Matematik Öğretmeni Adaylarının Dörtgenler Hakkındaki Anlamalarının Kavram Haritası Aracılığıyla İncelenmesi *

Tuğba Horzum[1]

Makale Geçmişi

Makale geliş tarihi: 9 Ağustos 2017
Yayına kabul tarihi: 20 Ekim 2017
Çevrimiçi yayın tarihi: 21 Aralık 2017

Öz: Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ile ilgili anlamalarını kavram haritası aracılığıyla belirlemektir. Nitel bir doğaya sahip olan bu çalışma 26 ortaokul matematik öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak yönlendirmesi düşük olan "sıfırdan harita yap" türü kavram haritası tekniği ile elde edilen belgeler kullanılmıştır. Bu teknik ile her bir öğretmen adayından dörtgenler ile ilgili kendi kavram haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Kavram haritalarında öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin çizimleri ve işaret ettikleri tanımları doğru ve hatalı olmaları bazında betimsel olarak analiz edilmiştir. Bulgular katılımcıların çoğunluğunun kavram haritalarını oluşturmak için geometrik çizimleri kullandıklarını ve genellikle parçalı sınıflama yaptıklarını göstermiştir. Katılımcılar en çok kare, paralelkenar ve dikdörtgen, en az da eşkenar dörtgen ve yamuk çizimlerini ele almışlardır. Hatalı çizim yapan katılımcıların yazılı açıklamalarına bakıldığında ise, dörtgenlere ilişkin gerekli özellikleri bildikleri ancak çizimlerde bu özellikleri göz ardı ettikleri görülmüştür. Son olarak, katılımcıların yamuğu çoğunlukla "yalnız bir çift kenarı paralel olan dörtgen" olarak tanımladıkları belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kavram haritası, dörtgenler, öğretmen adayları, kavramsal anlama

DOI: 10.16949/turkbilmat.333678

Abstract: The aim of this study is to determine conceptions of preservice mathematics teachers' (PMTs') on quadrilaterals through concept map method. This qualitative study is conducted with 26 PMTs. As a data collection tool, documents are obtained through concept map technique which has low guidance, such as "design a map". With this technique PMTs were asked to draw a concept map on quadrilaterals and each student made his/her own map. The PMTs' drawings and highlighted concept definitions related to quadrilaterals in concept maps were analyzed descriptively whether they are correct or not. The findings showed that most of the PMTs used geometric figures in forming their own maps and they made generally partition classifications. Also the participants drew squares, parallelograms and rectangles most, and rhombuses and trapezoids least. Besides, the explanations of the wrong drawings showed that PMTs had the necessary knowledge of quadrilaterals, but they ignored this knowledge in their drawings. Finally, it was determined that the participants defined trapezoid as a 'quadrilateral with only two parallel sides'.

Keywords: Concept map, quadrilaterals, preservice teachers, conceptual understanding

See Extended Abstract

1. Giriş

Matematik öğretiminin en önemli amaçlarından biri, matematiksel kavramları anlayabilecek ve bu kavramları günlük hayatta kullanabilecek bireyleri yetiştirmektir. Matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ve nesneler arasındaki ilişkileri ile nesnelerin birbirleriyle ilişkilerini anlamlandırabilmek için etkili öğretim yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yöntemlerden birisi de kavram öğretiminde kullanılan kavram haritalarıdır (Tuluk, 2015). Kavram haritaları 1970'li yıllarda Joseph Novak ve öğrencileri

---

* Bu çalışma "ICEMST 2016: International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology" konferansında sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

[1] Dr. Öğr. Üyesi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, Türkiye, thorzum@gmail.com

tarafından ortaya atılan, bilginin zihinde somutlaştırılarak ve görselleştirilerek organize edilmesini sağlayan, kavramlara anlam veren, ayrıca kavramlar arasındaki ilişkileri gösteren iki boyutlu şemalardır (Kaptan, 1998; Novak, 1996). Ausubel'in öne sürdüğü anlamlı öğrenme teorisini temel alan kavram haritaları, genelden özele doğru kavramları hiyerarşik bir şekilde organize ederek öğrenenlerin bilişsel yapılarını düzenlemelerine imkân tanımaktadır (Afamasaga-Fuata'i, 2009). Bu yönüyle kavramların öğretiminde öğrenenlere ve öğretim yapanlara avantaj sağlayan kavram haritaları birden fazla amaç için kullanılmaktadır. Örneğin; kavram haritaları, öğrencilerin kavram yanılgılarını ortaya çıkarmada; öğrenmede ve öğretimde (Cameron, 2006; Edmondson, 1995; McCagg & Dansereau, 1991); kavramsal anlamanın ve matematiksel alan bilgisinin değerlendirilmesinde (Baki ve Şahin, 2004; Chinnappan, Lawson & Nason, 1999; Williams, 1998) bir araç olarak kullanılmıştır. Bu amaçlarla bireylerin zorluklar yaşadığı pek çok kavramı içeriğinde bulunduran geometride de kavram haritalarının kullanılması faydalı olabilir. Çünkü geometri kavramları, şekillere ait imajlar, tanımlar ve sahip oldukları özellikler bakımından diğer matematiksel kavramlardan farklıdır (Fischbein, 1993). Geometri kavramlarının bu özelliklerden şekle ait imajların çok daha fazla ön plana çıkması (Türnüklü, Alaylı & Akkaş, 2013) sonucu, bireylerin geometri kavramlarını anlamakta zorluklar yaşadıkları dolayısıyla istenilen kavramsallaştırmanın sağlanamadığı (Aktaş ve Aktaş, 2012a, 2012b; Türnüklü ve ark., 2013) bilinmektedir.

Kavramlar söz konusu olduğunda alanyazında birçok model ile karşılaşmak mümkündür. Bu modellerden en bilineni "kavram imajı" ve "kavram tanımı" modelidir. Bu model Vinner ve Hershkowitz'in (1980) bazı temel geometrik kavramların öğrenilmesi ile ilgili yaptığı çalışmada tanıtılmış ve daha sonra Tall ve Vinner'ın (1981) limit ve süreklilik için karmaşık matematiksel fikirlerin tartışıldığı çalışmasında geliştirilmiştir. Tall ve Vinner kavram tanımını, kavramı belirten kelimelerin formu şeklinde, kavram imajını ise zihinde o kavram ile ilişkili olarak uyanan tüm bilişsel yapı olarak tanımlamıştır. Vinner ve Dreyfus (1989) kavram imajlarının kavram tanımı ve örnekleri ile oluşan öğrenci deneyimlerinin bir sonucu olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla kavram imajları, bilişsel yapı geliştikçe gelişebileceği gibi, kavram yanılgılarını da içerebilir, hatta Rösken ve Rolka'ya (2007) göre bireyin kavrama yönelik farkında olmadığı çelişkili görüşleri de içerebilir. Bununla birlikte kavram tanımını biliyor olmak o kavramı anlamayı garantilememektedir (Vinner, 1991). Bu nedenle bireylerin geometrik bir kavrama yönelik anlamalarında kavram imajlarının ve tanımlarının rolü küçümsenemez. Nitekim geometrik şekiller, kavram ve imajın birbirleriyle ilişkili olduğu çift yönlü bir karakteristiğe sahiptir (Fujita & Jones, 2006a). Bir başka ifadeyle her geometrik kavramın barındırdığı görsel bir imaj olmakla birlikte geometrik şekil yalnızca bir görsel imaj değil aynı zamanda kavramın kendisidir (Fischbein, 1993). Bu durumu Fischbein Şekilsel Kavram Kuramı (Figural Concept Theory) ile açıklamıştır. Bu kurama göre geometrik şekil, kavram ve imaj beraber düşünülmeden anlaşılamaz. Ayrıca geometrik muhakeme sürecinin yapısı, kavram ve şekil arasındaki ilişkinin niteliği ile anlaşılmaktadır. Buna göre kavram tanımı göz önüne alınarak şeklin oluşturulduğu durumlar, üst düzey muhakeme süreci olarak görülmüştür.

Geometrik şekiller temel alınarak kavramın yorumlandığı süreçlerde çözüm adımlarının mantıksal tutarlılığını ve sonucun genellenebilirliğini sağlayan geometrinin tümdengelimli yapısı eksik kalmaktadır. Bu eksiklik problem durumlarında sezgilerin baskın olarak ön plana çıkmasını sağlayarak muhakeme sürecinde hataların görülmesine neden olmaktadır. Örneğin; eşkenar dörtgen ve kareye bakan bir birey şekilleri temel alarak muhakeme yapıyorsa muhtemelen bu iki şekil arasındaki ilişkiyi göremeyecektir. Ancak geometrik şekillerin kavramsal yönünü dikkate alan bir birey “Bir açısının ölçüsü 90° olan eşkenar dörtgen karedir” ilişkisini görebilecektir. Öte yandan muhakeme süreci eğer sadece kavramın kontrolünde gerçekleşiyorsa o zaman da bir problemin çözümü ya da bir önermenin ispatı için ihtiyaç duyulan sezgi ve keşif boyutları eksik kalacaktır (Fischbein, 1993; Fischbein & Nachlieli, 1998). Ancak şu bir gerçektir ki -özellikle dörtgenler konusunda- kavramlar arasındaki ilişkiler kavram tanımlarının nasıl yapıldığına bağlıdır. Nitekim Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore (2008) özel dörtgenlerin birbirleri ile ilişkisi göz ardı edilerek tek başlarına tanımlandıklarında (hariç tutan tanımlar) parçalı olarak; aralarındaki kapsama ilişkileri düşünülerek tanımlandıklarında (kapsayıcı tanımlar) ise hiyerarşik olarak sınıflandırıldıklarını ifade etmektedir. Buna göre eğer bir tanım diğer tanımı da içermiyorsa bu tanıma hariç tutan tanım, diğerinin anlamını da içeriyorsa bu tanıma kapsayıcı tanım denilmektedir.

De Villiers (1994) her iki tanımın da kabul gördüğünü ve matematiğin farklı alanlarında ayırt edilmeksizin kullanıldığını belirtmektedir. Yani bu tanımlardan hangisinin kullanılacağı kişisel ve eğitsel tercihlere göre değişebilmektedir. Örneğin; geometri kavramları arasındaki ilişkileri anlayabilecek yeterli bilişsel olgunluğa sahip olmayan öğrenciler söz konusu olduğunda, hariç tutan tanımların verilmesi daha uygun bir seçenek olabilmektedir. Ancak alanyazında hariç tutan tanımların dezavantajlarının olduğu da belirtilmektedir. Buna göre hariç tutan tanımlar zihinde tek tip (prototip) kavram şekillerinin oluşmasına ve bu nedenle kavramlar arasındaki ilişkilerin anlaşılamamasına yol açabilmektedir (Kondratieva & Radu, 2009; Schwarz & Hershkowitz, 1999). Örneğin; karenin bütün açı ölçülerinin eşit ve 90° olması, zihinde oluşturulan eşkenar dörtgen veya paralelkenar şekline uymadığı için karenin öğrenciler tarafından bir eşkenar dörtgen veya bir paralelkenar olarak kabul edilmemesine sebep olabilir. Bu nedenle bireylerin dörtgenlere ilişkin anlamalarını tespit edebilmek için, hangi tanımları veya özellikleri benimsediklerini bilmenin önemli olduğu düşünülmektedir.

Alanyazında dörtgenlere ilişkin farklı gruplarla hem yurt dışında hem de ülkemizde birçok araştırma yapılmıştır. Bu araştırmalar ilköğretim ve lise düzeyindeki öğrenciler, sınıf öğretmeni adayları (Duatepe-Paksu, İymen & Pakmak, 2012; Erşen ve Karakuş, 2013; Fujita & Jones, 2006a, 2006b, 2007; Fujita, 2012), matematik öğretmeni adayları (Bütüner ve Filiz, 2016; Pickreign, 2007; Türnüklü ve ark., 2013; Türnüklü 2014; Zaskis & Leikin, 2008) ve öğretmenler (Akkaş & Türnüklü, 2015; Bütüner & Filiz, 2017) ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmalar hiyerarşik sınıflandırmayı (Aktaş ve Aktaş, 2012a; Akuysal, 2007; Bütüner ve Filiz, 2016; De Villiers, 1994; Erez & Yerushalmy, 2006; Erşen ve Karakuş, 2013; Fujita, 2008, 2012; Fujita & Jones, 2007; Monaghan, 2000;

Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü, 2014), yamuğu (Doğan, Özkan, Çakır, Baysal ve Gün, 2012; Loc & Viet, 2017; Popovic, 2012), paralelkenarı (Aktaş ve Aktaş, 2012b; Duatepe-Paksu ve ark., 2012; Fujita & Jones, 2006b; Toumasis, 1995; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017), dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgeni (Duatepe-Paksu, 2017; Erez & Yerushalmy, 2006; Pickreign, 2007; Zaskis & Leikin, 2008), dörtgenlere ilişkin kavram imajlarını (Erşen ve Karakuş, 2013; Fujita & Jones, 2006a; Türnüklü ve ark., 2013), kavram oluşumunu (Hasegawa, 1997), pedagojik alan bilgisini (Akkaş & Türnüklü, 2015) ve dörtgenleri tanımayı (Monaghan, 2000) ele almışlardır. Genel olarak bu araştırmaların sonuçları; bireylerin sıklıkla şekillere ait doğru tanımlamayı yapmada, doğru çizimler yapmada, hiyerarşik sınıflamada, köşegen özelliklerini ifade etmede sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir. Örneğin; çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenlerini araştıran Ay ve Başbay'ın (2017) yedinci sınıf 424 öğrenci ile gerçekleştirdikleri çalışmada, öğrencilerin kare ve eşkenar dörtgen arasında ilişki kurumadıklarını belirtilmiştir. Ayrıca bu çalışmada öğrenciler, dikdörtgende köşegenlerin açıortay olduğunu, eşkenar dörtgende köşegen uzunluklarının eşit olduğunu ve eşkenar dörtgenin alanının kenar uzunlukları çarpımı olduğunu savunmuşlardır (Ay ve Başbay, 2017). Benzer şekilde çalışmalar, öğretmen adaylarının [ÖA'nın] ve öğretmenlerin dörtgenler ve aralarındaki ilişkilerle ilgili alan bilgilerinin zayıf olduğunu ortaya koymaktadır (Akkaş & Türnüklü, 2015; Bütüner ve Filiz, 2016; Duatepe-Paksu ve ark, 2012; Erşen ve Karakuş, 2013; Fujita & Jones, 2007; Pickreign, 2007; Türnüklü 2014; Türnüklü ve ark., 2013). Örneğin Duatepe-Paksu ve arkadaşları (2012) 45 sınıf öğretmeni adayıyla yaptığı çalışmada, ÖA'nın paralelkenar ile yamuk arasındaki hiyerarşik ilişkiyi beklenilen düzeyde kuramadıklarını belirtmişlerdir.

Erşen ve Karakuş (2013) sınıf öğretmeni adaylarının şekillerde kavramlara ilişkin notasyonları gösterme ihtiyacı duymadıklarını, parçalı sınıflandırma yaptıklarını ve özellikle yamuk için yanlış kavram imajlarına sahip olduklarını tespit etmişlerdir. Fujita ve Jones (2006a), ÖA'nın çok azının dörtgenlere ilişkin doğru tanımları verebilmelerine rağmen, büyük bir çoğunluğunun yamuk hariç dörtgenlerin şekillerini doğru olarak çizdiklerini belirtmiştir. Fujita (2012) ise doğru tanımlama yapan ÖA'nın dörtgenlerin prototip şekillerini tercih ettiklerini ve dörtgenlerde hiyerarşik sınıflamada zorluklar yaşadıklarını ifade etmiştir. Bütüner ve Filiz (2016) çalışmalarındaki matematik öğretmeni adaylarının çoğunun dörtgenlerin özel hallerini tespit edemediklerini belirlemişlerdir. Pickreign (2007) 40 öğretmen adayıyla yürüttüğü çalışmasında paralelkenarlar arasındaki ilişkileri ve paralelkenarların özelliklerini ne düzeyde algıladıklarını araştırmıştır. Bu ÖA'ndan sadece 9'u dikdörtgen bazında kareyi tanımlarken, bir dik açıya sahip olmayan paralelkenarları tanıma dâhil etmemiştir. 40 öğrenciden sadece bir tanesi eşkenar dörtgeni tanımlarken karenin özelliklerini dâhil edip birbirine komsu olup kenar uzunlukları eşit olmayan paralel kenarları tanıma dâhil etmemiştir. Ayrıca 40 öğrencinin sadece 9'u dikdörtgen için ve yalnızca biri eşkenar dörtgen için yeterli tanımı yapabilmiştir.

Türnüklü ve arkadaşları (2013) tarafından yapılan çalışmada matematik ÖA'nın hiyerarşik sınıflama yapamadıklarını ve genelde parçalı sınıflama yaptıklarını, özellikle eşkenar dörtgen ve yamuk şekilleri için hatalı çizimler yaptıklarını belirlemişlerdir. Öte yandan matematik öğretmenlerinin dörtgenlere ilişkin pedagojik alan bilgilerini ele aldığı çalışmalarında Akkaş ve Türnüklü (2015), öğretmenlerin yamuğu yorumlamada ve diğer dörtgenlere yönelik şekilleri çizmede, sınıflama yapmada zorluklar yaşadıklarını belirtmişlerdir. Ulusoy ve Çakıroğlu (2017) yaşanan bu zorlukların çoğunun, özel dörtgenlerin kritik özellikleri sorgulanmadan görsel özelliklere odaklanılmasından dolayı gerçekleştiğini ileri sürmüştür. Ancak Tall ve Vinner'ın (1981) kavram imajı ve kavram tanımı modeline göre bireylerin kavramsal anlamalarında kavram tanımlarının önemi küçümsenemez. Çünkü matematiksel düşüncenin temellerinin atılmasında ve geliştirilmesinde matematiksel kavramların önemli bir rolü bulunmaktadır (Toumasis, 1995). Ayrıca kavram öğretiminde etkili bir araç olan kavram haritalarının, kavramları hiyerarşik bir şekilde organize ederek öğrenenlerin bilişsel yapılarını düzenlemelerine ve kavramlar arasındaki ilişkileri göstermeye imkân tanıyan özelliğinin, dörtgenlere ilişkin kavramsal anlamaları ortaya çıkaracağı (Chinnappan ve ark., 1999; Williams, 1998) bilinmektedir. Geometrik şekillerin de kavramı temsil ettiği (Fiscbein, 1993) düşünülürse, matematik ÖA'nın dörtgenlere ilişkin çizimlerini ve açıklamalarını hangi kavram tanımlarını temel alarak yapılandırdıklarını kavram haritaları aracığıyla araştırmanın önemli olduğu ve alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Nitekim geleceğin matematik öğretmeni olan matematik ÖA'nın, öğrencilerinde kavram yanılgılarının olmaması için, öncelikle kendilerinin o kavramı anlamaları ve kavramlar arası ilişkileri görebilmeleri gerekmektedir. Ayrıca bazı çalışmalar öğrencilerin ihtiyaçları olan ve kendilerinden beklenen matematiği öğrenemediklerini ortaya çıkarmıştır (Clements & Battistta, 1992). Bu durumun temelinde ise bireylerin matematiksel kavramları örneklendirmede ve doğru imajları oluşturmada yaşadıkları zorlukları giderecek olan matematik öğretmenleri bulunmaktadır.

İyi bir matematik öğretmeni olabilmek için, konu alanı bilgisinin niceliğinin ve niteliğinin yanı sıra bu bilginin organize edilebilmesi ve kullanılabilmesi hayati önem taşımaktadır (Grossman, 1990; Shulman, 1986). Çünkü öğretmenlerin ne bildikleri ve sınıfta yaptıkları etkinlikler öğrencilerin öğrendiklerini etkilemektedir (Ball, 1988; Post, Harel, Behr & Lesh, 1991). Bu bilgiler ışığında mevcut çalışmada ortaokul matematik ÖA'nın kavram haritası aracılığıyla dörtgenlere ilişkin anlamalarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. ÖA'nın kareye ilişkin anlamaları nasıldır?
2. ÖA'nın dikdörtgene ilişkin anlamaları nasıldır?
3. ÖA'nın paralelkenara ilişkin anlamaları nasıldır?
4. ÖA'nın eşkenar dörtgene ilişkin anlamaları nasıldır?
5. ÖA'nın yamuğa ilişkin anlamaları nasıldır?
6. ÖA'nın deltoide ilişkin anlamaları nasıldır?

2. Yöntem

2.1. Araştırmanın Modeli

Kavram haritası kullanılarak ortaokul matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler hakkındaki anlamalarının incelenmesi amacıyla yapılan bu nitel araştırmada, durum çalışması modeli kullanılmıştır. Durum çalışması “nasıl” ve “niçin” sorularını temel alan, araştırmacının kontrol edemediği bir programı, olayı, etkinliği, süreci, olguyu, bir ya da birden fazla bireyi derinliğine incelemeye olanak veren bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

2.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Nitekim bu araştırma 2014-2015 eğitim-öğretim yılında İç Anadolu Bölgesindeki bir büyükşehir üniversitesinde matematik öğretmenliğinde öğrenim gören 26 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların gönüllü olmalarına, araştırmacının da ders sorumlusu olduğu Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarımı, Özel Öğretim Yöntemleri I derslerini almış olmalarına ve Özel Öğretim Yöntemleri II dersini alıyor olmalarına özellikle dikkat edilmiştir. Bu derslerin kriter olarak belirlenmesinin sebebi, derslerin içeriğinde ortaokul matematik öğretmeni adaylarına kavram haritasının oluşturulması ile ilgili bilgilerin ve kavram haritasına ait bazı örneklerin verilmiş olmasıdır. Öte yandan ortaokul matematik öğretmeni adayları bu dersler haricinde Öklid geometrisi temelinde gerçekleşen Geometri dersini de almışlardır. Bu dersin içerikleri; Öklid geometrisinin temel aksiyomları, nokta, doğru ve düzlem, açı, açı çeşitleri, açıların eşliği ve eşlik aksiyomları, çokgen, üçgen, üçgen çeşitleri, üçgenin temel ve yardımcı elemanları, üçgenler ile ilgili eşlik aksiyom ve teoremleri, üçgenler ile ilgili benzerlik teoremleri, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare, deltoid gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin ispatlanması, dörtgenler ile ilgili uygulamalar, çember ve daire, çember ve dairede açı ve uzunluk ile ilgili teorem ve ispatları, uzayda cisimlerin özellikleri, alan ve hacimleri şeklindedir. Burada, bu araştırmada ele alınan dörtgenlere ilişkin bilgilerin işlenmesi öğretmen adaylarının alan bilgilerini desteklemesi bakımından önem arz etmektedir. Yukarıda bahsi geçen şartları sağlayan ÖA’nın gerçek isimleri kullanılmamış ve onlara $ÖA_1$, $ÖA_2$, $ÖA_3$,…, $ÖA_{26}$ şeklinde kodlar verilmiştir.

2.3. Verilerin toplanması

Bu araştırmada ana veri kaynağı olarak ÖA’nın oluşturdukları dokümanlardan faydalanılmıştır. Dokümanlar, araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin hepsini kapsamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmadaki dokümanlar, düşük yönlendirmeye sahip olan “sıfırdan harita yap” türünde kavram haritası tekniği kullanılarak elde edilmiştir. Bu teknik katılımcılara kendi cümlelerini kurabilecekleri ve kendi haritalarını yapabilecekleri açık uçlu aktivitelere fırsat tanıdığı için (Ruiz-Primo, 2004; Vanides, Yin, Tomita & Ruiz-Primo, 2005) tercih edilmiştir. Çünkü Vanides ve arkadaşlarına göre (2005) bu tür etkinlikler öğrencilerin bilgi yapısındaki farklılıkları daha iyi göstermekle birlikte, onların bilgilerinin ve kavram yanılgılarının ortaya konulmasında daha büyük bir serbestlik sağlar. Ayrıca bu teknik, öğrencilerin kavramlara ilişkin anlamalarının belirlenmesi için daha çok imkân sunmakta, açıklama ve planlama gibi daha üst düzeyde kavramsal ilerlemeyi sağlamaktadır.

Dokümanlar toplanmadan önce, ÖA'na Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarımı, Özel Öğretim Yöntemleri I derslerinde kavram haritaları hakkında teorik bilgiler verilmiştir. Ardından Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde bu teorik bilgiler tekrar verilmiş ancak hiyerarşik, dairesel gibi kavram haritası oluşturma metotları hakkında bilgiler verilmemiştir. Bir hafta sonra ÖA'ndan dörtgenler ile ilgili bir kavram haritası çizmeleri istenmiştir. Bu süreçte katılımcılardan zihinlerinde var olan bilgileri kullanmaları istenmiş, internet, kitap gibi kaynakları kullanmalarına izin verilmemiştir. Burada ÖA'ndan yönlendirmesi düşük olan "sıfırdan harita yap" tekniğini kullanmaları istenmiştir. Bu tekniği kullanmadaki amaç ÖA'nın dörtgenlere ilişkin anlamalarını daha ayrıntılı görebilmektir. Nitekim Ruiz-Primo, Schultz, Li ve Shavelson (2001) "çizili haritada boşluk doldur" ve "sıfırdan harita yap" türü kavram haritası tekniklerinin geçerliliğini ve güvenirliğini karşılaştırarak, "sıfırdan harita yap" tekniğinin öğrencilerin bilgi yapıları arasındaki farklılığı daha iyi yansıttığı sonucuna ulaşmışlardır.

2.4. Verilerin analizi

Elde edilen veriler analiz edilmeden önce katılımcılar yukarıda bahsedildiği gibi tek tek numaralandırılmıştır. Numaralandırma işlemi bittikten sonra ÖA'nın dörtgenlere ilişkin anlamaları, Tablo 1'de verilen ölçütler ile doğru ve hatalı olmaları bağlamında analiz edilmiştir. Bu ölçütlerin hazırlanmasında bazı çalışmalardan (Erşen ve Karakuş, 2013; Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013; Türnüklü ve ark., 2013) yararlanılmıştır. Burada Tablo 1 ile verilen ölçütlerin kullanılmasındaki amaç ÖA'nın kavram tanımını doğrudan kullanıp kullanmamalarını belirlemek değil, kavramsal anlamalarında hangi kavram tanımlarına işaret ettiklerini ve hangi kavram özelliklerinden faydalandıklarını doğru ve hatalı olmaları bağlamında incelemektir. Örneğin; paralelkenar kavramına ait çizimler analiz edilirken, bazı katılımcılar paralelliğe değinmemiş olmalarına rağmen karşılıklı açıların ve kenarların eş olmasına veya ardışık açı ölçüleri toplamının 180° olmasına değinmişlerdir. Bu açıklamalar ve gösterimler paralelliği gerektirdiği için ÖA'nın paralelliğe işaret ettikleri düşünülmüştür. Benzer şekilde dik yamuk için bir çift komşu açısı 90° olacak şekilde dörtgen çizimi yapmaları da yine iki paralel kenarı gerektirmektedir. Bu nedenle bu tarz çizimleri yapan öğretmen adaylarının, yamukta karşılıklı bir çift kenarın paralel olduğunun farkında oldukları şeklinde yorumlanmıştır. Buna göre verilerin analizi iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk olarak dörtgenlere ilişkin kavram haritası oluştururken geometrik çizimleri kullanan 21 öğretmen adayının ($Ö_{11}$,$Ö_{14}$,$Ö_{16}$,$Ö_{18}$,$Ö_{26}$ hariç) geometrik çizimleri Tablo 1 doğrultusunda ele alınmıştır. Burada geometrik şekillerin, geometrik kavramı temsil ettiği düşünülmüştür. Nitekim her geometrik kavramın barındırdığı görsel bir imaj olmakla birlikte geometrik şekil yalnızca bir görsel imaj değil, aynı zamanda kavramın kendisidir (Fischbein, 1993). Bu işlemin ardından ikinci olarak tüm ÖA'nın çizimlerine ek olarak kavram haritalarındaki yazılı açıklamaları Tablo 1 doğrultusunda tekrar incelenmiştir. Burada üç tür katılımcı doğru kategorisine dâhil edilmiştir: 1-Sadece geometrik çizim yapanlardan Tablo 1 ile belirtilen ölçütlere uygun şekilde çizim yapanlar, 2-Kavramı tam olarak karşılamayacak şekilde eksik çizimler yapan ancak bu çizimleri açıklamaları ile destekleyerek doğru ölçütlere ulaşanlar, 3-Geometrik çizim yapmayan katılımcılardan Tablo 1 ile belirtilen ölçütlere uygun olacak şekilde açıklamalar yapanlar. Hatalı kategorisine dâhil edilen katılımcılar ise şu şekildedir: 1-Tablo 1 ile belirtilen ölçütlere uygun şekilde çizim yapamayanlar ve açıklamaları ile doğru ölçütlere ulaşamayanlar, 2-Açıklamaları doğru olmasına rağmen, kavramla çelişecek şekilde hatalı çizimler yapanlar, 3-Herhangi bir açıklama veya çizim yapmayanlar, 4-Belirtilen dörtgen çeşidinin sadece dörtgen olduğuna değinenler. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, bazı ÖA'nın hem doğru hem de hatalı kategorisinde yer alabiliyor olmalarıdır. Örneğin; dikdörtgene ilişkin "*en az üç açısının ölçüsü 90° olan dörtgen*" şeklinde bir anlaması olan $Ö_1$, aynı zamanda dikdörtgenin köşegenlerinin birbirine dik olduğunu belirtmiştir. Oysa dikdörtgende köşegenlerin dik olması ancak eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin özel hali olan kare söz konusu iken geçerlidir. Benzer şekilde paralelkenar için Tablo 1'de verilen tüm kavram tanımlarına işaret eden $Ö_3$, paralelkenarın alanının ½.a.b.sinα formülü ile bulunacağını ifade etmesi bu duruma birer örnektir.

Tablo 1. Dörtgenlere ait anlamalarının doğruluğunu belirlemek için hazırlanmış ölçütler

		Dörtgenlere İlişkin İşaret edilen Kavram Tanımları	Tanım Dışında Dikkat Edilen Özellikler
Kare	Doğru	K1: Bir açısının ölçüsü 90° ve tüm kenarları eşit olan dörtgen K2: Köşegenleri eşit uzunlukta olan ve dik kesişerek birbirini ortalayan dörtgen K3: Bir açısının ölçüsü 90° olan eşkenar dörtgen K4: Kenarları eşit olan dikdörtgen	Köşegenler: açıortaydır. Kenar a olmak üzere; Çevre= 4a Alan= a^2
	Hatalı	K0: K1, K2, K3, K4'ten herhangi birinin vurgulanmaması Ka: Kare ifadesini kullanmayanlar Kd: Karenin sadece dörtgen olduğuna değinenler	
Dikdörtgen	Doğru	D1: En az üç açısının ölçüsü 90° olan dörtgen D2: Karşılıklı kenarları paralel ve en az bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgen D3: Köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini ortalayan dörtgen D4: Bir açısının ölçüsü 90° olan paralelkenar	Köşegenler: açıortay olmayabilir, dik olmayabilir. Kenar uzunlukları a ve b olmak üzere; Çevre= 2a+2b Alan= a.b
	Hata	D0: D1, D2, D3, D4'ten herhangi birinin vurgulanmaması Da: Dikdörtgen ifadesini kullanmayanlar Dd: Dikdörtgenin sadece dörtgen olduğuna değinenler	
Yamuk	Doğru	Y1: En az bir çift kenarı paralel olan dörtgen Y2: En az bir çift karşılıklı kenarı eşit uzunlukta ve en az bir çift komşu açısı eş olan dörtgen (ikizkenar yamuk) Y3: En az bir çift kenarı paralel ve köşegenleri eşit uzunlukta olan dörtgen (ikizkenar yamuk) Y4: En az bir çift karşılıklı kenarı ve köşegenleri eşit uzunlukta olan dörtgen (ikizkenar yamuk) Y5: En az bir çift karşılıklı kenarı eşit uzunlukta ve karşılıklı açıları bütünler olan dörtgen (ikizkenar yamuk)	Dik yamuk: Bir çift komşu açısının 90° olması karşılıklı iki kenarın paralel olmasını gerektirir. Komşu açılar bütünlerdir. Alt taban a, üst taban b ve yükseklik h olmak üzere, Alan: ((a+b)⁄2).h Tabanlar a ve c olmak üzere; Orta taban: =½.(a+c)
	Hatalı	Y0: Belli bir kuralı olmayan dörtgen çizilmesi Ya: Yamuk ifadesini kullanmayanlar Yd: Yamuğun sadece dörtgen olduğuna değinenler	

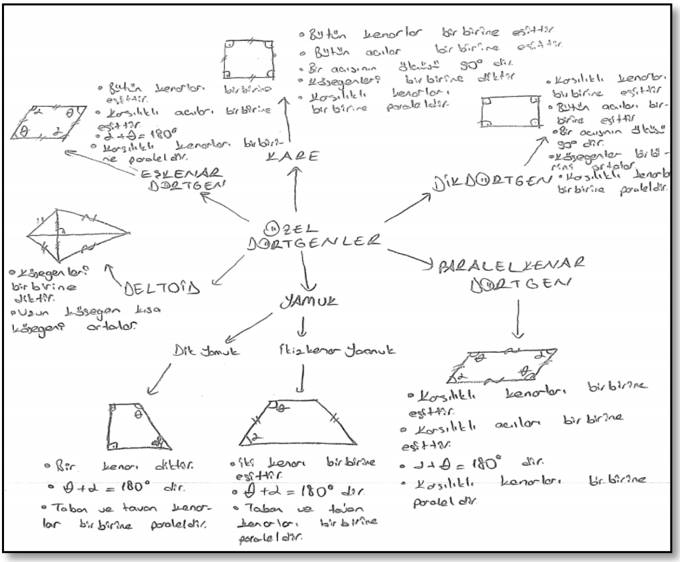
Tablo 1'in devamı

Paralelkenar	Doğru	P1: İki çift kenarı paralel olan dörtgen P2: İki çift karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan dörtgen P3: Köşegenleri birbirini ortalayan dörtgen	Köşegenler: Alanı 4 eşit parçaya ayırır, açıortay olmayabilir, dik olmayabilir, uzunlukları eşit olmayabilir. Karşılıklı açılar birbirine eşittir. Komşu açılar bütünlerdir. Kenar uzunlukları a ve b olmak üzere; Alan: $a.b.sin\alpha$= $a.h_a$ = $b.h_b$ Çevre= 2a+2b
	Hatalı	P0: P1, P2, P3'ten herhangi birinin vurgulanmaması Pa: Paralelkenar ifadesini kullanmayanlar Pd: Paralelkenarın sadece dörtgen olduğuna değinenler	
Eşkenar dörtgen	Doğru	E1: Bütün kenarları eşit uzunlukta olan paralelkenar E2: Köşegenleri birbirine dik ve birbirini ortalayan dörtgen E3: Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan dörtgen	Tüm açılar eşit olmayabilir. Köşegenler: açıortaydır, uzunlukları eşit olmayabilir. Karşılıklı açılar birbirine eşittir. Komşu açılar bütünlerdir. Bir kenar uzunluğu a olmak üzere; Alan: $a^2.sin\alpha$= $a.h_a$ Çevre=4a
	Hatalı	E0: E1, E2, E3'ten herhangi birinin vurgulanmaması Ea: Eşkenar dörtgen ifadesini kullanmayanlar Ed: Eşkenar dörtgenin sadece dörtgen olduğuna değinenler	
Deltoid	Doğru	DE1:İki çift komşu kenarları eşit uzunlukta olan dörtgen DE2: En az bir köşegeni diğerini dik ortalayan dörtgen DE3: Tabanları eşit uzunlukta iki ikizkenar üçgenin tabanlarının çakıştırılmasıyla elde edilen dörtgen	Köşegenlerden sadece biri her zaman açıortaydır. Köşegen uzunlukları e ve f olmak üzere; Alan: e.f/2 Kenar uzunlukları a ve b olmak üzere; Çevre: 2a+2b
	Hatalı	DE0: DEA, DE2, DE3'ten herhangi birinin vurgulanmaması DEa: Deltoid ifadesini kullanmayanlar DEd: Deltoidin sadece dörtgen olduğuna değinenler	

Araştırmanın geçerliği ve güvenirliğini sağlamak için bazı önlemlere başvurulmuştur. Buna göre araştırmanın iç geçerliğini arttırmak için dokümanlardan elde edilen kategoriler ve bu kategorilerin diğer kategorilerle ilişkisi kontrol edilmiştir. Araştırmanın iç güvenirliğini arttırmak için bulgular yorum katılmadan tablolarda sunulmuş ve bulguları desteklemek adına ÖA'nın oluşturdukları bazı kavram haritalarına yer verilmiştir. Ayrıca veri analizi araştırmacı tarafından farklı zaman dilimlerinde (ilk kodlamadan 6 ay sonra) tekrar yapılmıştır. Her iki kodlamada da kodlamalar sonrası "görüş birliği" ve "görüş ayrılığı" olan konular matematik eğitimi doktoralı başka bir araştırmacı ile tartışılmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Daha sonra ilk kodlama ile son kodlamadan elde edilen sonuçlar bir araya getirilerek Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği formül -Güvenirlik=Görüş Birliği/(Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)- kullanılarak uyuşma yüzdesi hesaplanmıştır. Yapılan bu işlem sonrasında %92 oranında bir uzlaşma sağlanmıştır. Araştırmanın dış güvenirliğini arttırmak için ise süreç içerisinde yapılanlar ayrıntılı bir şekilde belirtilmiştir.

3. Bulgular

Öğretmen adaylarının kavram haritalarındaki dörtgenlere ilişkin çizimleri ve açıklamaları Tablo 1 doğrultusunda bu bölümde incelenmiştir. Genel olarak ÖA'nın oluşturdukları kavram haritaları değerlendirildiğinde bazı önemli noktalar göze çarpmaktadır. Örneğin; ÖA'nın tamamı kavram haritalarında "dörtgen" kavramını kullanmışlardır. Ancak dörtgenlerin kenar, açı, nokta, doğru parçası gibi geometrik yapılarla oluştuğuna değinen ÖA olmasına rağmen, hiçbir öğretmen adayı dörtgenlerin kapalı bir şekil olmasına değinmemiştir. Ayrıca 26 öğretmen adayının 5'i hariç tamamı geometrik çizimleri kullanmış ve çoğunluğu ise Şekil 1'de olduğu gibi dörtgenleri birbirinden bağımsız olacak şekilde ele almışlardır.

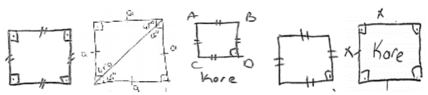


Şekil 1. $Ö_8$'in kavram haritası

3.1. ÖA'nın kareye ilişkin anlamaları

Öğretmen adaylarının kareye ilişkin çizimlerine ve açıklamalarına ait sonuçlar Tablo 2 ile verilmiştir.

Tablo 2. ÖA'nın kareye ilişkin çizim ve açıklamaları

	Çizimler	**(f)** Katılımcılar	AÇ	**(f)** Katılımcılar
Doğru		**(15)** $Ö_1$,$Ö_2$, $Ö_3$,$Ö_4$,$Ö_6$,$Ö_7$, $Ö_8$,$Ö_{10}$,$Ö_{12}$, $Ö_{13}$,$Ö_{19}$,$Ö_{20}$, $Ö_{21}$,$Ö_{24}$,$Ö_{25}$	K1	**(19)** $Ö_1$,$Ö_2$,$Ö_3$,$Ö_4$,$Ö_6$,$Ö_7$, $Ö_8$,$Ö_9$,$Ö_{10}$,$Ö_{12}$,$Ö_{13}$,$Ö_{16}$,$Ö_{19}$, $Ö_{20}$,$Ö_{21}$,$Ö_{22}$,$Ö_{24}$,$Ö_{25}$,$Ö_{26}$
			K2	**(3)** $Ö_5$,$Ö_{15}$,$Ö_{17}$
			K3	**(3)** $Ö_{12}$,$Ö_{23}$,$Ö_{24}$
			K4	**(3)** $Ö_9$,$Ö_{15}$,$Ö_{26}$
Hatalı		**(6)** $Ö_5$,$Ö_9$, $Ö_{15}$,$Ö_{17}$,$Ö_{22}$, $Ö_{23}$	K0	**(2)** $Ö_{11}$,$Ö_{14}$
			Ka	**(0)** -
			Kd	**(1)** $Ö_{18}$

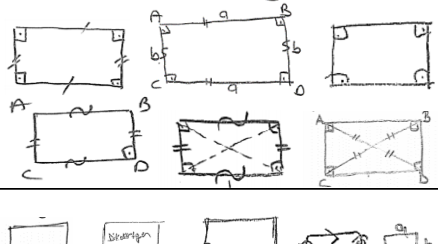
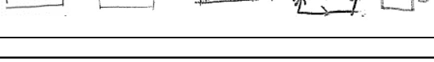
Tablo 2'ye göre geometrik çizimleri kullanan 21 katılımcının tamamı, kareye ilişkin çizimler yapmışlardır. Bu çizimlerinden 15'i doğru, 6'sı hatalı çizimdir. Doğru çizimlerde katılımcıların büyük bir çoğunluğunun kareyi "*açılarının ölçüsü 90° olan ve tüm kenarları eşit olan dörtgen*" olarak anladıkları tespit edilmiştir. Bu özelliğe ek olarak sadece $Ö_3$ *köşegenin açıortay olmasın*a yönelik kare çizimi yapmıştır. Öte yandan $Ö_{10}$ ve $Ö_{12}$ "*bir açısının ölçüsü 90° olan ve tüm kenarları eşit olan dörtgen*" şeklindeki kare tanımına uygun çizim yaparken, $Ö_{25}$ "*açılarının ölçüsü 90° olan ve ardışık üç kenarı eşit olan dörtgen"* şeklinde kare çizimi yapmıştır. Hatalı çizim yapan ÖA ise "*herhangi bir dörtgen*", "*iki ardışık kenar uzunluğu eşit olan dörtgen*" ve "*sadece bir açısı 90° olan dörtgen*" olacak şekilde çizimler yapmışlardır.

Çizimlerine ek olarak açıklamalar incelendiğinde, katılımcıların karenin farklı tanımlarını göz önüne aldıkları tespit edilmiştir. ÖA'nın 19'unun kareyi *"(en az) bir açısının ölçüsü 90° ve tüm kenarları eşit olan dörtgen*" tanımına işaret ettikleri belirlenmiştir. Ayrıca üçer öğretmen adayı ise, kareyi "*bir açısının ölçüsü 90° olan eşkenar dörtgen*", "*kenarları eşit olan dikdörtgen*" ve "*köşegenleri eşit uzunlukta olan ve dik kesişerek birbirini ortalayan dörtgen*" olarak ifade etmişlerdir. Tablo 4'ten görülebileceği gibi $Ö_9$,$Ö_{12}$,$Ö_{15}$,$Ö_{24}$ ve $Ö_{26}$ birden fazla kare tanımını vurgulamaktadır. Öte yandan hatalı çizim yaptığı belirlenen katılımcıların tamamı hatalı çizimlerini açıklamalarıyla destekleyerek kare için doğru anlamalara ulaşabilmişlerdir. Örneğin; $Ö_9$ "*hem açıları hem de kenar uzunlukları eşit olan özel dikdörtgen*", $Ö_{15}$ "*Her kenarı aynı olan özel dikdörtgen*" ve $Ö_{23}$ ise "*Bütün açıları 90° olan eşkenar dörtgen*" açıklamalarını yapmışlardır. Bununla birlikte $Ö_5$ eşit uzunlukta dik kesişerek birbirini ortalayan aynı zamanda açıortay olan köşegen ile kareyi açıklamış ve ayrıca karenin özel bir dikdörtgen olduğunu belirtmiştir. Ancak kenarların eşitliğine değinmemiştir. Kavram haritalarında geometrik çizimleri kullanmayan $Ö_{11}$, $Ö_{14}$, $Ö_{16}$, $Ö_{18}$ ve $Ö_{26}$'nın açıklamaları incelendiğinde, $Ö_{18}$'in karenin sadece bir dörtgen olduğuna değindiği, $Ö_{11}$ ve $Ö_{14}$'ün ise açıklamalarının da hatalı olduğu tespit edilmiştir. Örneğin; $Ö_{11}$ "*kenarları 90°dir*" ifadesini, $Ö_{14}$ ise "*kenarları aynı uzunlukta olan dörtgen*" ifadesini kullanmıştır.

3.2. ÖA'nın dikdörtgene ilişkin anlamaları

ÖA'nın dikdörtgene ilişkin çizimlerine ve açıklamalarına ait sonuçlar Tablo 3 ile verilmiştir.

Tablo 3. ÖA'nın dikdörtgene ilişkin çizim ve açıklamaları

	Çizimler	**(f)** Katılımcılar	AÇ	**(f)** Katılımcılar
Doğru		**(14)** $Ö_1$,$Ö_2$, $Ö_4$,$Ö_6$,$Ö_7$,$Ö_8$,$Ö_{10}$,$Ö_{12}$,$Ö_{13}$, $Ö_{15}$,$Ö_{20}$,$Ö_{21}$, $Ö_{22}$,$Ö_{24}$	D1	**(19)** $Ö_1$,$Ö_2$,$Ö_3$,$Ö_4$,$Ö_6$,$Ö_7$, $Ö_8$,$Ö_9$,$Ö_{10}$,$Ö_{13}$,$Ö_{15}$,$Ö_{16}$,$Ö_{19}$, $Ö_{20}$,$Ö_{21}$,$Ö_{22}$,$Ö_{23}$,$Ö_{24}$,$Ö_{26}$
			D2	**(9)** $Ö_8$,$Ö_{10}$,$Ö_{12}$,$Ö_{16}$, $Ö_{19}$,$Ö_{20}$,$Ö_{22}$,$Ö_{24}$,$Ö_{26}$
			D3	**(3)** $Ö_5$,$Ö_{17}$,$Ö_{22}$
			D4	**(3)** $Ö_{12}$,$Ö_{17}$,$Ö_{19}$
Hatalı		**(5)** $Ö_5$,$Ö_9$, $Ö_{17}$,$Ö_{19}$, $Ö_{23}$	D0	**(5)** $Ö_1$,$Ö_9$,$Ö_{10}$,$Ö_{11}$,$Ö_{14}$
			Da	**(1)** $Ö_{25}$
			Dd	**(1)** $Ö_{18}$

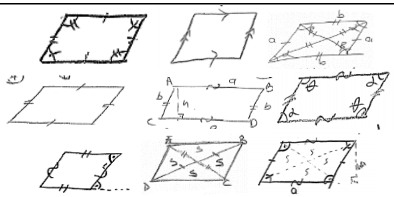
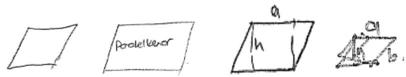
Tablo 3'e göre geometrik çizimleri kullanan 21 katılımcının 19'u, dikdörtgene ilişkin çizimler yapmışlardır. Bu çizimlerden 14'ü doğru, 5'i hatalı çizimdir. Doğru çizimleri yapan katılımcıların büyük bir çoğunluğunun dikdörtgeni "*açılarının ölçüsü 90° olan ve karşılıklı kenarları eşit uzunlukta olan dörtgen*", $Ö_{10}$ ve $Ö_{12}$'nin "*karşılıklı kenarları paralel ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgen*" ve $Ö_{8}$'in ise "*tüm açılarının ölçüsü 90° olan dörtgen*" şeklinde anladıkları tespit edilmiştir. Doğru çizim yapan bazı katılımcılar ise bu özelliklere ek olarak köşegenlere ilişkin çizimler yapmışlardır. Örneğin; $Ö_{13}$ sadece köşegenin varlığını gösterirken, $Ö_{15}$ köşegenlerin eşit uzunlukta olduğunu, $Ö_{22}$ ise köşegenlerin eşit uzunlukta ve birbirini ortaladığını göstermiştir. Hatalı çizim yapan ÖA ise "*herhangi bir dörtgen*", "*bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgen*", "*karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen*" ve "*iki kenar uzunluğu farklı olan dörtgen*" olacak şekilde çizimler yapmışlardır.

Çizimlere ek olarak açıklamalar incelendiğinde, katılımcıların dikdörtgenin farklı tanımlarını vurguladıkları ve büyük bir çoğunluğunun karşılıklı kenarların eşitliğini dile getirdikleri tespit edilmiştir. Buna göre 19 öğretmen adayı "*en az üç açısının ölçüsü 90° olan dörtgen*" tanımına işaret etmişlerdir. Ayrıca ÖA'nın dokuzu dikdörtgeni "*karşılıklı kenarları paralel ve en az bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgen"*, üçü "*köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini ortalayan dörtgen*", diğer üçü ise "*bir açısının ölçüsü 90° olan paralelkenar*" olarak ifade etmişlerdir. Burada ÖA'nın bir kısmı karede olduğu gibi kavram haritalarında aynı anda birden fazla dikdörtgen tanımına işaret etmişlerdir. Örneğin; dikdörtgenin köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini ortalayan dörtgen olarak tanımlarken, aynı zamanda kavram haritasında kullandığı önermelerle dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ve çizimlerinde de bir açısının 90° olduğunu belirtmiştir. Öte yandan hatalı çizim yaptığı belirlenen katılımcıların tamamı hatalı çizimlerini açıklamalarıyla destekleyerek dikdörtgen için doğru anlamalara ulaşmakla birlikte bazı yanlış açıklamaları da ele almışlardır. $Ö_{9}$'un "*köşegenlerin açıortay olması*" açıklaması bu duruma örnektir. Ayrıca doğru çizim yapmasına rağmen, yanlış açıklamalar yapan ÖA da bulunmaktadır. Örneğin; $Ö_{1}$ "*köşegenleri dik*" ifadesiyle dikdörtgenin köşegenlerinin dik kesiştiğini belirtirken, $Ö_{10}$ ise sadece karşılıklı iki kenarın eşit olduğunu belirtmiştir. Kavram haritalarında geometrik çizimleri kullanmayan katılımcıların açıklamaları incelendiğinde ise, $Ö_{18}$'in dikdörtgenin sadece bir dörtgen olduğuna değindiği, $Ö_{25}$'in çizim veya herhangi bir açıklama yapmadığı, $Ö_{11}$ ve $Ö_{14}$'ün hatalı açıklamalar yaptığı görülmektedir. $Ö_{11}$'in dikdörtgenin kenarlarının 90° olduğunu belirtmesi ve $Ö_{14}$'in ise "*karşılıklı kenarları eşit olan dörtgen*" olarak dikdörtgeni açıklaması bu durumu örneklemektedir. $Ö_{14}$'e benzer şekilde bazı ÖA, "*köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini ortalayan dörtgen*" tanımı için gerekli ancak yeterli olmayan özelliklere odaklanmışlardır. Örneğin; dikdörtgene ilişkin doğru bir anlamaya sahip olan $Ö_{2}$ ve $Ö_{15}$, hatalı anlamaya sahip olan $Ö_{11}$ ve hem doğru hem de hatalı anlamaya sahip olan $Ö_{9}$ açıklamalarında köşegenlerin eşit olmasına değinirken köşegenlerin birbirini ortaladığına değinmemişlerdir. Benzer şekilde $Ö_{8}$ ise köşegenlerin birbirini ortaladığını belirtmiş ancak köşegenlerin eşit uzunlukta olduğuna değinmemiştir.

3.3. ÖA’nın paralelkenara ilişkin anlamaları

ÖA’nın paralelkenara ilişkin çizimlerine ve açıklamalarına ait sonuçlar Tablo 4 ile verilmiştir.

Tablo 4. ÖA’nın paralelkenara ilişkin çizim ve açıklamaları

	Çizimler	**(f)** Katılımcılar	AÇ	**(f)** Katılımcılar
Doğru		**(15)** Ö$_1$,Ö$_2$,Ö$_3$, Ö$_4$,Ö$_6$,Ö$_7$,Ö$_8$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{19}$,Ö$_{20}$,Ö$_{21}$,Ö$_{22}$,Ö$_{24}$,Ö$_{25}$	P1	**(17)** Ö$_1$,Ö$_2$,Ö$_3$,Ö$_4$,Ö$_5$,Ö$_8$, Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{16}$,Ö$_{17}$,Ö$_{19}$,Ö$_{20}$,Ö$_{21}$,Ö$_{22}$,Ö$_{24}$,Ö$_{25}$,Ö$_{26}$
			P2	**(17)** Ö$_1$,Ö$_2$,Ö$_3$,Ö$_5$,Ö$_6$,Ö$_7$, Ö$_8$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{14}$,Ö$_{16}$,Ö$_{19}$,Ö$_{20}$, Ö$_{21}$,Ö$_{23}$,Ö$_{24}$,Ö$_{25}$
			P3	**(4)** Ö$_3$,Ö$_5$,Ö$_{17}$,Ö$_{22}$
Hatalı		**(5)** Ö$_5$,Ö$_9$,Ö$_{15}$, Ö$_{17}$,Ö$_{23}$	P0	**(6)** Ö$_1$,Ö$_3$,Ö$_9$,Ö$_{11}$,Ö$_{15}$,Ö$_{25}$
			Pa	**(1)** Ö$_{10}$
			Pd	**(1)** Ö$_{18}$

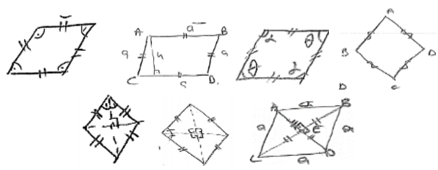
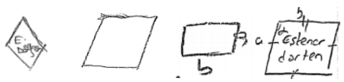
Tablo 4’e göre geometrik çizimleri kullanan 21 katılımcının 20’si paralelkenara ilişkin çizimler yapmışlardır. Bu çizimlerden 15’i doğru, 5’i hatalı çizimdir. Doğru çizimlerde paralelkenar için katılımcılar çoğunlukla “*iki çift karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan dörtgen*” ve “*iki çift kenarı paralel olan dörtgen*”, Ö$_3$ ve Ö$_{22}$’nin ise “*köşegenleri birbirini ortalayan dörtgen*” tanımlarına işaret etmişlerdir. Doğru çizim yapan bazı katılımcılar bu özelliklere ek olarak karşılıklı açıların birbirine eşit olduğunu ve köşegenlerin alanı dört eşit parçaya böldüğünü gösteren çizimler yapmışlardır. Hatalı çizim yapan ÖA ise paralelkenarı “*herhangi bir dörtgen*”, “*iki üçgen ve bir karenin birleşiminden oluşan dörtgen*”, “*sadece bir çift kenarı birbirine paralel olan dörtgen*” olarak düşünmüşlerdir.

ÖA çizimlerine ek olarak açıklamalarında, paralelkenarın farklı tanımlarını göz önüne almışlardır. On yedi öğretmen adayının paralelkenara ilişkin “*iki çift karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan dörtgen” ve “iki çift kenarı paralel olan dörtgen*” tanımlarını benimsemişlerdir. Burada Ö$_1$,Ö$_3$,Ö$_{12}$,Ö$_{21}$ ve Ö$_{24}$ her ne kadar paralelliğe değinmemiş olsalar da çizimleri paralelliği gerektirdiği için “*iki çift kenarı paralel olan dörtgen*” açıklamasına dâhil edilmiştir. Öte yandan ÖA’nın dördü ise paralelkenarı “*köşegenleri birbirini ortalayan dörtgen*” olarak açıklamıştır. Her üç tanımı vurgulayan ve köşegenlerin birbirini ortaladığını belirten Ö$_3$’ün “*ama köşeleri 90° değildir, köşegenleri birbirine eşit değildir*” şeklindeki açıklaması dikkate değerdir. Nitekim bu açıklama paralelkenarı özel durumlarından soyutlamayı gerektirmektedir. Ek olarak paralelkenarın alanına değinen sekiz öğretmen adayının yedisi, kenar ve yüksekliğin çarpımını vurgulamıştır. Hatalı çizim yapan katılımcıların çoğu açıklamalarla çizimlerini destekleyerek paralelkenar için doğru anlamalara ulaşabilmişlerdir. Öte yandan paralelkenar için doğru çizim yapan bazı katılımcılar ise hatalı açıklamalar yapmışlardır. Örneğin; Ö$_1$ “*altlı üstlü kenar açıları toplamı 180°*” açıklamasını yazmış ancak ardışık iki açı ifadesi yerine altlı üstlü kenar açıları ifadesini kullanmıştır. Ayrıca Ö$_9$ ve Ö$_{11}$ ise “*köşegenler açıortay*” açıklamasını yaparken, Ö$_{15}$ “iki üçgen bir kareden oluşur ve yükseklikleri eşittir" ifadesini kullanmış, Ö$_{3}$ "*½.a.b.sinα*" formülü ile Ö$_{25}$ ise "*a.b.cosα*" ile paralelkenarın alanının bulunacağını ifade etmiştir.

3.4. ÖA'nın eşkenar dörtgene ilişkin anlamaları

ÖA'nın eşkenar dörtgene ilişkin çizimlerine ve açıklamalarına ait sonuçlar Tablo 5 ile verilmiştir.

Tablo 5. ÖA'nın eşkenar dörtgene ilişkin çizim ve açıklamaları

	Çizimler	**(f)** Katılımcılar	AÇ	**(f)** Katılımcılar
Doğru		**(12)** Ö$_{4}$,Ö$_{7}$, Ö$_{8}$,Ö$_{10}$,Ö$_{12}$, Ö$_{13}$,Ö$_{15}$,Ö$_{19}$, Ö$_{20}$,Ö$_{21}$,Ö$_{22}$, Ö$_{24}$	E1	**(9)** Ö$_{3}$,Ö$_{4}$,Ö$_{8}$,Ö$_{16}$,Ö$_{19}$,Ö$_{20}$, Ö$_{21}$,Ö$_{22}$,Ö$_{26}$
			E2	**(4)** Ö$_{5}$,Ö$_{15}$,Ö$_{17}$,Ö$_{22}$
			E3	**(19)** Ö$_{1}$,Ö$_{3}$,Ö$_{4}$,Ö$_{6}$,Ö$_{7}$,Ö$_{8}$, Ö$_{10}$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{15}$,Ö$_{16}$,Ö$_{18}$,Ö$_{19}$, Ö$_{20}$,Ö$_{21}$,Ö$_{22}$,Ö$_{24}$,Ö$_{25}$,Ö$_{26}$
Hatalı		**(6)** Ö$_{1}$,Ö$_{5}$, Ö$_{9}$,Ö$_{17}$,Ö$_{19}$, Ö$_{25}$	E0	**(6)** Ö$_{1}$,Ö$_{3}$,Ö$_{9}$,Ö$_{11}$,Ö$_{19}$,Ö$_{25}$
			Ea	**(2)** Ö$_{2}$,Ö$_{14}$
			Ed	**(1)** Ö$_{23}$

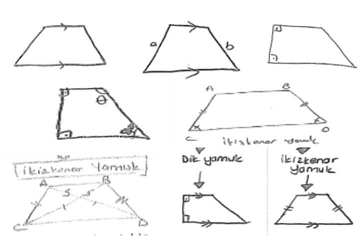
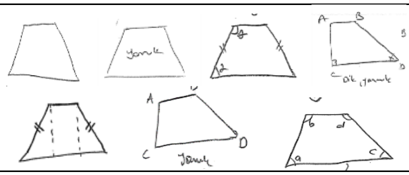
Tablo 5'e göre geometrik çizimleri kullanan 21 katılımcıdan 17'si eşkenar dörtgene ilişkin çizimler yapmıştır. Bu çizimlerden 12'si doğru, 6'sı hatalı çizimdir. Burada Ö$_{19}$'un birisi doğru ve diğeri hatalı olmak üzere iki farklı çizimi bulunmaktadır. Doğru çizimlerde katılımcıların çoğunluğu eşkenar dörtgen için "*kenar uzunlukları eşit olan dörtgen*" tanımına işaret etmişlerdir. Bununla birlikte Ö$_{15}$ ve Ö$_{22}$ "*köşegenleri birbirine dik ve birbirini ortalayan dörtgen*" ve Ö$_{4}$ ise "*bütün kenarları eşit olan paralelkenar*" tanımlarını benimsemişlerdir. Ayrıca Ö$_{12}$,Ö$_{13}$ ile Ö$_{24}$ köşegenlerin birbirine dik olduğuna ve Ö$_{12}$ ile Ö$_{13}$ köşegenlerden birinin açıortay olduğuna ilişkin çizimler yapmışlardır. Hatalı çizim yapan ÖA ise eşkenar dörtgeni "*herhangi bir dörtgen*", "*karşılıklı kenarları eşit olan dörtgen*" ve "*iki kenar uzunluğu farklı olan dörtgen*" olarak kabul etmişlerdir.

Çizimlere ek olarak açıklamalar incelendiğinde, katılımcıların birden fazla eşkenar dörtgen tanımına işaret ettikleri belirlenmiştir. ÖA'ndan 19'u "*tüm kenar uzunlukları eşit olan dörtgen*", 9'u "*bütün kenarları eşit uzunlukta olan paralelkenar*" ve 4'ü ise "*köşegenleri birbirine dik ve birbirini ortalayan dörtgen*" tanımlarını vurgulamışlardır. Burada Ö$_{20}$ ve Ö$_{21}$ her ne kadar paralelliğe değinmemiş olsalar da "*karşılıklı açıların birbirine eşit ve komşu açıların toplamı 180° olması*" şeklindeki açıklamaları paralelliği gerektirdiği için "*bütün kenarları eşit uzunlukta olan paralelkenar*" açıklamasına dâhil edilmiştir. Hatalı çizim yapan katılımcılardan Ö$_{9}$ hariç tamamı açıklamalarıyla çizimlerini destekleyerek doğru tanıma ulaşabilmişlerdir. Ancak bazı ÖA'nın hem doğru hem de hatalı açıklamaları bulunmaktadır. Örneğin; Ö$_{1}$ eşkenar dörtgeni "*bütün kenarları ve açıları eşit olan bir dörtgen*" olarak açıklaması sadece kareyi göz önüne aldığını göstermektedir ki bu her ne kadar yanlış olmasa da eşkenar dörtgen için her zaman geçerli bir açıklama değildir. "*Bütün kenarları eşit uzunlukta olan paralelkenar*" ve "*Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan dörtgen*" açıklamalarını vurgulayan Ö$_{3}$ köşegenlerin birbirini ortaladığını ve köşegen uzunluklarının birbirine eşit olduğunu belirtmiştir. Bu durum eşkenar dörtgen ve paralelkenarda her zaman geçerli değildir. Ö$_{19}$ ve Ö$_{25}$ ise eşkenar dörtgenin alanı için hatalı açıklamalar yapmışlardır. İki kenar uzunluğu farklı olan eşkenar dörtgen çizimi için Ö$_{19}$, eşkenar dörtgenin alanının bu iki kenar uzunluklarının çarpımı olduğunu belirtmiştir. Kenar uzunlukları için iki farklı açıklaması olan Ö$_{25}$ ise karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu belirttiği eşkenar dörtgenin alanının $a.b.cos\alpha$ olduğunu yazmıştır. Ancak kenarları eşit bir paralelkenar olan eşkenar dörtgende köşegen uzunlukları her zaman eşit olmadığı gibi bir kenar uzunluğu bilinen bir eşkenar dörtgenin alanı ise $a^2.sin\alpha$ formülü ile bulunmaktadır. Alana ilişkin bu formülü katılımcılardan sadece Ö$_{3}$ vurgulamıştır. Öte yandan hatalı çizime sahip Ö$_{9}$ ve çizim yapmamış olan Ö$_{11}$ ise hatalı açıklamalar yapmışlardır. Ö$_{9}$ eşkenar dörtgende köşegenlerin ve karşılıklı kenarların eşitliğini vurgulamıştır. Burada köşegenlerin ve karşılıklı kenarların eşit olması, bir eşkenar dörtgen olan karede geçerli iken, her eşkenar dörtgen için sağlanmamaktadır. Ö$_{11}$ ise kenarların birbirine paralel olduğunu belirtmekle birlikte hangi kenarların (en az/en çok bir çift, karşılıklı vs.) paralel olduğunu belirtmemiştir.

3.5. ÖA'nın yamuğa ilişkin anlamaları

ÖA ikizkenar ve dik yamuk gibi yamuk çeşitlerini göz önüne alarak birden fazla yamuk çizimine ve bunlara ilişkin açıklamalara yer vermişlerdir. ÖA'nın kavram haritalarında yamuğa ilişkin çizimlerine ve açıklamalarına ait sonuçlar Tablo 6 ile verilmiştir.

Tablo 6. ÖA'nın yamuğa ilişkin çizim ve açıklamaları

	Çizimler	**(f)** Katılımcılar	AÇ	**(f)** Katılımcılar
Doğru		**(11)** Ö$_{1}$,Ö$_{2}$,Ö$_{4}$,Ö$_{6}$,Ö$_{7}$,Ö$_{8}$,Ö$_{9}$,Ö$_{10}$,Ö$_{22}$,Ö$_{23}$,Ö$_{24}$	Y1	**(16)** Ö$_{1}$,Ö$_{2}$,Ö$_{4}$,Ö$_{6}$,Ö$_{7}$,Ö$_{8}$,Ö$_{9}$,Ö$_{10}$,Ö$_{16}$,Ö$_{19}$,Ö$_{20}$,Ö$_{21}$,Ö$_{22}$,Ö$_{23}$,Ö$_{24}$,Ö$_{26}$
			Y2	**(2)** Ö$_{9}$,Ö$_{10}$
			Y3	**(1)** Ö$_{22}$
			Y4	**(1)** Ö$_{22}$
			Y5	**(2)** Ö$_{8}$,Ö$_{20}$
Hatalı		**(12)** Ö$_{6}$,Ö$_{7}$,Ö$_{8}$,Ö$_{9}$,Ö$_{10}$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{15}$,Ö$_{19}$,Ö$_{20}$,Ö$_{21}$,Ö$_{22}$	Y0	**(6)** Ö$_{6}$,Ö$_{7}$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{14}$,Ö$_{15}$
			Ya	**(5)** Ö$_{3}$,Ö$_{5}$,Ö$_{17}$,Ö$_{18}$, Ö$_{25}$
			Yd	**(1)** Ö$_{11}$

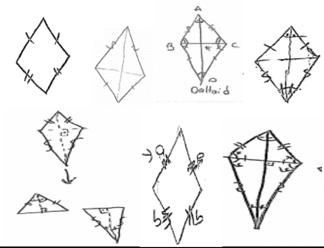
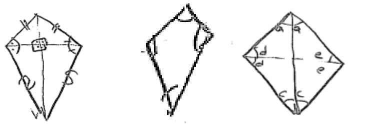
Tablo 6'ya göre, geometrik çizimleri kullanan 21 katılımcıdan 17'si yamuğa ilişkin çizimler yapmışlardır. Ancak burada Ö$_{6}$,Ö$_{7}$,Ö$_{8}$,Ö$_{9}$,Ö$_{10}$ ve Ö$_{22}$'nin birden fazla yamuk çizimini yaptıkları ve bu çizimlerde hem doğru hem de hatalı çizimlerin bulunduğu tespit edilmiştir. Buna göre; bu çizimlerden 11'i doğru, 12'si hatalı çizimdir. Doğru çizimlerde katılımcıların tamamının yamuğu "*iki kenarı paralel olan dörtgen*" olarak düşünmüşlerdir. Ayrıca ikizkenar yamuk için $Ö_{10}$'un "*bir çift kenarı eşit uzunlukta ve bir çift komşu açısı eş olan*", $Ö_{22}$'nin "*bir çift karşılıklı kenarı ve köşegenleri eşit olan*" ve $Ö_{23}$ ile $Ö_{24}$'ün ise "*bir çift kenarı paralel olan ve paralel olmayan kenar uzunlukları eşit olan*" dörtgen tanımlarına işaret etmişlerdir. Dik yamuk için ise katılımcılardan $Ö_6$,$Ö_8$ ile $Ö_9$'un "*bir çift komşu açısı 90° olan*" ve $Ö_{23}$ ile $Ö_{24}$'ün "*yan kenarlarından biri, paralel olan kenarlara dik olan*" dörtgen şeklinde anlamaları bulunmaktadır. Hatalı çizim yapan ÖA'nın ise yamuğu "*herhangi bir dörtgen*", "*iki kenarı eşit olan dörtgen*", "*bir açısı 90° olan dörtgen*" olarak kabul etmişlerdir.

Çizimlere ek olarak açıklamalar incelendiğinde, hatalı çizim yapan katılımcıların çoğunluğunun yaptıkları açıklamalarla yamuk için doğru anlamalara ulaşabildikleri görülmüştür. Buna göre katılımcılar yamuk için çoğunlukla –en az/en çok bir ifadelerini belirtmeden- bir çift kenarın paralel olduğu dörtgen tanımını göz önüne almışlardır. Örneğin; $Ö_{16}$ "*alt ve üst kenarları paralel*" ifadesini kullanırken; $Ö_{10}$ "*taban ve tavan paraleldir*", $Ö_{20}$ "*alt taban ve üst taban birbirine paraleldir*", $Ö_{19}$ "*sadece iki kenarı paraleldir*", $Ö_{26}$ ise "*iki kenar paraleldir*" ifadelerini kullanmışlardır. Bu açıklamalarıyla katılımcıların çoğunlukla sadece iki kenarı paralel olan dörtgen olarak yamuğu anlamlandırdıkları söylenebilir. Bununla birlikte yalnızca $Ö_{21}$ "*karşılıklı kenarları paraleldir*" açıklamasını yaparak yamuğun en az bir çift kenarın paralel olduğu tanımını kabul ettiği söylenebilir. Öte yandan ikizkenar yamuk olarak adlandırdıkları ve bir çift karşılıklı kenarı birbirine eşit olarak çizdikleri dörtgen için $Ö_8$ ve $Ö_{20}$ sırasıyla "*θ+α=180°dir*" ve "*komşu açıların toplamı 180°dir*" açıklamalarıyla dolaylı olarak paralelliğe değinmişlerdir. $Ö_9$ ise bir çift karşılıklı kenarları eşit olarak çizdiği dörtgeni "*taban açılarının eşit olmasına göre*" ikizkenar yamuk olacağını belirtmiştir. Yamuk kavramını yamuk çeşitleriyle açıklamayı tercih eden $Ö_{22}$, bir çift kenarın paralel olduğunu belirtmekle birlikte, köşegenlerin birbirine eşit olduğu ve paralel olmayan kenarların eşit uzunlukta olduğu durumlarda ikizkenar yamuğun, yan kenarlardan biri, paralel olan kenarlara dik olduğun durumlarda ise dik yamuğun elde edileceğini belirtmiştir. Ayrıca alan, çevre ve orta taban kavramlarına ilişkin doğru açıklamalar yapan katılımcılara da rastlanmıştır. Hatalı çizim yapan katılımcıların bazıları ise her ne kadar açıklamalar ile çizimlerini destekleseler de yamuk için doğru anlamaya ulaşmakta başarısız olmuşlardır. Örneğin; $Ö_6$ "*kenar uzunlukları birbirinden farklı olan dörtgen*" açıklamasını yaparken, $Ö_{13}$ "*dik yamuk bir dörtgenden ve bir üçgenden oluşur. İkizkenar yamuk iki üçgen ve bir dörtgenden oluşur*" ve $Ö_{15}$ ise "*indirilen dikmeler iki üçgene ayırır*" açıklamalarını yapmışlardır. Öte yandan çizim yapmayan $Ö_{11}$ ve $Ö_{14}$ açıklamalarında yamuk için doğru anlamaya ulaşamamışlardır. $Ö_{11}$ yamuğun dörtgen olduğuna değinirken, $Ö_{14}$ ise $Ö_6$ ile aynı açıklamayı yapmıştır.

3.6. ÖA'nın deltoide ilişkin anlamaları

ÖA'nın deltoide ilişkin çizimlerine ve açıklamalarına ait sonuçlar Tablo 7 ile verilmiştir.

Tablo 7. ÖA'nın deltoide ilişkin çizim ve açıklamaları

	Çizimler	**(f)** Katılımcılar	AÇ	**(f)** Katılımcılar
Doğru		**(16)** Ö$_1$,Ö$_4$,Ö$_6$, Ö$_7$,Ö$_8$,Ö$_9$,Ö$_{10}$, Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{15}$,Ö$_{20}$, Ö$_{21}$,Ö$_{22}$,Ö$_{23}$, Ö$_{24}$,Ö$_{25}$	DE1	**(16)** Ö$_1$,Ö$_4$,Ö$_6$,Ö$_7$,Ö$_8$, Ö$_9$,Ö$_{10}$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{15}$,Ö$_{20}$,Ö$_{21}$,Ö$_{22}$,Ö$_{23}$,Ö$_{24}$,Ö$_{25}$
			DE2	**(2)** Ö$_8$,Ö$_{24}$
			DE3	**(6)** Ö$_1$,Ö$_9$,Ö$_{10}$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$, Ö$_{15}$
Hatalı		**(3)** Ö$_2$,Ö$_{19}$,Ö$_{21}$	DE0	**(4)** Ö$_2$,Ö$_{19}$,Ö$_{21}$,Ö$_{26}$
			DEa	**(6)** Ö$_3$,Ö$_5$,Ö$_{11}$,Ö$_{14}$,Ö$_{17}$, Ö$_{18}$
			DEd	**(1)** Ö$_{16}$

Tablo 7'ye göre geometrik çizimleri kullanan 21 katılımcıdan 18'i deltoide ilişkin çizimler yapmıştır. Bu çizimlerden 16'sı doğru, 3'ü hatalı çizimdir. Burada Ö$_{21}$'in birisi doğru ve diğer hatalı olan iki farklı çizimi bulunmaktadır. Doğru çizim yapan katılımcıların tamamı "*iki çift komşu kenarı eşit uzunlukta olan dörtgen*", Ö$_{12}$,Ö$_{13}$ ve Ö$_{15}$ ise "*tabanları eşit uzunlukta iki ikizkenar üçgenin tabanlarının çakıştırılmasıyla elde edilen dörtgen*" tanımlarını benimsemişlerdir. Doğru çizim yapan katılımcıların yarısı deltoitte köşegenlerden birinin açıortay doğrusu olduğuna dair çizimler yapmışlardır. Öte yandan doğru çizim yapan katılımcılardan Ö$_8$,Ö$_{12}$,Ö$_{13}$,Ö$_{20}$,Ö$_{23}$,Ö$_{24}$ ve hatalı çizim yapan katılımcılardan Ö$_2$ çizimlerinde köşegenlerin dik olduğunu göstermiş olsalar da köşegenlerden en az birinin diğerini ortaladığını göstermemeleri dikkati çekmiştir. Hatalı çizim yapan ÖA ise "*herhangi bir dörtgen*" ve "*köşegen(ler)i açıortay olan dörtgen*" şeklinde deltoidi açıklamışlardır. Örneğin; Ö$_2$ ve Ö$_{21}$ deltoid için her ne kadar iki çift komşu kenarı eşit uzunlukta olan, köşegenleri dik olan/olmayan bir dörtgen çizimi yapsalar da açıortay doğrusu olarak kabul ettikleri köşegenden dolayı, sadece -yine bir deltoid olan- eşkenar dörtgeni göz önüne almışlardır. Nitekim bu çizim deltoid tanımı için her zaman geçerli değildir.

Çizimlere ek olarak açıklamalar incelendiğinde; ÖA'nın 16'sı "*iki çift komşu kenarı eşit uzunlukta olan dörtgen*", 6'sı "*tabanları eşit uzunlukta iki ikizkenar üçgenin tabanlarının çakıştırılmasıyla elde edilen dörtgen*" ve 2'si "*en az bir köşegeni diğerini dik ortalayan dörtgen*" tanımlarına işaret etmişlerdir. Tablo 9'da bazı katılımcıların çizimlerde olduğu gibi birden fazla deltoid tanımını göz önüne aldıkları görülmektedir. Örneğin; doğru çizim yapan tüm katılımcılar "*iki çift komşu kenarları eşit uzunlukta olan dörtgen*" açıklamasını–vurgularken, Ö$_8$ ve Ö$_{24}$ çizim ve açıklamalarında "*en az bir köşegeni diğerini dik ortalayan dörtgen*" ifadesini vurgulamışlardır. Benzer şekilde çizimlerinde tabanları eşit uzunlukta iki ikizkenar üçgenin tabanlarının çakıştırılmasıyla elde edilen dörtgen açıklamasına değinen Ö$_{12}$,Ö$_{13}$ ve Ö$_{15}$'e ek olarak Ö$_1$,Ö$_9$,Ö$_{10}$'da açıklamalarında tabanları eşit uzunlukta olan iki ikizkenar üçgenin tabanlarından çakıştırılarak elde edilen dörtgeni vurgulamışlardır. Öte yandan Ö$_7$ ile Ö$_{23}$ deltoidin çevresine dair, $Ö_7$,$Ö_{19}$,$Ö_{20}$,$Ö_{23}$ ise deltoidin alanına dair doğru açıklamalar yapmışlardır. Hatalı çizim yapan katılımcılar açıklamalarıyla çizimlerini desteklemeye çalışsalar da çizimlerindeki hatayı/eksiği kapatmayı başaramamışlardır. Nitekim çizimlerinde herhangi bir dörtgen olarak deltoidi ele alan $Ö_{19}$ "*karşılıklı kenarları eşit ve paralel*" açıklamasını yapmıştır. Bununla birlikte geometrik çizim yapmayan ÖA'ndan $Ö_{26}$'nın her ne kadar "*köşegen kesişimi diktir*" açıklaması doğru olsa da en az bir köşegenin diğerini ortaladığını belirtmemesi nedeniyle eksik bir açıklamadır.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

ÖA'nın tamamı kavram haritalarında "dörtgen" kavramını kullanmışlar ancak dörtgenin kapalı bir şekil olmasına hiçbiri değinmemiştir. ÖA'nın kareyi, dikdörtgeni, paralelkenarı, eşkenar dörtgeni, yamuğu ve deltoidi birer dörtgen olarak ifade etmeleri ve kapalı şekil olarak çizimlerini yapmaları, onların dörtgenlerin kapalı bir şekil olma durumunu sezgisel olarak bildikleri şeklinde yorumlanmıştır. Bu sonuç Ulusoy ve Çakıroğlu'nun (2017) ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme durumlarını inceledikleri çalışmalarında elde ettikleri "*paralelkenarın kapalı bir şekil olma durumunu sezgisel olarak bilme*" sonucuyla paralellik göstermektedir. Ancak bu sonuç dörtgenler hakkında yapılan çalışmalarda değinilen bir sonuç olmadığı için bu çalışmanın özgün sonuçlarından biridir. Bununla birlikte ÖA'nın büyük bir çoğunluğu kavram haritalarını dörtgenlerde aile ilişkilerini göz ardı ederek oluşturmuşlardır. Elde edilen bu sonuç alanyazında dörtgenleri hiyerarşik sınıflamada sıkıntılar yaşandığını gösteren çalışmaları (Akuysal, 2007; Erez & Yerushalmy, 2006; Erşen ve Karakuş, 2013; Fujita & Jones, 2007; Okazaki & Fujita, 2007) desteklemektedir. Dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin özellikle de ÖA tarafından bilinmesi ve özümsenmesi, hem kendilerinin hem de öğrencilerinin karşılaştıkları problemlerde farklı bir bakış açısıyla yorum yapabilmelerine katkı sağlayabilir. Bu nedenle öğretmen adaylarına lisans düzeyinde dörtgenlerin ele alındığı Geometri, Özel Öğretim Yöntemleri II gibi derslerde -her ne kadar bu derslerin hedefi olmasa da- dörtgen özelliklerine ve bunlar arasındaki ilişkilendirmelere dair bilgi eksikliklerinin giderilmesine yönelik etkinlikler veya öğretim ortamları tasarlanabilir.

ÖA'nın çoğunluğunun kavram haritalarını oluştururken geometrik çizimleri kullanmaları, bu araştırmanın genel sonuçlarından biridir. Geometrik çizimleri kullanan katılımcıların tamamı çizimlerinde kareyi ele almışlardır. Daha sonra sırasıyla paralelkenar, dikdörtgen ve deltoid çizimleri ele alınmıştır. Eşkenar dörtgen ve yamuk ise katılımcılar tarafından çizimi en az yapılan dörtgenler olmuştur. Bu çizimler, ÖA'nın zihinlerinde var olan imajların bir yansıması olarak yorumlanmıştır. Nitekim Tall ve Vinner (1981) kavram imajlarını, kavrama ait zihinsel resim, özellik ve süreçleri içeren bilişsel bir yapı olarak tarif etmiştir. Ayrıca yapılan tüm çizimler incelendiğinde, ÖA'nın sıklıkla prototip olarak adlandırılan, kitaplarda çoğunlukla rastlanan şekilleri çizdikleri belirlenmiştir. Alanyazında yapılmış çalışmalarda da (Akkaş & Türnüklü, 2015; Aktaş ve Aktaş, 2012b; Erşen ve Karakuş, 2013; Fujita & Jones, 2007; Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü ve ark., 2013) katılımcıların çoğunlukla prototip şekilleri kullandıkları ifade edilmektedir. Bu durum ÖA'nın kavram tanımlarını değil, daha önce kendilerine geometrik şekiller tanıtılırken genellikle şekillerin sadece bilinen yaygın örneklerinin sunulması (Toptaş, 2010) sonucunda zihinlerinde oluşan dörtgen imajlarını kullandıklarını göstermektedir. Bu nedenle konum ve boyut gibi kavramın belirleyici olmayan özellikleri sunularak ve yaygın olmayan örnekler verilerek öğrencilere dörtgenlerin belirleyici özellikleri kavratılabilir.

ÖA yamuk hariç diğer tüm özel dörtgenlerde çoğunlukla doğru çizimler yapmışlardır. Bu durum Türnüklü ve arkadaşlarının (2013) "*yamuk için hatalı çizimler yapma*" sonucuyla örtüşmektedir. Hatalı çizimlerinde ise ÖA'nın genellikle kitaplarda rastlanan ve notasyonları olmayan, yetersiz-yanlış notasyonları olan geometrik şekilleri ele aldıkları tespit edilmiştir. Çizimler görünüm olarak her ne kadar adı geçen dörtgeni temsil ediyor gibi görünse de, ele alınan dörtgeni doğru bir şekilde yansıtmamaktadır. Nitekim hatalı çizimler incelendiğinde ÖA'nın özel dörtgenlere ilişkin "*şekil olarak o dörtgene benzeyen herhangi bir dörtgen*" şeklinde anlamalarının olduğu belirlenmiştir. Ek olarak hatalı çizimlerde katılımcıların anlamaları dikdörtgen için "*karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen*", paralelkenar için "*sadece bir çift kenarı birbirine paralel olan dörtgen*", eşkenar dörtgen için "*karşılıklı kenarları eşit olan dörtgen*", yamuk için "*iki kenarı eşit olan dörtgen*" ve deltoid için "*köşegenleri açıortay olan dörtgen*" şeklinde olmuştur. Bu bulgular ÖA'nın kavramsal bilginin yetersiz veya yanlış olduğu durumlarda, kavramın yorumlanmasında şekli baz aldıklarını dolayısıyla geometrik şekillerin görsel özelliklerine ve statik pozisyonlarına aşina olduklarını göstermektedir. Fischbein (1993) bu süreci kavramsal bilginin şekli kontrol edememesi olarak açıklamaktadır. Bu durum ÖA'nın dörtgenlerin birbirleriyle olan ilişkilerini anlamada sıkıntı yaşamalarının bir sebebi olabilir. Bu durumu aşabilmek için dörtgenlere ilişkin kritik olan ve olmayan özelliklerin sınıf ortamında tartışılması önerilebilir. Öte yandan ÖA'nın, açıklamaları ve çizimleri birbirlerini desteklemek için kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının -özellikle hatalı çizimlerini- açıklamalarla desteklemeye çalışmaları, ÖA'nın kavramlara ilişkin kenarların eşitliği, paralelliği ya da açılarının eşitliği gibi özellikleri gösterme ihtiyacı duymadıklarını göstermektedir. Bu sonuç Erşen ve Karakuş'un (2013) çalışmalarında elde ettikleri "*kavramlara ilişkin özellikleri gösterme ihtiyacı duymama*" sonucuyla benzerlik göstermektedir. Bu durum ÖA'nın aşina oldukları dörtgenlerin şekillerini çizerken daha çok sezgisel davrandıklarını göstermektedir. Bununla birlikte yazılı açıklamalar, kavramlara ilişkin doğru anlamalara ulaşmakta her zaman yeterli olmamıştır. Bir başka ifade ile karede hatalı çizim yapan ÖA açıklamalarıyla doğru anlamalara ulaşmalarına rağmen, dikdörtgende ve paralelkenarda hatalı çizim yapanlar doğru anlamalara ulaşmışlar ancak doğru çizim yapanların bazıları ise hatalı açıklamalar yapmışlardır.

Eşkenar dörtgende ise hatalı çizim yapanların bazıları açıklamalarıyla doğru anlamalara ulaşırken, doğru çizim yapanların bazıları hatalı açıklamalar yapmışlardır. Deltoid ve yamuk kavramlarında ise -yamuğa ve deltoide benzer şekilleri çizmiş olmakla birlikte- hatalı çizim yapan katılımcılar her ne kadar açıklamalarıyla çizimlerini destekleseler de doğru anlayışa ulaşmada başarısız olmuşlardır. Bu bulgu alanyazında yamuk ve deltoid kavramlarının öğrencilerin sıklıkla zorlandığı konular olduğunu destekler niteliktedir (Akuysal, 2007; Doğan ve ark., 2012; Erşen ve Karakuş, 2013). Bu durum bu ÖA'nın dörtgenlerle ilgili bazı zorluklar yaşadıklarını, kavram tanımına ait gerekli ve yeterli ölçütleri göz ardı ettiklerini ve yeterli matematiksel bilgiye sahip olmadıklarını göstermektedir. Nitekim ÖA dörtgenlerin kenar, açı ve köşegen gibi özelliklerinde bilgi eksikliklerine ve bazı kavram yanılgılarına sahip oldukları belirlenmiştir. Örneğin $Ö_{11}$'in kare ve dikdörtgen için kenarların 90° olduğunu belirtmesi, $Ö_{14}$ kare için kenarların aynı uzunlukta olduğunu ve $Ö_{10}$ ile $Ö_{14}$ ise dikdörtgen için karşılıklı kenarların eşit olduğunu belirtmişlerdir. Burada kenarların açı olarak algılanması Horzum'un (2016) çalışmasında da elde ettiği bir kavram yanılgısı iken, kenar uzunlukları eşit olan ve karşılıklı kenarları eşit olan dörtgenlerin açıları 90° olmadığı sürece sırasıyla kare ve dikdörtgen olarak adlandırılamayacaktır. Eşkenar dörtgen için $Ö_1$'in bütün kenarları ve açıları eşit olan bir dörtgen ifadesini kullanması her ne kadar yanlış olmasa da eşkenar dörtgen için her zaman doğru olan bir bilgi değildir. Çünkü bu durumda kare elde edilecektir. Bu sonuç Pickreign'in (2007) "*eşkenar dörtgen tanımını ifade etmede yetersiz olma*" ve Ay ve Başbay'ın (2017) "*kare ve eşkenar dörtgen arasında ilişki kuramama*" sonuçlarıyla örtüşmektedir. Ayrıca eşkenar dörtgen için $Ö_{11}$'in kenarların birbirine paralel olduğunu belirtmesi ancak hangi kenarların (en az/en çok bir çift, karşılıklı vs.) paralel olduğunu belirtmemesi ve kenarların eşitliğinden bahsetmemesi, $Ö_9$'un ise karşılıklı kenarların eşitliğini ifade etmesi, eşkenar dörtgen hakkında yeterli matematiksel bilgiye sahip olmadıklarını göstermektedir. ÖA'nın eşkenar dörtgenin özelliklerini keşfetmek için kâğıt katlama yöntemini kullanmaları önerilebilir. Nitekim Duatepe-Paksu (2017) araştırmasında kâğıt katlama yönteminin eşkenar dörtgene yönelik bilgilerin öğrenilmesini kolaylaştırdığını ifade etmektedir. Öte yandan yamuk için $Ö_6$'nın kenar uzunluklarının birbirinden farklı olduğunu belirtmesi, yamuk kavramını yansıtmamaktadır. Bu bulgular katılımcıların özel dörtgenlerin kritik özelliklerini sorgulamadan görsel özelliklerine odaklandıklarını (Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017) göstermektedir. Bu sonuç kavramların tanınmasında şekilsel yönün daha baskın olduğuna dair görüşleri (Fischbein, 1993; Tall & Vinner, 1981) destekler niteliktedir.

Bazı ÖA'nın zorluklar yaşadıkları ve bilgi eksiklerine sahip olduğu ikinci konu alanyazında da görülen dörtgenlerin köşegen özellikleri hakkındadır. Örneğin; $Ö_9$ dikdörtgende köşegenlerin açıortay olduğunu (Ay ve Başbay, 2017), $Ö_1$ dikdörtgende köşegenlerin dik olduğunu; $Ö_9$ ve $Ö_{11}$ paralelkenarda köşegenlerin açıortay olduğunu belirtmişlerdir. $Ö_3$ ve $Ö_9$ eşkenar dörtgende köşegen uzunluklarının birbirine eşit olduğunu (Ay ve Başbay, 2017) belirtmişlerdir. Ancak kenarları eşit bir paralelkenar olan eşkenar dörtgende köşegen uzunlukları her zaman eşit olmadığı gibi, paralelkenarda köşegenler her zaman açıortay değildir. Deltoidde ise $Ö_{26}$'nın köşegenlerin birbirine dik olduğunu belirtmesi ancak en az bir köşegenin diğerini ortaladığını belirtmemiş olması deltoid ile ilgili eksik bilginin varlığına işaret etmektedir. Bu bilgi eksikliklerini ve yaşanılan zorlukları aşabilmek adına, hem öğretmen adaylarının hem de lisans öncesi öğrencilerinin ders programlarında yer alan geometri derslerinde GeoGebra ve Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımlarının kullanımına daha fazla yer verilmesi ve kavramsal ilişkilendirmelerin görseller ile desteklenmesi önerilebilir. Bazı ÖA ise özellikle iki kenarının ve bir açısının ölçüsü bilinen paralelkenar ve eşkenar dörtgenin alan formüllerini ifade etmede bazı zorluklarla karşılaşmışlardır. Paralelkenar için $Ö_3$ "*½.a.b.sinα*", $Ö_{25}$ ise "*a.b.cosα*" formülü ile paralelkenarın alanının bulunacağını ifade etmiştir. İki kenar uzunluğu farklı olan dörtgen şeklindeki eşkenar çizimi için $Ö_{19}$, -Ay ve Başbay'ın (2017) çalışmalarında olduğu gibi-eşkenar dörtgenin alanının bu iki kenar uzunluklarının çarpımı olduğunu belirtmiştir. Kenar uzunlukları için iki farklı açıklaması olan $Ö_{25}$ ise karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu belirttiği eşkenar dörtgenin alanının *a.b.cosα* şeklinde yazmıştır. Oysa iki kenarı bilinen bir paralelkenarın alanı *a.b.sinα* ve bir paralelkenar olan eşkenar dörtgenin alanı ise $a^2.sin\alpha$ formülü ile bulunmaktadır. Ortaya çıkan bu sonuç öğretmen adaylarının sadece kavramsal değil aynı zamanda işlemsel bazı sıkıntılar yaşadıklarını göstermektedir. Baykul'un (2005) da ifade ettiği gibi ÖA kavramların oluşmaması, kavramlarla işlemler arasındaki bağın kurulamaması veya her iki durumun birlikte gerçekleşmesi sonucunda işlemsel yanılgılara düşmüşlerdir. Bu nedenle öğrencilere geometrik ilişkileri keşfedebilecekleri ve bu geometrik ilişkileri kullanabilecekleri uzunluk, alan hesabı gibi etkinliklerin beraber sunulması, kavram ve şekil arasındaki etkileşimi güçlendirmek adına önerilebilir.

ÖA'nın zorluklar yaşadığı bir başka konu ise matematiksel dilin kullanımıdır. Yamuk için $Ö_{13}$'ün dik yamuğun bir dörtgen ve bir üçgenden, ikizkenar yamuğun ise iki üçgen ve bir dörtgenden oluştuğunu, $Ö_{15}$'in ise indirilen dikmelerin ikizkenar yamukta iki üçgen oluşturduğunu belirtmesi bu duruma örnektir. Bu açıklamalar kişisel tanımlamaları içermekle (Tall & Vinner, 1981) birlikte matematiksel olarak kabul edilebilir ifadeler değildir. $Ö_{15}$ yamukta olduğu gibi şekilleri temel alarak paralelkenarda da "*iki üçgen bir kareden oluşur ve yükseklikleri eşittir*" açıklamasını kullanmıştır. Ancak burada paralelkenarda yüksekliklerin sadece bazı durumlarda eşit olacağı aşikârdır. Ayrıca $Ö_1$'in paralelkenarda "ardışık iki açının toplamı" ifadesi yerine "*altlı üstlü kenar açıları toplamı 180°*" açıklaması ile uygun matematiksel dili kullanmada başarısız olmuştur. Bunun nedeni ÖA'nın günlük dilde kullanılan sözcüklerle matematik kavramlarını açıklamaya çalışmalarından kaynaklanmaktadır. Bu sonuç Ay ve Başbay'ın (2017) çalışmalarında matematiksel dilin kullanımı ile ilgili sonuçları ile örtüşmektedir. Bu sonuç için, matematiksel ve günlük dil kullanımının dörtgenlerle ilgili algıları nasıl değiştirdiğinin, hangi etkilere yol açtığının daha detaylı çalışmalarla ortaya çıkarılması önerilebilir.

Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik çoğunlukla doğru anlamalara sahip oldukları belirlenmiştir. Doğru anlamalara sahip ÖA, kenar, açı ve köşegen özelliklerinin kullanıldığı birden fazla tanıma işaret etmekle birlikte, baskın olarak kenar özelliklerini kullanmışlardır. Bu bulgu ÖA'nın dörtgenlere yönelik deneyimlerinin ön plana çıktığını (Tall & Vinner, 1981) ve bunların kenar özellikleri üzerine temellendirildiğini göstermektedir. Bu bağlamda ÖA'nın çizimlerinde ve açıklamalarında kareye ilişkin baskın anlamaları *"(en az) bir açısının ölçüsü 90° ve tüm kenarları eşit olan dörtgen*" şeklindedir. Burada sadece $Ö_{10}$ ve $Ö_{12}$'nin bir açının 90° olduğuna değinmeleri, Zaskis ve Leikin'in (2008) çalışmalarında ele aldıkları minimallik ilkesine dikkat ettiklerini göstermektedir. Bununla birlikte üçer öğretmen adayının kareyi köşegen özelliklerini kullanarak, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen bazında açıkladıkları belirlenmiştir. Burada dikdörtgen bazında karenin açıklanması, Pickreign'in (2007) çalışmasında 40 öğretmen adayının sadece 9'unda, Fujita ve Jones'un (2007) birinci sınıf öğrencisi olan 158 öğretmen adayı üzerinde yaptıkları çalışmalarında ise sadece 20 öğretmen adayında görülmüştür. Okazaki ve Fujita'nın (2007) İskoç ÖA üzerinde yürüttükleri çalışmalarında da eşkenar dörtgen ve dikdörtgen ile kare kavramının açıklandığı görülmüştür. ÖA'nın dikdörtgene ilişkin baskın anlamaları *"açılarının ölçüsü 90° olan ve karşılıklı kenarları eşit uzunlukta olan dörtgen*" şeklinde olmuştur. Ardından ÖA en çok "*karşılıklı kenarları paralel ve en az bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgen*" anlamalarını sergilemişlerdir. ÖA dikdörtgeni ayrıca köşegen özelliklerini kullanarak ve paralelkenar kavramı ile açıklamışlardır. Burada dikdörtgenin bir açısının ölçüsü 90° olan bir paralelkenar olduğu ifadesinin sadece 3 matematik öğretmeni adayı tarafından dile getirilmiş olması dikkate değer bir bulgudur. Çünkü Okazaki ve Fujita'nın (2007) 15 ve 18 yaşındaki öğrenciler ve sınıf öğretmeni adayları ile gerçekleştirdiği çalışmada, dikdörtgenin paralelkenar olup olmadığına dair sorulan sorulara katılımcılar tarafından verilen doğru yanıtlar %50 civarındadır. Bu bulgu her ne kadar bir paralellik gibi görünüyor olsa da matematik öğretmeni adaylarının bu kapsama ilişkisini, 15-18 yaşındaki öğrencilerden ve sınıf öğretmeni adaylarından daha iyi bilmeleri gerektiği düşünülmektedir.

ÖA'nın paralelkenara ilişkin baskın anlamaları alanyazında da karşılaşıldığı gibi *karşılıklı tüm kenarların paralel olan dörtgen* (Toumasis, 1995) ve *iki çift karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan dörtgen* (Aktaş ve Aktaş, 2012b) olmak üzere iki şekilde ortaya çıkmıştır. Ayrıca paralelkenara değinen katılımcıların sadece dördü köşegen özelliklerini kullanarak paralelkenarı açıklamışlardır. Katılımcılardan birisi açıklamalarında, bazı araştırmaların (Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü, 2014; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017) da bir bulgusu olan paralelkenarın açılarının 90° olamayacağı ifadesini kullanmıştır. Aynı katılımcının köşegenlerin birbirini ortaladığını ve köşegenlerin birbirine eşit olmadığını da belirtmesi paralelkenarı özel durumlarından soyutladığını göstermektedir. Nitekim köşegenleri birbirini ortalayan fakat eşit uzunlukta olmayan dediğimizde kare ve dikdörtgeni tanımdan çıkarmış oluruz (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013, s. 267). ÖA'nın eşkenar dörtgene ilişkin baskın anlamaları "*kenar uzunlukları eşit olan dörtgen*" şeklindedir. ÖA eşkenar dörtgeni ayrıca paralelkenar bazında ve köşegen özelliklerini kullanarak açıklamışlardır. Elde edilen tüm bu eşkenar dörtgen anlamaları, 8. sınıf öğrencilerinin köşegenlerin farklı durumlarda kesişmesiyle oluşan özel dörtgenleri tanıma durumlarını inceleyen Aktaş ve Aktaş'ın (2012a) çalışmasında da ulaşılmıştır. Öte yandan ÖA'ndan sadece 9'unun paralelkenar bazında eşkenar dörtgeni açıklaması, Fujita ve Jones'un (2006b) öğrencilerin eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasında zayıf ilişkiler kurduklarını gösteren çalışması ile Nakahara'nın (1995) ve Akuysal'ın (2007) öğrencilerin paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkinin tanınmasında zorlandıklarını belirten çalışmalarının sonuçları ile paralellik arz etmektedir. Bununla birlikte bu sonuç Bütüner ve Filiz'in (2017) öğretmenlerin paralelkenar-eşkenar dörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi görmede çok sıkıntı yaşamadıkları sonucuyla çelişmektedir. Bununla birlikte Okazaki ve Fujita'nın (2007) sonucuyla benzer şekilde ÖA'nın birçoğu - yukarıda bahsedildiği gibi- kareyi dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel bir hali olarak algılamada zorluk yaşarken, eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak algılamada daha başarılı olmuşlardır.

ÖA yamuk kavramını çoğunlukla ikizkenar yamuk daha sonra da dik yamuk ile açıklamaya çalışmışlardır. Yamuk çizimleri ise -Türnüklü ve diğerlerinin (2013) çalışmasında olduğu gibi- genellikle notasyonla ikizkenar yamuk olarak gösterilmese de ikizkenar yamuk biçiminde olmuştur. Bununla birlikte ÖA'nın yamuk anlayışları baskın olarak –en az/en çok bir ifadelerini belirtmeden- bir çift kenarı paralel olan dörtgen şeklindedir. Bu da Usiskin ve arkadaşlarının (2008) belirttiği gibi katılımcıların yamuğu çoğunlukla "*yalnız bir çift kenarı paralel olan dörtgen*" olarak benimsediklerini göstermekte ve alanyazındaki bazı araştırmaların (Duatepe-Paksu ve ark., 2012; Nakahara, 1995; Türnüklü, 2014) sonucuyla benzerlik göstermektedir. Ancak katılımcılardan sadece biri karşılıklı kenarların paralel olmasına değinmiştir. Buna göre katılımcıların çoğunluğunun paralelkenarı ve yamuğu iki ayrı dörtgen sınıfı olarak ayırdıkları ve yamuğu tek başına bir dörtgen sınıfı olarak gördükleri söylenebilir. Nitekim Nakahara (1995) paralelkenar ve yamuk arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından görülebilen en zor ilişki olduğunu belirtmiştir. Bu durum öğrenme deneyimlerinde tipik yamuk şekillerinin sunumundan kaynaklanabileceği gibi yamuk tanımında bulunan "en az" ifadesinin kullanımından da kaynaklanabilir. ÖA ikizkenar yamuk için ise "*bir çift karşılıklı kenarı eşit uzunlukta ve en az bir çift komşu açısı eş olan dörtge*n" ve "*bir çift karşılıklı kenarı eşit uzunlukta ve karşılıklı açıları bütünler olan dörtgen*" şeklindeki anlamalara sahiptir. ÖA'nın dik yamuk için iki çift kenarının paralel olmasına ek olarak "*bir çift komşu açısı 90° olan dörtgen*" şeklinde anlamaları bulunmaktadır. Son olarak yüksek oranda doğru çizimi yapılan ve sadece üç katılımcının hatalı çizim yaptığı deltoid için, açıklamalar da göz önüne alındığında "*iki çift komşu kenarı eşit uzunlukta olan dörtgen*" şeklinde bir anlama ön plana çıkmıştır. Bununla birlikte katılımcıların bazıları deltoid için alanyazında da elde edilen *tabanları eş iki ikizkenar üçgenin birleşimi olan bir dörtgen* (Türnüklü ve ark., 2013) ve sadece ikisi ise *en az bir köşegeni diğerini dik ortalayan dörtgen* (Aktaş ve Aktaş, 2012a) şeklindeki anlamaları bulunmaktadır. Tüm bu deltoid anlayışlarına rağmen hiçbir öğretmen adayı her eşkenar dörtgenin aynı zamanda bir deltoid olduğunu ifade etmemişlerdir. Bu sonuç bu araştırmanın özgün sonuçlarından bir diğeridir.

Yukarıda bahsedilen sonuçlara ulaşırken bazı katılımcıların karşılıklı açıların ve kenarların eş veya ardışık açı ölçüleri toplamının 180° olması şeklindeki paralel olmayı gerektirecek açıklamaları, ÖA'nın bahsi geçen dörtgenlerde paralel kenarların farkında oldukları şeklinde yorumlanmıştır. Öğretmen adayları bu açıklamalarla paralel olma gerekliliğinin farkında olabilecekleri gibi bu özellikleri ezberlemiş te olabilirler. Ancak bu araştırmada amaç, işaret edilen kavram tanımını tespit etmek olduğu için altta yatan sebep araştırılmamıştır. Araştırmanın bir sınırlılığı olan bu durum ÖA ile kapsamlı görüşmeler yapılarak irdelenebilir. Sonuç olarak bu çalışma kavram haritalarının lisans düzeyinde de bir konunun ne kadar öğrenildiğini belirlemede, kavram yanılgılarını belirlemede ve öğrencileri tanımada kullanılabilecek etkili bir yöntem olduğunu ortaya koymuştur. Dolayısıyla diğer geometrik kavramlarda veya matematiksel kavramlarda da öğrenci anlamalarını tespit etme amacını taşıyan araştırmacılara kavram haritasını kullanmaları önerilebilir.

The Investigation of Preservice Mathematics Teachers' Knowledge about Quadrilaterals through Concept Maps

Extended Abstract

Introduction

In geometry course people not only learn the characteristics of geometric figures and structures, their relations with each other, but also learn to mount mathematical arguments about geometric relations. For that reason, quadrilaterals are among the most basic subjects in geometry and they are very important since quadrilaterals include the concepts of square, rectangle, parallelogram, trapezoid, kite and rhombus and the relations among these concepts. However, the relations between these concepts may vary in accordance with their being exclusive or inclusive definitions. So it seems important to know which definitions or characteristics people use to determine their knowledge about quadrilaterals.

In literature, there have been a lot of research on quadrilaterals at different class levels. The results show that individuals have often difficulty in classifying, defining and indicating the properties of the quadrilaterals, in drawing the geometric figures and in showing the relations between quadrilaterals. Besides, teaching the concepts is given high importance in school mathematics course in our country. Thus, mathematical concepts play an important role in laying and developing the foundations of mathematical thinking (Toumasis, 1995). In mathematics teaching, teachers should pay attention to the connections among mathematical concepts in order to avoid the problems mentioned in literature. In this point, the importance of concept maps which visualize the connections among the mathematical concepts cannot be neglected. Concept maps are used as a means in the evaluation of conceptual understanding of people and their knowledge of mathematics. In the current study, concept maps will be used to evaluate the conceptions of the PMTs' on quadrilaterals (square, rectangle, parallelogram, rhombus, trapezoid, and kite) regarding their drawings and their written explanations through concept map method.

Method

This case study, which allows us to make an in-depth analysis of a group or an event, is conducted with 26 PMTs. These PMTs were third year students in Primary School Mathematics Teaching Department and they were taking Instructional Technology and Material Development and Special Teaching Methods I courses. In these courses, participants were given information about concept map design and some samples of concept maps were presented. Theoretical information about concept maps were given again in Special Teaching Methods II course. Documents are obtained through concept map technique such as "design a map" which has low guidance. When drawing concept maps about the quadrilaterals, The PMTs did not use any sources such as internet, book etc. but performed with the knowledge they had in their minds. The PMTs' drawings and

highlighted concept definitions related to quadrilaterals were analyzed descriptively on the basis of their correctness or incorrectness according to criteria from some investigations (Erşen and Karakuş, 2013; Türnüklü et al., 2013; Öztoprakçı and Çakıroğlu, 2013). Data analysis was also repeated by the researcher at different time periods (6 months after the first coding). In both coding processes, the points of 'agreement' and 'disagreement' were discussed and necessary changes were made. Then, results from the first coding and second coding were united and consistency percentage was calculated using the formula – Reliable = Agreement / (Agreement + Disagreement) suggested by Miles and Huberman (1994). After this process, 92% agreement was achieved.

Results

The present research showed that all of the PMTs used "quadrilateral" concept in their concept maps. However, none of the PMTs has indicated that a quadrilateral is a closed figure. PMTs have mentioned about square, rectangle, parallelogram, rhombus, trapezoid and kite as quadrilaterals and have drawn them as closed figures, and this finding is interpreted as the PMTs know quadrilaterals as a closed figure intuitively. This is one the original results of the present research. Most of the PMTs neglected the inclusion relations between quadrilaterals on their concept maps. If PMTs know and assimilate the hierarchical relations among quadrilaterals, they may interpret their own and their students' problems from different points of view. For that reason, activities or learning environments can be designed in lessons at universities about quadrilateral concepts in order to the missing information on characteristics of quadrilaterals and the relations among them.

One of the general results of the current research is that most of the PMTs used geometric drawings while making their concept maps. All of the participants who used geometric drawings handled square, and then, parallelogram, rectangle and kite respectively. Rhombus and trapezoid were the quadrilaterals the PMTs drew the least. Besides, it was determined that the PMTs drew the figures which could be found in books and be called as prototypes. This proved that PMTs have used the concept images in their minds instead of the concept definitions. PMTs made correct drawings, mostly for all quadrilaterals except trapezoid. As for their wrong drawings, it was determined that PMTs handled geometric figures which could be found in books and which had no notation or had insufficient or wrong notation. On the other hand, PMTs used explanations and drawings to support them for each other. They have also tried to support their wrong drawings with explanations, and this proves that they behaved intuitively while they were drawing the quadrilateral figures with which they were familiar. However, their written explanations were not always sufficient to reach the correct meanings of the concepts.

Conclusion and Discussion

It was determined that PMTs generally had a correct understanding of quadrilaterals. While pointing to more than one definition when side, angle and diagonal characteristics were used, PMTs used side characteristics dominantly. This finding indicates that PMTs' experiences about quadrilaterals come into prominence (Tall & Vinner, 1981) and they base them on side characteristics. Therefore, the dominant understandings of PMTs are as the following; a square is a quadrilateral whose (at least) one angle is 90° and all sides are equal; a rectangle is a quadrilateral whose angles are 90° and whose opposite sides are equal. Similar to the one in literature, the understandings of PMTs for parallelogram are a quadrilateral whose all opposite sides are parallel (Toumasis, 1995) and as a quadrilateral that has two pairs of opposite equal sides (Aktas & Aktaş, 2012b). The dominant rhombus understanding of PMTs is as a quadrilateral whose sides are all equal. PMTs tried to explain the trapezoid generally with isosceles trapezoid and then right trapezoid. Although they were not generally showed as isosceles trapezoid with notation, their trapezoid drawings realized as isosceles trapezoid (Türnüklü et al, 2015). But the dominant trapezoid understanding of PMTs is as a quadrilateral having a pair of parallel sides. And finally for kite, having the highest rate of correct drawing has a meaning as a quadrilateral with two pairs of adjacent sides equal.

The aim of the current research was to determine highlighted concept definitions of PMTs about quadrilaterals. However, the reasons why PMTs choose these concept definitions have not been investigated. This is a limitation of the current study and it can be further investigated through detailed interviews with PMTs. As a result, the current study has found out that concept maps are efficient methods to determine how a subject is learned at university level, to find out misconceptions and to be acquainted with students. Therefore, researchers can be suggested to use concept maps for their studies to determine student understandings about other geometrical/mathematical concepts.

Kaynaklar/References

Afamasaga-Fuata'i, K. (2009). Analysing the "Measurement" strand using concept maps and vee diagrams. In K. Afamasaga-Fuata'i (Ed.), *Concept mapping in mathematics* (pp. 19-46). New York: Springer.

Akkaş, E. N., & Türnüklü, E. (2015). Middle school mathematics teachers' pedagogical content knowledge regarding student knowledge about quadrilaterals. *Elementary Education Online, 14*(2), 744-756.

Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Aktaş, D. T. ve Aktaş, M. C. (2012a). 8. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları. *İlköğretim Online, 11*(3), 714-728.

Aktaş, M. C. ve Aktaş, D. Y. (2012b). Öğrencilerin dörtgenleri anlamaları: Paralelkenar örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 1*(2), 319-329.

Ay, Y. ve Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi, 18*(1), 83-104.

Baki, A. ve Şahin, S. M. (2004). Bilgisayar destekli kavram haritası yöntemiyle öğretmen adaylarının matematiksel öğrenmelerinin değerlendirilmesi. *The Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET, 3*(2), 91-104.

Ball, D. L. (1988). *The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: Challenging the myths*. East Lansing, Michigan: National Center for Research on Teacher Education.

Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. Sınıflar)* (8. baskı). Ankara: Pegem Yayınları.

Bütüner, S. Ö. ve Filiz, M. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenleri sınıflandırma becerilerinin incelenmesi. *Alan Eğitimi Araştırmaları Dergisi, 2*(2), 43-56.

Bütüner, S. Ö., & Filiz, M. (2017). Exploring Turkish mathematics teachers' content knowledge of quadrilaterals. *International Journal of Research in Education and Science, 3*(2), 395-408.

Cameron, L. (2006, December 6-8). Picture this: My Lesson. How LAMS is being used with pre-service teachers to develop effective classroom activities. In R. Philip, A. Voerman & J. Dalziel (Eds), *Proceedings of the First International LAMS Conference 2006: Designing the Future of Learning* (pp. 25-34). Sydney: LAMS Foundation.

Chinnappan, M., Lawson, M., & Nason, R. (1999, July 4-7). The use of concept mapping procedure to characterise teachers' mathematical content knowledge. In J. M. Truran & K. M. Truran (Eds.), *Proceedings of the 22nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. (pp. 167-176), Adelaide, South Australia: MERGA.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). New York: Macmillan.

De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *Learning of Mathematics, 14*(1), 11-18.

Doğan, A., Özkan, K., Çakır, N. K., Baysal, D. ve Gün, P. (2012). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin yamuk kavramına ait yanılgıları ve bu yanılgıların sınıf seviyelerine göre değişimi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 5*(1), 104-116.

Duatepe-Paksu, A., İymen, E., & Pakmak, G. S. (2012). How well elementary teachers identify parallelogram? *Educational Studies, 38*(4), 415-418.

Duatepe-Paksu, A. (2017). Constructing a rhombus through paper folding. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48*(5), 763-767.

Edmondson, K. M. (1995). Concept mapping for the development of medical curricula. *Journal of Research in Science Teaching, 32*(7), 777-793.

Erez, M., & Yerushalmy, M. (2006). If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle: Young students' experience the dragging tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11*(3), 271-299.

Erşen, Z. B. ve Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(2), 124-146.

Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education, 20*(10), 1193-1211.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24*(2), 139-162.

Fujita, T., & Jones, K. (2006a). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková, (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 129-136). Prague, Czech Republic: PME.

Fujita, T., & Jones, K. (2006b). Primary trainee teachers´ knowledge of parallelograms. In D. Hewitt (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (Vol. 26(2), pp. 25-30). University of Bristol: BSRLM.

Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education, 9*(1-2), 3-20.

Fujita, T. (2008). Learners' understanding of the hierarchical classification of quadrilaterals. In M. Joubert (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (Vol. 28(2), pp. 31-36). University of Southampton: BSRLM.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomena. *The Journal of Mathematical Behavior, 31*, 60-72.

Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.

Hasegawa, J. (1997). Concept formation of triangles and quadrilaterals in the second grade. *Educational Studies in Mathematics, 32*(2), 157-179.

Horzum, T. (2016). Total görme engelli öğrencilerin perspektifinden üçgen kavramı. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(2), 275-296.

Kaptan, F. (1998). Fen öğretiminde kavram haritası yönteminin kullanılması. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*, 95-99.

Kondratieva, M. F., & Radu, O. G. (2009). Fostering connections between the verbal, algebraic, and geometric representations of basic planar curves for student's success in the study of mathematics. *The Mathematics Enthusiast, 6*(1&2), 213-238.

Loc, N. P., & Viet, N. Q. (2017). Junior school teachers' opinions on teaching topic 'rapezoid' by discovery learning: The investigation in Dong Thap province, Vietnam. *European Journal of Education Studies, 3(*5), 143-149.

McCagg, E. C., & Dansereau, D. F. (1991). A convergent paradigm for examining knowledge mapping as a learning strategy. *Journal of Educational Research, 84*, 317–324.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics, 4*2(2), 179-196.

Nakahara, T. (1995). Children's construction process of the concepts of basic quadrilaterals in Japan. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 27-34). Recife, Brazil: PME.

Novak, J. D. (1996). Concept mapping: A tool for improving science teaching and learning. In D. F. Treagust, R. Duit & B. J. Fraser (Eds.), *Improving teaching and learning in science and mathematics* (pp. 32-43). New York and London: Teachers College Columbia University.

Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In J. H. Woo, J. H. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 41-48). Seoul, Korea: PME.

Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (s. 249-272). Ankara: Pegem Akademi.

Pickreign, J. (2007). Rectangle and rhombi: How well do pre-service teachers know them? *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, 1*, 1-7.

Popovic, G. (2012). Who is this trapezoid, anyway? *Mathematics Teaching in the Middle School, 18*(4), 196-199.

Post, T. R., Harel, G., Behr, M. J., & Lesh, R. (1991). Intermediate teachers' knowledge of rational number concepts. In E. Fennema, T. P. Carpenter & S. J. Lamon (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 194–217). Albany: State University of New York Press.

Rösken, B., & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast, 3*, 181-204.

Ruiz-Primo, M. A. (2004, September 14-17). Examining concept maps as an assessment tool. In A. J. Canas, J. D. Novak & F. M. Gonzalez (Eds.), *Proceedings of the first International Conference on Concept Mapping* (Vol. 1, pp. 555–562). Pamplona, Spain: Universidad Pública de Navarra.

Ruiz-Primo, M. A., Schultz, S. E., Li, M., & Shavelson, R. J. (2001). Comparison of the reliability and validity of scores from two concept-mapping techniques. *Journal of Research in Science Education, 38*(2), 260-278.

Schwarz, B. B., & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(4), 362-389.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Tall, D. O., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(2), 151-169.

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. *The Mathematics Teacher, 88*(2), 98-100.

Toptaş, V. (2010). An analysis of the elementary school mathematics curriculum and presentation of geometry concepts in textbooks. *Elementary Education Online, 9*(1), 136-149.

Tuluk, G. (2015). The evaluation of the concept maps created by future middle school mathematics teachers in regard to the concept of angle. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 6*(2), 323-337.

Türnüklü, E. (2014). Construction of inclusion relations of quadrilaterals: Analysis of preservice elementary mathematics teachers' lesson plans. *Education and Science, 39*(173), 198-208.

Türnüklü, E., Alaylı, F. G., & Akkaş, E. N. (2013). Investigation of prospective primary mathematics teachers' perceptions and images for quadrilaterals. *Educational Sciences: Theory & Practice, 13*(2), 1225-1232.

Ulusoy, F. ve Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme biçimleri: Aşırı özelleme ve aşırı genelleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(1), 457- 475.

Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D., & Willmore, E. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definitio*n. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Willams, C. G. (1998). Using concept maps to assess conceptual knowledge of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(4), 414–421.

Vanides, J., Yin, Y., Tomita, M., & Ruiz-Primo M. A. (2005). Using concept maps in the science classroom. *Science Scope, 28*(8), 27–31.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concepts of functions. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 356-366.

Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980, August 16-17). Concept images and some common cognitive paths in the development of some simple geometric concepts. In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the 4th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 177-184). Berkeley, California: PME.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Kluwer, The Netherlands: Dordrecht.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008*). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zaskis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics, 69*, 131–148.

Kaynak Gösterme

Horzum, T. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler hakkındaki anlamalarının kavram haritası aracılığıyla incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9*(1), 1-30.

Citation Information

Horzum, T. (2018). The investigation of preservice mathematics teachers' knowledge about quadrilaterals through concept maps. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 9*(1), 1-30.