gravity?" Although the question is directly related to the knowledge of the student, it can be said that the other questions are the questions that lead the student to think and find more.

In order for the students to understand their error made about the question of symmetry axis in polygons, teachers in each professional experience group often used the question of "If shape folds along the axis of symmetry, do points A and B overlap?". This question style is more student-centered and allows the student to discover his own error. In addition, in this question, most of the teachers stated that the reason of students' mistakes was not being able to visualize in the mind. As a matter of fact, when the questions asked by teachers to find the error are examined, it can be said that there are questions that improve the visual and spatial intelligence of the student and direct the thought. Some of the teachers' explanations about this situation are as follows:

> *$Ö_1$: “The reason he made a mistake is actually the remaining parts when he draws like this. Although it is similar in shape, the student cannot realize that it will not sit on top of each other when folded. So the quadrilaterals that are formed when you draw here are equal to each other. But these are not symmetrical. They are rotated from each other. In fact, the student cannot visualize this in his mind ... So here the student drew the symmetry axis, for example. We got A and B two points. We can only ask whether these two points are equidistant. ”*
>
> *$Ö_5$: ““As the reason for making a mistake, the child thought that the parts on both sides of the axis of symmetry would be overlapping because the parts were the same. But since the symmetry axis is slanted, he could not realize that they would not overlap here. There's a problem with one feeling, so the child can't see it while looking…”*
>
> *R: “What would we ask to understand the error?”*
>
> *$Ö_5$: “In order to understand this error, I ask whether the shape overlaps when we fold the parts on both sides of the symmetry axis he draws according to the symmetry axis.”*

Secondly, the most preferred is “What is Symmetry?”. 0-5 years of professional experienced teachers preferred the question mentioned compared to other groups. This direct question about the definition of symmetry is at the level of knowledge to know and it is a question type that cannot improve the student's application skills. Considering that the problem in the scenario situation is a question at the application level, the questions that will be directed to the students should be directed to discover more.

The mathematical knowledge or prior knowledge that teachers will use to in order to the student's correctly answer the questions about triangles and quadrilaterals are given in Table 9:

**Table 9.** The mathematical knowledge or prior knowledge that teachers will use to in order to the student's correctly answer the questions about triangles and quadrilaterals

| Subjects | Codes | Persons |
|---|---|---|
| Triangles | Angle-edge relation | $Ö_1, Ö_2, Ö_3, Ö_4, Ö_5, Ö_6, Ö_7, Ö_8, Ö_9, Ö_{11}, Ö_{12}$ |
| | Bisector and median | $Ö_{10}$ |
| | Perpendicular drawing | $Ö_{10}, Ö_{12}$ |
| | Circle definition | $Ö_4, Ö_{10}, Ö_{12}$ |
| | Equilateral and isosceles triangle concept | $Ö_8$ |
| | Beam, center and diameter concept | $Ö_{10}$ |
| | Triangular drawing rules | $Ö_{10}$ |
| | Triangle inequality rule | $Ö_4$ |
| | Sum of the internal angles of the triangle | $Ö_4, Ö_7$ |
| | Height | $Ö_7, Ö_{10}$ |
| | The similarity and difference in the triangle | $Ö_1$ |
| | Radius concept | $Ö_3, Ö_8, Ö_9$ |
| Quadrilaterals | Concept of quadrants | $Ö_1, Ö_7, Ö_{12}$ |
| | Relationships between quadrants | $Ö_4, Ö_{11}, Ö_{12}$ |
| | The Parallelogram Concept | $Ö_1, Ö_6, Ö_8, Ö_{10}$ |
| | The concept of parallelism | $Ö_1, Ö_{11}$ |
| | Trapezoid concept | $Ö_1, Ö_6$ |
| | Relationship with the environment | $Ö_2, Ö_4$ |
| | The concept of environment | $Ö_1, Ö_2, Ö_6, Ö_9, Ö_{11}, Ö_{12}$ |
| | The concept and properties of the rectangle | $Ö_1$ |
| | Center of gravity and balance | $Ö_1$ |
| | In parallelograms, the center of gravity is the cutting point of the diagonal | $Ö_6$ |
| | Diagonal concept | $Ö_2$ |
| | Symmetry line drawing | $Ö_{10}$ |
| | Symmetry axis definition | $Ö_1, Ö_2, Ö_3, Ö_5, Ö_6, Ö_8, Ö_{11}, Ö_{12}$ |
| | Definition of symmetry | $Ö_1, Ö_3, Ö_4, Ö_5, Ö_{10}$ |
| | Symmetrical shape | $Ö_8$ |
| | Reflection and symmetry | $Ö_7$ |

When Table 9 is examined, when looking at the mathematical knowledge or the prior knowledge to be reminded that teachers can use to understand the student's error in the angle-edge relationship, it is seen that the angle-edge relation information is preferred by all teachers regardless of professional group distinction. On the other hand, mostly preferred other concepts are circle definition and radius. It is seen that the teachers, who stated that the concepts of circle, radius and the emphasis of the relations between them, which form the basis of the angle concept, are less than the teachers who say that the basic acquisition should be given directly. The fact that teachers give the rules that are the focus of the error as direct information can encourage students to memorize. It can be said that the concepts of angle, circle and radius, basic concepts and their interrelationships may have more permanent and positive effects in eliminating errors.

When the mathematical knowledge or the prior knowledge that can be used to understand the error made by the student in the scenario situation about the center of perpendicularity is examined, it is seen that the height drawing, the sum of the angles in the triangle and the height concept are said by the teachers with an equal majority. Based on these expressions, it was determined that the teachers emphasized the concept of height and height drawing in order to find the center of perpendicularity in different triangles correctly. It is observed that teachers who draw attention to the height concept focus on the definition of height. On the other hand, it is seen that $Ö_{10}$ and $Ö_{12}$ teachers with "Height drawing" answer have professional experience of 11 years and over. $Ö_{10}$ expresses his thoughts as follows:

*$Ö_{10}$: "…How to draw a height to the opposite edge from one point?"*

Preference of the above-mentioned question by the $Ö_{10}$ teacher, shows that the prior knowledge of the height drawing emphasizes the importance of the $Ö_{10}$ teacher to find the orthocenter

Teacher $Ö_{12}$ said the following about the height drawing in an obtuse angle triangle:

*$Ö_{12}$: "…I repeat the subject of drawing a line perpendicular to a line, repeat that in an obtuse angle triangle, it is drawn perpendicular to the extension of the edge, not the edge."*

Therefore, teachers draw attention to the basic concepts of the subject in order to determine the orthocenter in different triangles correctly. However, as it can be understood from the statements of the teachers, they state that they will do it again through teaching the prior knowledge by means of memorizing the rules or by the method of expression.

“Parallelogram concept”, “Relations between quadrilaterals”, “Quadrilateral concept” are mostly mentioned by almost every professional experience group as mathematical or prior knowledge that can be used by teachers to understand students' mistakes in classification of quadrilaterals The concept of the parallelogram and the quadrilateral can be an instantaneous effect on the student's understanding of the error, since it is directed towards giving information directly. However, since there is a comparison in the “Relations between quadrilaterals” answer, it allows students to analyze their own mistake in multi-dimensional way. Thus, it can be said that the student can better understand the mistake he made.

As seen in Table 9, "Perimeter concept" is preferred as the most important mathematical prior knowledge or concept that can be used in the quadrilaterals for understand the student's errors of the calculation of perimeter. Some answers about this are as follows:

*$Ö_1$: “The concept of the perimeter can be mentioned.”*

*R: “What do we use to answer correctly as a mathematical concept or prior knowledge?”*

*$Ö_{12}$: “Perimeter calculation in polygons. ... It will be useful to repeat it.”*

*R: “What would you suggest as concept or prior knowledge?”*

*$Ö_9$: “It should be explained that the concept of the perimeter is the sum of the edge lengths…”*

As seen from the answers given the above, teachers think that of the “Perimeter” concept should be repeated. As it is seen in Table 9, “*Perimeter concept*” is preferred by 1 teacher with 0-5 years of professional experience, 1 teacher with 6-10 years of professional experience, and 3 teachers with 11 years of professional experience. Therefore, it can be said that this prior knowledge is preferred by teachers with high professional experience.

In the question about the feature of the diagonals (center of gravity) of the rectangles, the answers given about the mathematical concept or preliminary information that teachers can use to help students understand their mistakes are aimed to gain knowledge such as "Center of gravity and balance point" and the rectangles of the parallelograms are the center of gravity. It may be thought that this information is a direct rule, which may lead the student to memorize.

In the question about the axis of symmetry in quadrilaterals, it is seen that the teachers used in almost every professional experience group preferred “Symmetry axis definition” and “Symmetry definition” as the mathematical concept or prior knowledge. These concepts are the basic concepts required to solve the problem correctly by the student and are in a way to support the student's verbal learning more.

## 4. Discussion and Conclusion

When the content knowledge of the secondary school mathematics teachers about triangles and rectangles are evaluated in general, it is seen that the content knowledge about triangles subject of 6-10 years professionally experienced teachers is better than the other professional experience groups. When the content knowledge findings of the triangles are examined in detail, it was seen that most of the teachers correctly answered the questions about the angle-edge relationship in the triangle. It was observed that the teachers who answered the questions incorrectly knew the angle-edge relation as a rule, but could not use this information in the questions, and could not sort the edges by using the angle-edge relation in two triangles with a common edge. As a matter of fact, in some studies in the literature, the misconceptions about the triangle-to-angle relationship are similar to the findings of this study (Akuysal, 2007; İç & Demirkol, 2008). These studies have investigated students' misconceptions about angle and edge relation. Therefore, this situation experienced by students may be due to the misconceptions that teachers have. There are many studies in the literature showing that the lack of content knowledge of teachers is related to student’s misconceptions. (Berg & Brouwer, 1991; Even & Tirosh, 1995; Sanders, 1993; Tirosh, 2000).

When the content knowledge of the teachers about determined the center of perpendicularity in triangles was examined, it was found that most teachers gave incorrect information. Within the scope of this subject, a question was asked to teachers about the center of perpendicularity in different triangles. It was concluded that teachers made more mistakes in determining the center of perpendicularity of the obtuse angle triangle compared to the vertical angled triangle. From the drawings made by the teachers, it was observed that they could not draw the heights outside in the obtuse angle triangle; they could not show that the vertical edges were one height in the vertical angle triangle; they could only draw one or two heights correctly. For this reason, teachers' inability to detect the center of perpendicularity in different triangles and draw height may be due to the fact that their prior knowledge is limited to the prototype shapes. In the related literature, there are some studies showing that there are misconceptions about defining and drawing the height concept (Gökdal, 2004; Gürefe & Gültekin, 2016; Hızarcı et al., 2006; Kılıç, 2013; Yıldız, Olkun & Akbaba-Altun, 2014). In the following years, the area, volume calculations of secondary school students etc. learning the concept of height, which will be constantly encountered in geometry, will make future learning healthier. Therefore, teachers' perception of shapes with their prototypes can cause misconceptions in the style of over specialization among students. As a matter of fact, in a study carried out by Yıldız et al. (2014) in order to understand how secondary school 8th grade students perceive the concept of height in the triangle, to reveal conceptual developments and misconceptions, they determined 15 of 16 students had information deficiencies and some alternative conceptualizations about height concept. These conceptualizations are situations where only one height can be found in a triangle, the height drawing is wrong in triangle models that differ from the prototype model, the height in the triangle can only be in the inner region, and the height in the right triangle is independent of the edges. Similarly, in the other study conducted by Gürefe and Gültekin (2016), it was found that secondary school 8th grade students in differently drawn triangles draw only the one of the height and it is the line segment in the vertical.

When the content knowledge of the quadrilateral of the secondary school mathematics teachers participating in this study was examined in detail, it was seen that most of the teachers answered the question of the perimeter calculation of the quadrilateral correctly. In the study conducted by Ayyıldız (2010), it is stated that the subject of having which the least misconception in geometry of primary school second grade students is the perimeter calculation. This situation in the students may be an indicator of the sufficient level of the content knowledge of the teachers about perimeter. Therefore, based on these data, it can be said that the content knowledge about the direct perimeter calculation of teachers is sufficient. In this research, the teacher could not answer the question about calculating the perimeter of the rectangle. He showed as a reason to that the lengths of the edges were not given in the question. This is a remarkable finding that shows that the problem is based on predictive and thinking skills. Similarly, Ayyıldız (2010) observed that teachers who participated in his study could not answer perimeter questions that require extra different thinking skills. When we look at the basics of deficiencies and inaccuracies in the content knowledge of secondary school mathematics teachers about the classification of quadrilaterals, generally it is seen that the relationships between quadrilaterals are not established by teachers. Accordingly, it has been found that definitions of some special quadrilaterals are known wrong. This finding overlaps with other relevant studies (Akkurt, 2010; Aktaş & Güler, 2011; Akuysal, 2007; Birgin & Yavuz, 2014). In the study, teachers with lack of content knowledge know both the angle-edge relation as a rule and the prototype shapes of the quadrilaterals. However, it has been observed that they cannot apply the angle-edge relationship in various situations and cannot detect the relationships between the quadrilaterals. In the occurrence of this situation, the stereotypes in the prior knowledge about the geometric concepts (point, line, angle, etc.) which are the basis of the subject of triangles and the geometric shapes (triangle and triangle types, square, rhombus, deltoid, trapezoid, parallelogram) which are the basis of the subject of quadrilaterals can be effective. Indeed, there are different studies in the literature that support this result (Akuysal, 2007; Alkış-Küçükaydın & Gökbulut, 2013; Birgin & Özkan, 2014; Bozkurt & Koç, 2012; Ergün, 2010; Yılmaz, Turgut & Alyeşil-Kabakçı, 2008).

It was observed that secondary school mathematics teachers did not adequately study the information given in the question about the center of gravity, did not interpret it enough, and did not approach the problem from a critical perspective. It can be said that focusing only on the prototype of shapes leads to overgeneralization, which is a type of misconception. Indeed, in the findings of the study, some teachers: “In all rectangles, the cut-off point of the diagonal is the center of gravity.” the fact that they think their information is correct supports their over-generalization. Whereas, some teachers claim that the cut-off point of the diagonals is the center of gravity in all quadrilaterals and that the center of gravity is the cut-off point of the regular quadrilaterals is in a contradictory situation. On the other hand, , the explanations of the teachers who gave this answer were examined, it was seen that they expressed the rectangular and parallelogram as regular quadrilateral. That shows their deficiencies in this regard. As a matter of fact, in the literature, misconceptions similar to those experienced by secondary school students in recognizing and associating quadrilaterals with understanding the features of quadrilaterals were also found in teachers and prospective teachers (Birgin & Özkan, 2014; Bütüner & Filiz, 2016; Erşen & Karakuş, 2013; Türnüklü, 2014).

The symmetry axis question was determined to be answered correctly by the majority of teachers. When the studies on reflection and symmetry are examined, it was found that students and prospective teachers had difficulties in these issues and fell into misconceptions (Gülden, Ulusoy & Çakıroğlu, 2015; Yavuzsoy-Köse, 2012). It can be said that these misconceptions observed in students stem from teachers. However, contrary to the literature (Hacısalihoğlu-Karadeniz, Baran, Bozkuş, & Gündüz, 2015; Leikin, Berman, & Zaslavsky, 2000; Yavuzsoy-Köse & Özdaş, 2009), the question prepared to determine the knowledge of teachers about the axis of symmetry was answered correctly by the teachers. Therefore, they did not make mistake by giving the correct answer. This finding indicates that the teachers who gave the correct answers have sufficient content knowledge about the symmetry axis of the parallelogram, which will prevent the misconception of their students. One teacher who answered the question incorrectly; he thinks that the symmetry axes of the parallelogram are inclined. As a matter of fact, it has been found in the literature that pre-service teachers have a general difficulty in determining symmetry according to the symmetry line, when the symmetry axis is inclined (Grenier, 1988; Yavuzsoy-Köse, 2012).In the study, "the knowledge of students" of the secondary school mathematics teachers about the subject of triangles, determining the reasons of the student's mistake, questions that the student should be asked to understand his own mistake, mathematical knowledge or prior knowledge that the student will use to answer correctly are evaluated. For teachers in all professional experience groups, the reasons why students make mistakes in triangles and quadrilaterals are mostly because of lack of knowledge, formal thinking, overspecialization and carelessness. The fact that use of the expresses of "lack of knowledge" and "carelessness" by teachers shows that they evaluate the students mistakes superficially without going into much detail. Because the errors in the scenario situations used in this study are presented as misconceptions in the literature. Misconceptions are different from the simple mistakes students make in terms of structure. Simple mistakes; lack of information, carelessness, etc. because it is due to the reasons, while it can be corrected by the student with any feedback or reminder, since misconceptions are related to the wrong knowledge in the previous learning of the student, they also have negative effects on the learning of other concepts (Griffiths& Preston, 1992; Osborne & Wittrock, 1983; Palmer, 2001). This leads to the conclusion that teachers should not think of misconceptions as simple mistakes students make. .When the sources of errors and detailed explanations about them were examined, it was seen that teachers were able to identify the sources of errors and explain the causes of errors in general. In this regard, similar results have been obtained in some studies (Gökkurt & Soylu, 2016; Gökkurt, Şahin & Soylu, 2016; Gökkurt, Şahin, Soylu, & Soylu, 2013). However, when explaining the reasons for students' mistakes, teachers use expressions of superficial knowledge and carelessness due to their lack of knowledge about misconception and types. As a matter of fact, in the study conducted by Gökkurt-Özdemir, Yıldız and Koçak (2017) to examine student comprehension skills in the field of geometry teaching, it was observed that teachers were able to identify student errors and misunderstandings in most scenario situations. However, it was observed that the false explanations and misconceptions about these errors were evaluated superficially. Teachers state that students make mistakes because they think more formally on the question. The teachers stated that the students only visually perceive the question by concentrating on the shape and that such errors occur because they do not perform mathematical calculations on the shape. Considering that the secondary school students are in the transition process from the concrete operational stage to the formal operational stage period, there are studies showing that secondary school students have difficulties in using this type of visual and operational skills in the fields of geometry learning (Ay & Başbay, 2017; Sarpkaya & Ünlü, 2014). For this reason, stating that students think formally and often encounter situations similar to the error in the scenario situation, evaluating students based on their cognitive development period is extremely important for teachers' knowledge of students. When teachers explain the reason for the error made in the related questions about quadrilaterals, explaining overspecialization situations without using the term of overspecialization shows that teachers lack academic knowledge about the types of misconceptions.

Knowledge of students as the second component of the pedagogical content knowledge requires the teacher to understand the mistake made by the student, and this knowledge is directly related to the inquiry ability of the teacher, the quality and effectiveness of the question asked. The expressions of most of the teachers in each professional experience group about the questions that teachers can ask to understand the students' mistake about triangles are low level questions. Because these questions are aimed at emphasizing information or rule rather than being a reminder of necessary prior knowledge. Indeed, research has shown that low-level knowledge-based questions are the most frequently used question type, and teachers rarely prefer to ask high-level questions (Şahin, 2007; Way, 2008). However, some studies in the literature also show that the ability to ask questions can be improved over time. In the study carried out by Kılıç (2014), the teachers were informed about the ability of prospective teachers to ask questions in their activities and how they should approach to the current misconceptions in the students. It was determined that the feedback given by the researcher caused a positive change in the inquiry skills of prospective teachers. When the questions of the teachers regarding the quadrilaterals related to the students' understanding of the mistake are examined, it is seen that the teachers in different professional experience groups prefer different questions from each other. However, when it is evaluated based on the general structure of the questions, it is seen that they are encouraging questions to revive in mind geometric shapes and to suggest relationships between them. As a matter of fact, in a study by Baki (2018), the purpose of geometry was specified as recognizing the properties of geometric objects in the plane and space, finding the relationships between them, defining the geometric place, explaining and expressing the transformations, and proving geometric propositions. In this regard, asking open-ended questions that lead to relational thinking and revitalization in mind can contribute to the development of students' high-level geometric thinking skills.

When the prior knowledge and mathematical concepts that secondary school mathematics teachers will use about triangles and quadrilaterals in the study, it is seen that the answers of teachers in almost every professional experience group are mostly aimed at repeating the concepts directly in the focus of the error using the method of explanation. These findings of the study are similar to the results of the study conducted by Gökkurt and Soylu (2016). In the answers of some teachers, it is seen that the prior knowledge and mathematical concepts that will be used to correct student errors on triangles are basic concepts related to the subject. The teachers stated that they checked whether the students knew these concepts and, if they did not, they would teach through repetition and explanation. Therefore, this can encourage students to memorize knowledge and rules. In the teaching processes that use the question and answer technique as a classic, the mission imposed on the students is to memorize the stereotyped answers of the questions to be addressed to them and to tell them without changing the memorized answers (Aydın, 2001). It is important to see the relationships between concepts and shapes in order to provide meaningful learning in geometry lesson. For this reason, instead of giving the concept of the focus of the error as information, students should be directed to find and think-guiding questions that will mobilize basic prior knowledge. As a matter of fact, in this study, when the question-answer technique, which is the most preferred by teachers, is used in the way mentioned, there are studies showing that students get more active results in teaching (Kılıç, 2014; Midilli, 2003; Tanisli, 2013). Knowledge of students of teachers, which is one of the components of pedagogical content knowledge, includes knowing the students' prior knowledge, learning difficulties, their mistakes, what could be the reasons behind these errors, and knowing the mathematical information they should have in order to eliminate errors (Baki, 2018; Shulman, 1987). In order to make an effective education, it is necessary to understand what the students know and do not know about the subject, to detect their mistakes, and to solve the learning difficulties that occur in various situations. In the realization of the mentioned situations, the level of content knowledge of the teachers should be at a good level. Therefore, it can be said that the skill knowledge of comprehension the student is in a close relationship with the content knowledge. In this context, it can be said in the study that teachers' student comprehension skills knowledge about triangles and rectangles are better than content knowledge. This finding is compatible with the results of some studies in the literature (Gökkurt et al., 2015; Gökkurt, Koçak, & Soylu, 2014; Gökkurt & Soylu, 2016; Tanışlı & Ata-Baran, 2014).

**5. Suggestions**

Deficiencies and misconceptions were determined in the content knowledge of the secondary school mathematics teachers about triangles and quadrilaterals. It was observed that students' misconceptions about triangles and rectangles in the literature were similar with these misconceptions. From this point of view, the quality of students' learning in geometry can be thought to be related to the content knowledge of the teachers. Therefore, it is thought that secondary school mathematics teachers should be able to cooperate with other mathematics teachers , attend in-service training seminars and workshops, both for the lack of knowledge about triangles and quadrilaterals, for misconceptions, difficulties they experience in other learning areas of mathematics.

Student comprehension skill knowledge of teachers; It has an important place in reaching the student, understanding the mistakes made by the student, correcting these errors and preventing misconceptions that may occur in the students. Therefore, teachers should create lesson plans by predicting the learning difficulties that students may experience during the lesson and determining the strategies, methods and techniques they can use in the lessons. Lesson plan is of great importance for teachers to design their lessons effectively and efficiently. At this point, teachers can be suggested to develop their knowledge of student comprehension skills and teaching strategies, as well as the technique of lesson study to be done with mathematics teachers in providing the students with an effective teaching of triangles and quadrilaterals. Lesson plans are made with the branch teachers before the lesson within the scope of lesson study technique. Then, teaching is done within the framework of this plan, and during the training, branch teachers observe the course and students. After the lesson, all branch teachers come together and develop the shortcomings of the lesson plan, student error situations encountered in the lesson and suggestions for solutions to these situations. For this reason, it is thought that lesson study can be useful in eliminating deficiencies in all dimensions of teachers' pedagogical content knowledge (content knowledge, teaching strategy knowledge and knowledge of student comprehension skills).

Only one teacher who preferred computer-aided teaching, which is one of the important methods for teaching geometry was found. When looking at the curriculum, it is emphasized that dynamic geometry software should be used to teach concepts in geometry (MoNE, 2013). Therefore, teachers' failure to prefer computer-aided education may indicate that they do not have the necessary knowledge about dynamic software. For this reason, by giving in-service seminars to teachers, teachers can be informed about the computer-assisted teaching method and the dynamic geometry software included in this method and gain the ability to use these software effectively on triangles and quadrilaterals.

Many teachers were found to have insufficient pedagogical content knowledge about the misconceptions, the types of misconceptions, and what misconceptions frequently encountered in geometry. Therefore, it is believed that the preparation of informative guidebooks about this subject and including the misconceptions that are frequently encountered in the book on the subject, and helpful suggestions for the elimination of these misconceptions will enable the teaching of mathematics more effectively.

In future studies similar to this research, the classroom situation of the teachers can be observed by the researcher, and can contribute to the literature. According to the researches in the related literature, studies investigating the development of pedagogical content knowledge of mathematics teachers regarding geometry have not been found. For this reason, researchers may be advised to do longitudinal studies that allow mathematics teachers to track the development of pedagogical content knowledge regarding geometry.

## Kaynaklar / References

Akkurt, Z. (2010). *Kavram haritaları yardımıyla ilköğretim öğretmen adaylarının geometrik kavramları ilişkilendirmeleri üzerine bir inceleme*. Unpublished Master Dissertation, Hacettepe Üniversitesi, Institute of Social Sciences, Ankara.

Aktaş, M. & Güler, H. K. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenler kavramına ilişkin oluşturdukları kavram haritalarının değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*(2), 605-618.

Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları.* Unpublished Doctoral Dissertation, Selçuk Üniversitesi, Institute of Sciences, Konya.

Alkış-Küçükaydın, M. & Gökbulut, Y. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımlanması ve açılımına ilişkin kavram yanılgıları. *Cumhuriyet International Journal of Education, 2*(1), 102-117.

Ay, Y. & Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi*, *18*(1), 83-104.

Aydın, M. Z. (2001). Aktif öğretim yöntemlerinden buldurma (sokrates) yöntemi. *Cumhuriyet Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, *5*(1), 55-80.

Ayyıldız, N. (2010). *6. sınıf matematik dersi geometriye merhaba ünitesine ilişkin kavram yanılgılarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi.* Unpublished Master Dissertation, Yıldız Teknik Üniversitesi, Institute of Social Sciences, İstanbul.

Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi.* Ankara: PegemA.

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, *38*(167), 300-311.

Berg, T., & Brouwer, W. (1991).Teacher awareness of student alternate conceptions about rotational motion and gravity. *Journal of Research in Science Teaching*, *28*(1), 3-18.

Birgin, O. & Özkan, K. (2014, September). *Farklı öğretim kademesindeki öğrencilerin "düzgün çokgen" kavramı konusundaki algılarının incelenmesi*. 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Çukurova Üniversitesi, Adana.

Birgin, O. & Yavuz, E. (2014, September). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik cisimleri tanımlama ve açılımlarını çizme konusundaki bilgi düzeylerinin incelenmesi.* 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Çukurova Üniversitesi, Adana.

Bolyard, J. J., & Moyer-Packenham, P. S. (2008).A review of the literature on mathematics and science teacher quality. *Peabody Journal of Education*, *83*(4), 509-535.

Bozkurt, A. & Koç, Y. (2012). İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma kavramına dair bilgilerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *12*(4), 2941-2952.

Bütüner, S. Ö. & Filiz, M. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenleri sınıflandırma becerilerinin incelenmesi. *Alan Eğitimi Araştırmaları Dergisi*, *2*(2), 43-56.

Doğan, A., Özkan, K., Çakır, N. K., Baysal, D. & Gün, P. (2012). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin yamuk kavramına ait yanılgıları ve bu yanılgıların sınıf seviyelerine göre değişimi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *9*, 104-116.

Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri.* Unpublished Doctoral Dissertation, Dokuz Eylül Üniversitesi, Institute of Educational Sciences, İzmir.

Erşen, Z. & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *4*(2), 124-146.

Even, R. & Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational Studies in Mathematics*, *29*(1), 1-20.

Fawns, R. & Nance, D. (1993). Teacher knowledge, education studies and advanced skills credentials. *Australian Journal of Education*, *37*(3), 248-258.

Fidan, Y. & Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(27), 185-197.

Gökdal, N. (2004). *İlköğretim 8. sınıf ve ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin alan ve hacim konularındaki kavram yanılgıları.* Unpublished Master Dissertation, Gazi Üniversitesi, Institute of Educational Sciences, Ankara.

Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi.* Unpublished Doctoral Dissertation, Atatürk Üniversitesi, Institute of Educational Sciences, Erzurum.

Gökkurt, B. & Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin bazı bileşenler açısından incelenmesi: Koni örneği. *İlköğretim Online*, *15*(3), 946-973.

Gökkurt, B., Koçak, M. & Soylu, Y. (2014, September). *Öğretmen adaylarının kesirler konusuna yönelik konu alan bilgileri ve öğretim stratejileri bilgilerinin incelenmesi*. Paper presented at 11th National Science and Mathematics Congress, Çukurova University, Adana.

Gökkurt, B., Şahin, Ö. & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, *5*(8), 997-1012.

Gökkurt, B., Şahin, Ö. & Soylu, Y. (2016). Öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *39*, 17-31.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. & Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, *14*(1), 55-71.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. & Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, *5*(3), 719-735.

Gökkurt-Özdemir, B., Yıldız, C., & Koçak, M. (2017, July). Examination of primary schoolteachers' knowledge of students' in thefield of learninggeometry. *15th International Geometry Symposium*, Amasya.

Grenier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième* (Unpublished doctoral dissertation). Université Joseph-Fourier-Grenoble, France.

Griffiths, A. K. & Preston, K. R. (1992). Grade-12 students' misconceptions relating to fundamental characteristics of atoms and molecules. *Journal of Research in ScienceTeaching*, *29*(6), 611-628.

Gülden, B., Ulusoy, F. & Çakıroğlu, E. (2015, Mayıs). *7. sınıf öğrencilerinin simetri kavramı hakkındaki bilgileri*. 2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.

Gürefe, N. & Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(2), 429-450.

Hacısalihoğlu-Karadeniz, M., Baran, T., Bozkuş, F. & Gündüz, N. (2015). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *6*(1), 117-138.

Hızarcı, S., Ada, Ş. & Elmas, S. (2006). Geometride temel kavramların öğretilmesi ve öğrenilmesindeki hatalar. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *13*, 337-342.

İç, Ü. & Demirkol, T. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin üçgenler konusundaki temel hataları ve kavram yanılgıları. *e- Journal of New World Sciences Academy*, *3*(3), 445-454.

Kaplan, A. & Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *11*, 472-478.

Karpuz, Y., Koparan, T., & Güven, B. (2014). Geometride öğrencilerin şekil ve kavram bilgisi kullanımı. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *5*(2), 108-118.

Kılıç, H. (2013). Lise öğrencilerinin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *7*(1), 222-241.

Kılıç, H. (2014, Eylül). *Öğretmen adaylarının sorgulama becerileri*. 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Çukurova Üniversitesi, Adana.

Leikin, R., Berman, A., & Zaslavsky, O. (2000). Applications of symmetry to problem solving.*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(6), 799-809.

Midilli, A. (2003). *Ortaöğretim coğrafya programında yer alan Türkiye'nin bitki örtüsü konusunun öğretiminde uygulanan anlatma yöntemi ile soru-cevap yönteminin karşılaştırılması.* Unpublished Master Dissertation, Gazi Üniversitesi, Institute of Educational Sciences, Ankara.

Ministry of National Education [MoNE]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı.* Retrived 29 June 2018 from https://www.dersimiz.com/dosya-9130-Guncellenen-ortaokul-matematik-ogretim-programi-5-8-01022013-indirin.html

Osborne, R. J. & Wittrock, M. C. (1983). Learning science: A generativeprocess. *ScienceEducation*, *67*(4), 489-508.

Öner, D. (2010). Öğretmenin bilgisi özel bir bilgi midir? Öğretmek için gereken bilgiye kuramsal bir bakış. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *27*(2), 23-32.

Palmer, D. (2001). Students' alternative conceptions and scientifically acceptable conceptions about gravity. *International Journal of Science Education*, *23*(7), 691-706.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (M. Bütün ve S. B. Demir, Çev.). Ankara: PegemA Akademi.

Sanders, M. (1993). Erroneous ideas about respiration: The teacher factor. *Journal of Research in Science Teaching*, *30*(8), 919-934.

Sarpkaya, G. & Ünlü, M. (2014, September). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin simetri konusundaki bilgilerinin incelenmesi*. Paper presented at 11th Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Çukurova University, Adana.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-23.
Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*, 4-14.
Şahin, A. (2007). *The effects of types, quantity and quality of questioning in improving students' understanding* (Unpublished doctoral dissertation). Texas A&M University, Texas.
Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim, 38*(169), 80-95.
Tanışlı, D. & Ata-Baran, A. (2014, September). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının tam sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Çukurova Üniversitesi, Adana.
Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(1), 5-25.
Türnüklü, E. (2014). Dörtgenlerde aile ilişkilerinin yapılandırılması: İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ders planlarının analizi. *Eğitim ve Bilim*, *39*(173), 197-207.
Way, J. (2008). Using questioning to stimulate mathematical thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *13*(3), 22-27.
Yavuzsoy-Köse, N. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *42*, 274-286.
Yavuzsoy-Köse, N. & Özdaş, A. (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını Cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar? *İlköğretim Online*, *8*(1), 159-175.
Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınları.
Yıldız, E.,Olkun, S., & Akbaba- Altun, S. (2014, September). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik konusunda gelişmekte olan kavramsallaştırmaları.* 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Çukurova Üniversitesi, Adana.
Yılmaz, S., Turgut, M. & Alyeşil-Kabakçı, D. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesi: Erdek ve Buca örneği. *Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi*, *8*(1). Retrived 29 June 2018 from http://www.universite-toplum.org/text.php3?id=354.

.