İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğretimsel Açıklamalara İlişkin Tercihleri: Sıfıra Bölme Konusu

Makale geçmişi
Makale geliş tarihi: 28 Mart 2017
Yayına kabul tarihi: 24 Ağustos 2017
Çevrimiçi yayın tarihi: 14 Eylül 2017

Fatih Karakuş[1]

Öz: Öğrencinin matematiksel bir kavramı anlamasını kolaylaştırmak için öğretmenin iyi bir matematik bilgisinin yanında uygun örnek ve açıklamaları seçmesi önemlidir. Sıfıra bölme konusu öğrenciler ve öğretmen adayları için anlaşılması güç olan konulardan biridir. Bu açıdan öğretmen adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik ne tür öğretimsel açıklamaları tercih ettiklerinin belirlenmesi önemlidir. Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerini ve bu tercihlerinin sınıf seviyesine göre değişimini incel emektir. Araştırmada betimsel araştırma yöntemlerinden enlemesine araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini Ege bölgesindeki bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 197 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veriler araştırmacı tarafından sıfıra bölme konusuna yönelik literatürde yer alan öğretimsel açıklamalardan yararlanarak hazırlanan bir anket yardımıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiş ve sınıf seviyesine göre farklılıkların incelenmesinde Kay-Kare testinden yararlanılmıştır. Elde edilen sonuçlar her sınıf seviyesindeki öğretmen adayının somut öğretimsel açıklamaları daha çok tercih ettiklerini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Sıfıra bölme, öğretimsel açıklama, pedagojik alan bilgisi, öğretmen adayı

DOI: 10.16949/turkbilmat.302049

Abstract: Besides having a strong subject-matter knowlege of mathematics teachers need to be expert in selecting and using appropriate examples and explanations so that they could facilitate their studnets' understanding of mathematical concepts. Division by zero is a difficult topic to understand for both students and pre-service teachers. In this respect, it should be identified what kind of instructional examples and explanations are chosen by pre-service teachers related to division by zero. The aim of this study was to examine elementary pre-service mathematics teachers' selection of instructional explanations in accord with the grade levels. Cross-sectional method was used. The reseach sample consisted of 197 pre-service teachers who were attending department of elementary mathematics education in an education faculty of a state university in Aegean region. Data were collected by a questionnaire, which was prepared by the researcher in the light of literature. Data was analyzed in a descriptive way; and Chi-squared test was used to determine how the participating teachers' selection of explanations was changed according to grade level. Findings showed that irrespective of the grade level pre-service teachers preferred, mostly, concrete instructional explanations.

Keywords: Division by zero, instructional explanations, pedagogical content knowledge, pre-service teacher

See Extended Abstract

1. Giriş

Öğretimin niteliğini belirleyen en önemli etkenlerden biri öğretmenin bilgisidir. Son yıllarda öğretmenin bilgisinin öğrenme ve öğretme sürecindeki öneminin fark edilmesi, öğretmenin bilgisini belirleme ve geliştirmeye yönelik çalışmaların artmasına neden olmuştur (Baki, 2013; Ball, 1990; Bütün, 2012; Toluk Uçar, 2011; Yeşildere ve Akkoç, 2010). Öğretmenin bilgisini inceleyen çalışmaların temelini Shulman'ın (1986)

[1] Doç. Dr., Afyon Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Afyon, Türkiye, fkarakus58@gmail.com

öğretmenin bilgisini, alan bilgisi (content knowledge), pedagojik alan bilgisi (pedagogical content knowledge) ve müfredat bilgisi (curriculum knowledge) olarak üçe ayırdığı çalışması oluşturmaktadır. Alan bilgisi, öğretmenin bir alandaki kavram, ilke ya da kurallara yönelik bilgisinin yanında, bu alandaki kavramların yapısını açıklayabilmedeki ustalığı olarak tanımlanmaktadır (Shulman, 1986). Pedagojik alan bilgisi ise, öğretmenin öğreteceği konuyu nasıl öğreteceğinin bilgisidir. Pedagojik alan bilgisinin temelinde konuyu öğretebilmek için bilgiyi öğrencinin kolay anlayabileceği şekle dönüştürmek yer alır. Bu ise ancak öğretmenlerin konuyu yorumladıklarında, konuyu sunmak için farklı yollar kullandıklarında ve konuyu öğrencinin anlayabileceği hale getirdiklerinde gerçekleşmektedir (Baki, 2013). Bunun için öğretmenin farklı sunuş şekilleri, gösterimleri, analojileri, örnekleri ve açıklamaları bilmesi gerekir (Shulman, 1986). Öğretmen ve öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin en önemli göstergelerinden biri matematiksel kural ve kavramlar için yapmış oldukları öğretimsel açıklamalardır. Öğrencinin matematiksel bir kavramı anlamasını kolaylaştırmak için öğretmenin iyi bir matematiksel bilgisinin yanında öğrenci seviyesine uygun ve doğru öğretimsel açıklamalar sunması önemlidir (Baki, 2013).

Leinhardt (1990) öğretimsel açıklamayı öğretmenin öğrenciye konuyu açıkladığı bir etkinlik olarak tanımlamaktadır. Elbette bu etkinlik sadece sözel açıklamalara dayanmamakta, bunun yanında öğrencinin anlamlı öğrenmeler oluşturmasına yardımcı olacak tüm faaliyetleri içermektedir. Öğretmenler yeni bir kavramın öğretimi, öğrencilerin sorularına cevap verme ve öğrencilerin yanlış anlama ve kavram yanılgılarını giderme gibi bir çok farklı amaç için öğretimsel açıklamalar yapmaktadırlar (Charalambos, Hill & Ball, 2011). Anlamlı öğrenmelerin oluşturulması için iyi öğretimsel açıklamaların yapılması önemlidir. Öğretmenin iyi bir öğretimsel açıklama yapabilmesi için etkili sunuş şekillerini, açıklamaları, gösterimleri ve örnekleri bilmesi ve kullanabilmesi gereklidir. Diğer bir deyişle öğretmenin bir kavramın öğretilmesinde neyin öğrenmeyi kolaylaştırdığını, neyin zorlaştırdığını bilmesi önemlidir. Bu nedenle, öğretimsel açıklamalar ilgili literatürde pedagojik alan bilgisinin merkezinde gösterilmektedir (Charalambos ve ark., 2011). Literatürde yapılan çalışmalarda öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının genellikle kural ve işlem odaklı olduğu ifade edilmektedir. Buna karşın öğretmen adaylarının ne tür öğretimsel açıklamaları tercih ettiklerini ve bu tercihleri üzerinde öğretmen eğitimi programlarında almış oldukları derslerin etkilerini ortaya koyan çalışmalara çok fazla rastlanmamaktadır. Ayrıca öğretmen adaylarının matematiksel bir kavramın öğretiminde ne tür öğretimsel açıklamaları tercih ettiklerinin belirlenmesi ileride tasarlayacakları öğrenme ortamları için bilgi verecektir. Bunun yanında öğretmen eğitimi programlarının öğretmen adaylarının matematiksel bir kavramın öğretiminde tercih ettikleri öğretimsel açıklamalar üzerindeki etkilerinin belirlenmesi bu programların etkililiği hakkında da ipuçları verecektir.

Matematikteki ilginç ve karmaşık konulardan biri sıfırdan farklı bir sayıyı sıfıra bölmektir. Sıfıra bölme konusu hem öğrenciler hem de öğretmenler için anlaşılması zor olan konulardan biridir (Ball, 1990; Tsamir & Sheffer, 2000). Buna karşın, sıfıra bölme konusu öğrencilerin ortaokul ve lisede karşılaştıkları çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiler, rasyonel sayılar, oran-orantı ve fonksiyonlar gibi birçok matematik konusunun anlaşılması için temel teşkil etmektedir. Hem ortaokul hem de lise matematik öğretim programlarında doğrudan sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölünmesine yönelik bir kazanıma rastlanmamaktadır. Ancak ders kitaplarında sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölünmesine yönelik açıklamalara rastlanmaktadır. Örneğin, 7. sınıf matematik ders kitaplarında rasyonel sayılar "a ve b tam sayı, b≠0, a ve b aralarında asal olmak üzere a/b şeklinde yazılabilen sayılar" olarak tanımlanmaktadır (Bağcı, 2015). Bu tanıma bağlı olarak -5/2,0/5,3/8 gibi sayılar pay ve paydaları birer tam sayı olduğundan rasyonel sayı olarak kabul edilirken 4/0,7/0 gibi sayılar pay ve paydaları tamsayı olmasına karşın paydasının sıfır olması nedeniyle rasyonel sayı olarak kabul edilmemektedir. Literatürde sıfıra bölme konusunda öğrenciler ile öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgilerini ve kavram yanılgılarını inceleyen birçok çalışmaya rastlanmaktadır (Ball, 1990; Crespo & Nicol, 2006; Çelik ve Akşan, 2013; Even & Tirosh, 1995; Reys & Grouws, 1975; Tsamir & Sheffer, 2000; Tsamir, Sheffer & Tirosh, 2000; Tsamir & Tirosh, 2002; Wheeler & Feghali, 1983). Buna karşın öğretmen ve öğretmen adaylarının (Cankoy, 2010; Quinn, Lamberg & Perrin, 2008) sıfıra bölme konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerini inceleyen çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Ayrıca öğrencilerin sıfıra bölme konusuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerini ortaya koyan sınırlı sayıda çalışmaya (Tsamir & Sheffer, 2000) rastlanmaktadır. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik tercih ettikleri öğretimsel açıklamaları belirlemeye ve sınıf seviyesine göre bu tercihlerdeki değişimi ortaya çıkarmaya yönelik herhangi bir çalışmaya rastlanmamaktadır. Bu nedenle bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri ve bu tercihlerinin sınıf seviyesine göre değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.1. Sıfıra bölme konusuna yönelik yapılan öğretimsel açıklamalar

Sıfır ile bölünmenin neden tanımsız olduğunu göstermeye yönelik yapılan açıklamalar genel olarak somut (concrete) ve soyut (formal) olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Somut açıklamalarda daha çok gerçek yaşam durumları kullanılırken, soyut açıklamalarda matematiksel tanım ve teoremler kullanılarak öğretimi gerçekleştirilen kavramın ne anlama geldiği açıklanmaya çalışılır (Tsamir & Sheffer, 2000). Somut açıklamaların daha çok ilkokul ve ortaokul seviyesindeki öğrencilere yönelik, soyut açıklamaları ise lise seviyesindeki öğrencilere yönelik yapılması beklenir. Literatürde (Duncan, 1971; Henry, 1969; Kim, 2007; Reys, 1974; Sundar, 1990; Tsamir & Sheffer, 2000; Watson, 1991) sıfır ile bölünmenin neden tanımsız olduğunu açıklamaya yönelik yapılan çalışmalarda farklı birçok açıklama yer almaktadır. Bu açıklamalarda bir sayının sıfırdan farklı bir sayıya bölümü tanımsız (undefined) olarak ifade edilmektedir Ülkemizdeki ders kitaplarında ise sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölünmesi tanımsız olarak ifade edilirken, sıfırın sıfıra bölünmesi belirsiz olarak ifade edilmektedir. Bu nedenle bu çalışmada bir sayının sıfıra bölünmesine yönelik açıklamalarda tanımsız ya da belirsiz şeklinde bir ayrıma gidilmiştir. Bu bağlamda çalışmada literatürde verilen açıklamalardan yararlanarak öğretmen adaylarına sıfıra bölmenin neden tanımsız ya da belirsiz olduğunu gösteren farklı açıklamalar sunulmuş (bkz. Tablo 1) ve öğretmen adaylarından bir ortaokul öğrencisine sıfıra bölmenin tanımsız/belirsiz olduğunun açıklanmasında verilen açıklamalardan hangilerini tercih edecekleri sorulmuştur.

Tablo 1. Sıfıra bölmenin tanımsız/belirsiz olduğunu gösteren açıklamalar

Kategori	Yaklaşım	6 ÷ 0 için yapılan açıklamalar	0 ÷ 0 için yapılan açıklamalar
Somut öğretimsel açıklamalar	Eşit olarak paylaştırma	6÷0 işlemi tanımsızdır. Örneğin 6 elmayı eşit olarak sıfır çocuğa paylaştırma imkânımız yoktur. Açıkça böyle bir paylaştırmayı yapabileceğimiz çocuk kümelerini bulamayız. Çünkü sıfır bir miktar belirtmez ve bölme işleminin anlamı bir şeyi kişilere eşit olarak paylaştırma olduğundan, sıfır (olmayan) çocuğa 6 elmayı eşit olarak paylaştırmak anlamsızdır (Watson, 1991).	0÷0 işlemi belirsizdir. Örneğin 0 tane şekeri 0 çocuğa eşit olarak paylaştırdığımızda her çocuk kaç tane şeker alır? Açıkça ortada ne şeker ne de çocuk olduğundan bir paylaştırma yapamayız. Yani, olmayan bir şeyi olmayan kişilere bölüştürmek imkânsızdır (Watson, 1991).
	Tekrarlı çıkarma	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü 6÷0 işlemini bir sepetteki 6 yumurtayı her kişide 0 yumurta olacak şekilde kaç kişiye paylaştırabiliriz? sorusunun cevabı şeklinde düşünebiliriz. 6 yumurtayı tek tek kişilere paylaştırmak istediğimizde kaç kişiye bu paylaştırma işlemini yapacağımızı gösteren bir sayı bulamayız (Duncan, 1971).	0÷0 işlemi belirsizdir. Örneğin bir kutuda 0 şeker olsun. Her öğrencide de 0 şeker olacak şekilde kutudaki şekerler kaç öğrenciye paylaştırılır? Açıkça ne kutuda şeker ne de öğrencilerde şeker olduğundan istediğimiz sayıda öğrenciye sıfır şeker paylaştırabiliriz. Yani tek bir öğrenci sayısı yoktur. Bu nedenle işlem belirsizdir (Watson, 1991).

Tablo 1'in devamı

Soyut öğretimsel açıklamalar	Çarpma işlemine göre tersi	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü c, herhangi bir sayı olmak üzere $6 \div 0 = c$ ise bu durumda $c \times 0 = 6$ yazılabilir. Her c sayısı için $c \times 0 = 0$ olduğundan 6÷ 0 işleminin sonucu bir sayı olamaz. Bu ise 6÷0 işleminin tanımsız olduğunu gösterir (Watson, 1991).	0÷0 işlemi belirsizdir. Örneğin 0÷0 işleminin sonucu 1 olabilir, çünkü $1 \times 0 = 0$ dır. 0÷0 işleminin sonucu 2'de olabilir, çünkü $2 \times 0 = 0$ dır. 0÷0 işleminin sonucu 3'de olabilir, çünkü $3 \times 0 = 0$ dır. Böyle devam edersek 0÷0 işleminin sonucu herhangi bir sayı olabilir. Bu nedenle 0÷0 işlemi belirsizdir (Tsamir & Sheffer, 2000).
	Tekrarlı çıkarma	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü 6'yı 0'a bölmek 6'dan 0'a ulaşana kadar 0'ın kaç defa çıkarıldığını bulmaktır. 6'dan 0'ı kaç defa çıkarırsak çıkaralım sonuç hep 6'dır. Yani çıkarılma sayısını veren bir sayı bulamayız. Bu nedenle işlem tanımsızdır (Knifong & Burton, 1980).	0÷0 işlemi belirsizdir. Çünkü bölme işlemi bölünen sayıdan bölen sayının sıfır sayısına ulaşana kadar ki çıkarılma sayısı olduğundan 0'dan 0'ı kaç kez çıkarırsak çıkaralım sonuç her defasında 0 dır. Yani tek bir çıkarılma sayısı yoktur. (Knifong & Burton, 1980).
	Sezgisel anlamda limit	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü sıfırdan farklı bir sayıyı git gide küçülen bir sayıya böldüğümüzde bölüm sonucu git gide büyür. Örneğin, 6÷1=6; 6÷0.1=60; 6÷0.01=600; 6÷0.001=6000; 6÷0.0001=60000; … dir. Bu durumda bölünen sayı sıfıra ne kadar çok yaklaşırsa bölüm sonucu o kadar çok büyür. Bu nedenle belli bir sayı bulamayız (Tsamir & Sheffer, 2000).	-
	Mantıksal çıkarım yapma	-	0÷0 işlemi belirsizdir. Çünkü 0÷0 işleminin sonucu 0 olabilir, çünkü sıfırın herhangi bir sayı ile bölümü yine 0'dır. Bunun yanında bir sayının kendisiyle bölümü her zaman 1 olduğundan 0÷0 işleminin sonucu 1'de olabilir. Bu durumda 0÷0 işleminin sonucu hem 0 hem de 1 olabilir. Bu nedenle 0÷0 belirsizdir. (Tsamir & Sheffer, 2000).

1.2. Araştırmanın amacı

Sıfıra bölme konusuna yönelik yapılan çalışmalarda (Ball, 1990; Cankoy, 2010; Crespo & Nicol, 2006; Quinn ve ark., 2008) sıklıkla öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgileri, anlamaları ve kavram yanılgıları ortaya konulmuştur. Ayrıca öğrencilerin sıfıra bölme konusundaki öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerini belirleyen bazı çalışmalara (Tsamir & Sheffer, 2000) da rastlanmaktadır. Öğrencinin matematiksel bir kavramı anlamasını kolaylaştırmak için öğretmenin iyi bir matematiksel bilgisinin yanında doğru ve uygun örnek, açıklama ve gösterimleri sunması gerekir. Bu açıdan öğretmen ve öğretmen adaylarının bir matematiksel kavrama yönelik ne tür öğretimsel açıklamaları tercih ettiklerinin belirlenmesi önemlidir. Bu nedenle bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerini ve bu tercihlerinin sınıf seviyesine göre değişimi incelemektir. Bu bağlamda araştırmanın alt problemleri:

- Öğretmen adaylarının 6÷0' a yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri nelerdir?
- Öğretmen adaylarının 0÷0' a yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri nelerdir?
- Sınıf seviyesine göre öğretmen adaylarının tercih ettikleri açıklamalarda ne tür bir değişim olmaktadır?

2. Yöntem

Bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerini ve bu tercihlerin sınıf seviyesine göre nasıl bir değişim gösterdiğini ortaya koymak amacıyla, betimsel araştırma yöntemlerinden biri olan enlemesine (kesitsel) araştırma yöntemi (cross-sectional study) kullanılmıştır. Bu araştırma deseninin seçilmesindeki amaç, aynı öğretmen adaylarının uzun süreli takip edilmelerinin zor olması nedeniyle, aynı anda farklı sınıf seviyesindeki öğretmen adayları alınıp incelenerek değişik sınıf seviyelerindeki öğretmen adaylarının özelliklerini belirlemektir. Enlemesine araştırmalar aynı grubu uzun süre takip etmek yerine farklı seviyelerdeki örneklemlerle çalışarak araştırılan olay veya olgunun süreç içerisinde nasıl değiştiğini veya geliştiğini kısa sürede ortaya koymaya çalışır (Çepni, 2005).

2.1. Örneklem

Araştırmanın örneklemi, seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi (convenience sampling) ile belirlenmiştir. Araştırmada uygun örnekleme yönteminin seçilmesinin nedeni zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle incelenecek grubun ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir olmasıdır (McMillan & Schumacher, 2014). Araştırmanın örneklemini Ege bölgesindeki bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde 2015-2016 öğretim yılı içinde öğrenim gören 197 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Bu öğretmen adaylarından 35'i birinci sınıf, 59'u ikinci sınıf, 61'i üçüncü sınıf ve 42'si ise son sınıfta öğrenim görmektedir. Öğretmen adaylarının farklı sınıf seviyelerinden seçilmesinin nedeni, her bir sınıf seviyesinde sıfıra bölmeye yönelik verilen öğretimsel açıklamaları seçmelerindeki değişimi incelemektir. Çalışmaya katılan öğretmen adayları verilen ankete gönüllü olarak katılmışlardır. Anket uygulanmadan önce birinci sınıf öğretmen adayları genel matematik dersini, ikinci sınıf öğretmen adayları, Analiz I ve Matematik Öğretiminde Problem Çözme derslerini, üçüncü sınıf öğretmen adayları Analiz I-II, Özel Öğretim Yöntemleri-I, Matematik Öğretiminde Materyal Tasarımı ve Matematiksel Tanımlar ve Kavramlar derslerini ve son sınıf öğretmen adayları ise Özel Öğretim Yöntemleri I-II, Matematik Öğretiminde Kavram Yanılgıları ve Okul Deneyimi derslerini almışlardır. Genel Matematik, Analiz I ve Analiz II derslerinde öğretmen adayları rasyonel sayılar, bir fonksiyonun tanım ve görüntü kümelerinin bulunması, grafiğinin çizilmesi, limit ve türev konularında sıfıra bölme konusu ile karşılaşmaktadırlar. Bunun yanında Özel Öğretim Yöntemleri I-II ve Matematik Öğretiminde Materyal Tasarımı derslerinde 5-8. sınıf matematik müfredatındaki konuları incelemekte ve bu konuların öğretimine yönelik etkinlikler tasarlamaktadırlar. Ayrıca Okul Deneyimi dersinde bölme işlemi, kesirler ve rasyonel sayılar konularına yönelik tasarladıkları etkinlikleri gerçek sınıf ortamlarında uygulama fırsatı elde etmektedirler.

2.2. Veri toplama aracı

Öğretmen adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik tercih ettikleri öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamaların sınıf düzeyine göre değişimini belirlemek için bir anket geliştirilmiştir. Geliştirilen anket literatürde bir sayının sıfıra bölünmesinin niçin tanımsız/belirsiz olduğunu açıklayan çeşitli çalışmalardaki (Duncan, 1971; Henry, 1969; Kim, 2007; Reys, 1974; Sundar, 1990; Tsamir & Sheffer, 2000; Watson, 1991) örneklerden yararlanarak hazırlanmıştır. Hazırlanan ankette bir sayının sıfıra bölümünün niçin tanımsız/belirsiz olduğunu açıklayan toplam 10 öğretimsel açıklama bulunmaktadır. Bu açıklamalardan 5 tanesi 6÷0'ın niçin tanımsız ve diğer 5 tanesi ise 0÷0'ın niçin belirsiz olduğunu gösteren açıklamalardır. Tsamir & Sheffer (2000) bir sayının sıfıra bölümünün niçin tanımsız olduğuna yönelik yapılmış çalışmalardaki açıklamaları somut ve soyut olarak ikiye ayırmaktadır. Bu çalışmada da Tsamir & Sheffer'ın (2000) bu sınıflandırması temel alınarak sıfıra bölmenin niçin tanımsız olduğunu açıklayan açıklamalar somut ve soyut olarak sınıflandırılmıştır. Daha sonra belirlenen öğretimsel açıklamalar ve bu açıklamaların dayandığı yaklaşımlar belirlenmiştir (bkz. Tablo 1). Ankette her bir öğretimsel açıklama için öğretmen adayının bu açıklamayı tercih edip etmediğini içeren "tercih ederim" ve "tercih etmem" şeklinde iki seçenek bulunmaktadır. Öğretmen adayı ilgili öğretimsel açıklamayı okuduktan sonra bu seçeneklerden herhangi birini işaretlemektedir. Daha sonra ise yapmış olduğu seçimin gerekçesini yazılı olarak her bir öğretimsel açıklamanın altına yazmaktadır. Anket uygulanmadan önce matematik eğitiminde yüksek lisans yapmış ve on yıllık deneyimi olan bir matematik öğretmeni ile bir matematik eğitimcisine inceletilmiş ve ankette yer alan öğretimsel açıklamaların doğruluğu ile yazılı ifadelerin açık ve anlaşılabilirliği belirlenmiştir. Hazırlanan anket 2015-2016 eğitim öğretim yılı güz döneminin son haftasında öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Anketin cevaplanması için öğretmen adaylarına yeterince süre verilmiş ve öğretmen adaylarının anketi cevaplama süresince vermiş oldukları yanıtları birbirleriyle tartışmalarına izin verilmemiştir.

2.3. Verilerin analizi

Ankette yer alan öğretimsel açıklamalara ilişkin öğretmen adaylarının seçimleri ilk olarak "tercih ederim" ve "tercih etmem" şeklinde iki kategoride sınıflandırılmıştır. Buna göre öğretmen adaylarının verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri frekans ve yüzdelerle ifade edilmiştir. Sınıf değişkenine göre öğretmen adaylarının somut ve soyut öğretimsel açıklama puanlarının hesaplanmasında ise her bir kategori içerisinde yer alan açıklamaların öğretmen adayları tarafından tercih edilme toplam frekansları kullanılmıştır. Örneğin birinci sınıfta bulunan 35 öğretmen adayının 6÷0'ın niçin tanımsız olduğunu gösteren açıklamalara ilişkin somut ve soyut öğretimsel açıklamalarının yüzde değerleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır. 6÷0'ın niçin tanımsız olduğunu gösteren 5 öğretimsel açıklamadan 2'si somut öğretimsel açıklama iken 3'ü soyut öğretimsel açıklamadır. İki somut öğretimsel açıklamadan birincisi için öğretmen adaylarının "tercih ederim" seçeneği için frekansları 34 iken ikinci öğretimsel açıklama için bu frekans 30'dur. Buna göre birinci sınıf öğretmen adaylarının somut öğretimsel açıklamalara ilişkin yüzde değeri $\frac{34+30}{35+35} \cong 91{,}4$ şeklindedir. Benzer şekilde diğer sınıf seviyeleri içinde somut ve soyut öğretimsel açıklamalar için yüzde değeleri hesaplanmış ve grafiksel olarak sunulmuştur. Ayrıca sınıf seviyesine göre öğretmen adaylarının tercih ettikleri öğretimsel açıklamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için İki Yönlü Kay-Kare Testi yapılmıştır. İki Yönlü Kay-kare testi, çok kategorili iki değişkenin oluşturduğu hücrelerdeki, gözlenen frekans ile beklenen frekansı karşılaştırarak, değişkenler arasındaki ilişkiyi sorgulayan bir testtir. Kay-Kare Testi'nin kullanılabilmesi için, beklenen değeri beşten küçük olan kategori sayısının, toplam kategori sayısının %20'sini aşmaması ve tüm kategorilerde bu değerin birden büyük olması gerektiği belirtilmektedir (Büyüköztürk, 2010). Bu nedenle her bir öğretimsel açıklama için Kay-Kare testi yapılmadan önce, çapraz tablolar oluşturulmuş ve beklenen frekanslar için ağırlıklandırma yapılmıştır. Ayrıca beklenen değeri beşten küçük kutu sayısı %20'yi aştığı durumlar analize dâhil edilmemiştir. İki Yönlü Kay-kare testi analizinin sonuçlarının yorumlanmasında gruplar içi yüzde (%) değerleri dikkate alınmış ve elde edilen bulgular tablolar halinde sunulmuştur. Ayrıca değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü belirlemek için Cramer's V kullanılmıştır. Cramer's V, Kay-Kare dağılımda iki ya da daha fazla değişken arasındaki ilişkinin gücünü yansıtan bir ölçüdür. Rea ve Parker (2014) Cramer's V değerlerinin yorumlanmasında Tablo 2'de verilen kılavuzu önermektedir.

Tablo 2. Kay-Kare testi verilerinin yorumlanması için kullanılan kılavuz

Ölçüt	Yorum
$.00 \leq x < .10$	İhmal edilebilir ilişki
$.10 \leq x < .20$	Zayıf ilişki
$.20 \leq x < .40$	Orta dereceli ilişki
$.40 \leq x < .60$	Nispeten güçlü ilişki
$.60 \leq x < .80$	Güçlü İlişki
$.80 \leq x \leq 1.00$	Oldukça güçlü ilişki

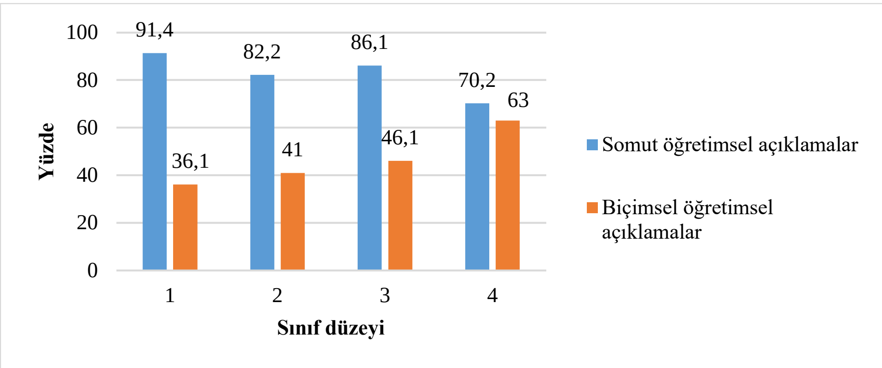
x: Cramer's V değeri

Öğretmen adaylarının yapmış oldukları açık uçlu açıklamalar ise betimsel olarak analiz edilmiş ve nicel verilerden elde edilen bulguların desteklenmesi amacıyla kullanılmışlardır. Bu amaçla öğretmen adaylarının verilen açıklamaları tercih etme nedenleri öncelikle verilen açıklama ortaokul öğrencisi için uygun ya da uygun değil şeklinde iki kategoriye ayrılmıştır. Daha sonra ise bu kategorilere göre öğretmen adaylarının açıklamaları sınıflandırılmış ve somut ve soyut açıklamalar için yüzde değerleri sunulmuştur. Öğretmen adaylarının tamamının tercihlerinin nedenleriyle ilgili açıklama yapmamış olması ya da birden fazla kategoriye giren açıklamalar yapmaları nedeniyle elde edilen yüzdeler farklı sonuçlar vermektedir.

3. Bulgular

3.1. Öğretmen adaylarının 6÷0'ın tanımsız olduğuna yönelik yapılan öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri

Öğretmen adaylarının 6÷0 işleminin tanımsız olduğuna yönelik verilen somut ve soyut öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerinin sınıf seviyesine göre değişimi Şekil 1'de sunulmuştur.



Şekil 1. Öğretmen adaylarının 6÷0 işleminin tanımsız olduğuna yönelik verilen somut ve soyut öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerinin sınıf seviyesine göre değişimi

Şekil 1'e göre her sınıf seviyesinde öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun 6÷0 işleminin tanımsız olduğuna yönelik verilen somut öğretimsel açıklamaları daha fazla tercih ettikleri görülmektedir. Somut öğretimsel açıklamaları en çok birinci sınıf öğretmen adayları ve en az ise son sınıf öğretmen adayları tercih etmektedir. Ayrıca birinci sınıftan son sınıfa doğru somut öğretimsel açıklamaları tercih etmede bir düşüş olurken soyut öğretimsel açıklamaları tercih etmede ise bir artışın olduğu görülmektedir.

Öğretmen adaylarının 6÷0 işleminin tanımsız olduğuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerinin dağılımı Tablo 3'de sunulmaktadır.

Tablo 3. Sınıf seviyesine göre 6÷0 işleminin sonucunun tanımsız olduğuna yönelik öğretmen adaylarının tercihlerinin frekans ve yüzde değerleri

Kategoriler	Yaklaşım	Öğretimsel açıklamalar		Sınıf seviyesi 1. sınıf	2. sınıf	3. sınıf	4. sınıf
Somut öğretimsel açıklamalar	Eşit olarak paylaştırma	6÷0 işlemi tanımsızdır. Örneğin 6 elmayı eşit olarak sıfır çocuğa paylaştırma imkânımız yoktur. Açıkça böyle bir paylaştırmayı yapabileceğimiz çocuk kümelerini bulamayız. Çünkü sıfır bir miktar belirtmez ve bölme işleminin anlamı bir şeyi kişilere eşit olarak paylaştırma olduğundan, sıfır (olmayan) çocuğa 6 elmayı eşit olarak paylaştırmak anlamsızdır	f	34	55	55	37
			%	97.1	93.2	90.2	88.1
	Tekrarlı çıkarma	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü 6÷0 işlemini bir sepetteki 6 yumurtayı her kişide 0 yumurta olacak şekilde kaç kişiye paylaştırabiliriz? sorusunun cevabı şeklinde düşünebiliriz. 6 yumurtayı tek tek kişilere paylaştırmak istediğimizde kaç kişiye bu paylaştırma işlemini yapacağımızı gösteren bir sayı bulamayız	f	30	42	50	22
			%	85.7	71.2	82.0	52.4

Tablo 3'ün devamı

Soyut öğretimsel açıklamalar	Sezgisel anlamda limit	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü sıfırdan farklı bir sayıyı git gide küçülen bir sayıya böldüğümüzde bölüm sonucu git gide büyür. Örneğin, 6÷1=6; 6÷0.1=60; 6÷0.01=600; 6÷0.001=6000; 6÷0.0001=60000; … dir. Bu durumda bölünen sayı sıfıra ne kadar çok yaklaşırsa bölüm sonucu o kadar çok büyür. Bu nedenle belli bir sayı bulamayız	f %	9 25.7	7 11.9	12 19.7	25 59.5
	Çarpma işlemine göre tersi	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü c, herhangi bir sayı olmak üzere 6÷0=c ise bu durumda c×0=6 yazılabilir. Her c sayısı için c×0=0 olduğundan 6÷0 işleminin sonucu bir sayı olamaz. Bu ise 6÷0 işleminin tanımsız olduğunu gösterir."	f %	18 51.4	44 74.6	36 59.0	29 69.0
	Tekrarlı çıkarma	6÷0 işlemi tanımsızdır. Çünkü 6'yı 0'a bölmek 6'dan 0'a ulaşana kadar 0'ın kaç defa çıkarıldığını bulmaktır. 6'dan 0'ı kaç defa çıkarırsak çıkaralım sonuç hep 6'dır. Yani çıkarılma sayısını veren bir sayı bulamayız. Bu nedenle işlem tanımsızdır."	f %	11 31.4	21 35.6	36 59.0	25 59.5

Tablo 3'e göre her sınıf seviyesindeki öğretmen adaylarının somut öğretimsel açıklamalardan en çok eşit olarak paylaştırma yaklaşımındaki açıklamayı tercih ettikleri görülmektedir. Eşit olarak paylaştırma yaklaşımındaki açıklamayı en fazla birinci sınıf öğretmen adayları kabul ederken en az son sınıf öğretmen adayları kabul etmektedir. Somut öğretimsel açıklamalardan tekrarlı çıkarma yaklaşımına yönelik açıklamayı ise yine en az son sınıf öğretmen adaylarının tercih ettikleri belirlenmiştir. Soyut öğretimsel açıklamalarda her sınıf seviyesindeki öğretmen adaylarının en çok çarpma işlemine göre tersi yaklaşımındaki açıklamayı tercih ettikleri tespit edilmiştir. Bu yaklaşımdaki açıklamayı en çok ikinci sınıf öğretmen adayları tercih ederken, son sınıfa doğru bu yaklaşımdaki açıklamayı tercih eden öğretmen adaylarının oranının da arttığı görülmektedir. Bununla birlikte soyut öğretimsel açıklamalardan sezgisel anlamda limit yaklaşımındaki açıklamayı ise her sınıf seviyesindeki öğretmen adayının en az tercih ettiği belirlenmiştir. Bu yaklaşımdaki açıklamayı en çok son sınıf öğretmen adayları tercih ederken, en az ikinci sınıf öğretmen adayları tercih etmiştir. Soyut öğretimsel açıklamalardan tekrarlı çıkarma yaklaşımındaki açıklamayı en çok son sınıf öğretmen adayları tercih ederken son sınıfa doğru bu yaklaşıma göre verilen açıklamayı tercih eden öğretmen adayı oranı da artmaktadır.

Sınıf seviyesine göre öğretmen adaylarının 6÷0'ın tanımsız olduğuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek yapılan Kay-Kare testi sonuçlarına göre anlamlı farkın olduğu belirlenen öğretimsel açıklamalar Tablo 4'de sunulmuştur.

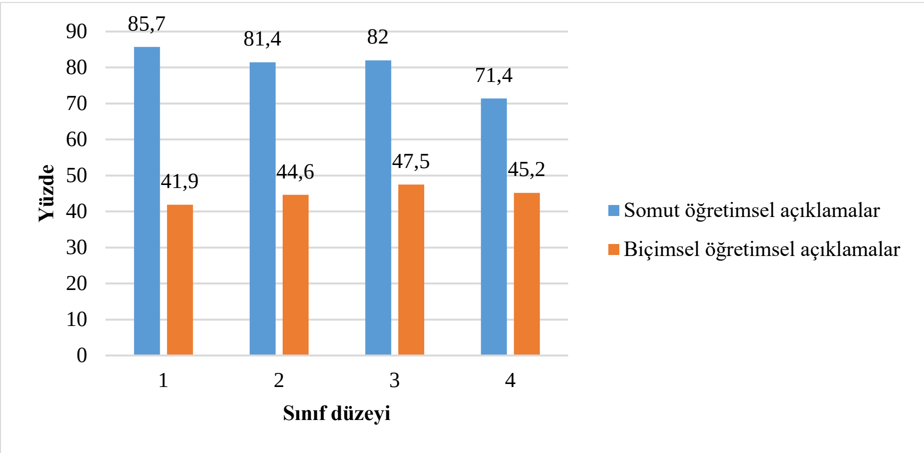
Tablo 4. Öğretmen adaylarının sınıf düzeyi ile öğretimsel tercihleri arasındaki ilişki, Kay-Kare testi sonuçları

Öğretimsel açıklama yaklaşımı	Sınıflar	%	X^2	p	Cramer's V
Tekrarlı çıkarma (Somut)	1	**85.7***	9.674		.354
	4	52.4			
	3	**82.0***	10.349		.317
	4	52.4			
Sezgisel anlamda limit (Soyut)	1	25.7	8.850		.339
	4	**59.5***			
	2	11.9	25.747		.505
	4	**59.5***			
	3	19.7	17.162		.408
	4	**59.5***			
Çarpma işlemine göre tersi (Soyut)	1	51.4	5.242	p<.05	.236
	2	**74.6***			
Tekrarlı çıkarma (Soyut)	1	31.4	6.773		.266
	3	**59.0***			
	1	31.4	6.053		.280
	4	**59.5***			
	2	35.6	6.598		.234
	3	**59.0***			
	2	35.6	5.665		.237
	4	**59.5***			

Tablo 4'e göre somut öğretimsel açıklamalardan tekrarlı çıkarma yaklaşımında birinci ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihleri arasında birinci sınıf öğretmen adayları lehine orta dereceli ve benzer şekilde üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihlerinde ise üçüncü sınıf öğretmeni adayları lehine orta dereceli anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Soyut öğretimsel açıklamalardan sezgisel anlamda limit yaklaşımında birinci sınıf ile dördüncü sınıf, ikinci sınıf ile dördüncü sınıf ve üçüncü sınıf ile dördüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihleri arasında dördüncü sınıf öğretmen adayları lehine istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu bulunmuştur. Bu ilişkinin birinci sınıf ile dördüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihleri arasında orta dereceli, ikinci ve üçüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihleri arasında nispeten güçlü ve üçüncü sınıf ile dördüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihleri arasında ise nispeten güçlü bir ilişkinin olduğu belirlenmiştir. Soyut öğretimsel açıklamalardan çarpma işlemine göre tersi yaklaşımında sadece birinci ile ikinci sınıf öğretmen adayları arasında ikinci sınıf öğretmen adayları lehine orta dereceli bir ilişkinin olduğu tespit edilmiştir. Soyut öğretimsel açıklamalardan tekrarlı çıkarma yaklaşımında ise birinci sınıf ile üçüncü sınıf arasında üçüncü sınıf lehine orta dereceli, birinci sınıf ile dördüncü sınıf arasında dördüncü sınıf lehine orta dereceli, ikinci sınıf ile üçüncü sınıf arasında üçüncü sınıf lehine orta dereceli ve ikinci sınıf ile dördüncü sınıf arasında dördüncü sınıf lehine orta dereceli istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar bulunmuştur.

3.2. Öğretmen adaylarının 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik yapılan öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri

Öğretmen adaylarının 0÷0 işleminin belirsiz olduğuna yönelik verilen somut ve soyut öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerinin sınıf seviyesine göre değişimi Şekil 2'de sunulmuştur.



Şekil 2. Öğretmen adaylarının 0÷0 işleminin belirsiz olduğuna yönelik verilen somut ve soyut öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerinin sınıf seviyesine göre değişimi

Şekil 2'ye göre her sınıf seviyesinde öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun 0÷0 işleminin belirsiz olduğuna yönelik verilen somut öğretimsel açıklamaları daha fazla tercih ettikleri görülmektedir. Somut öğretimsel açıklamaları en çok birinci sınıf öğretmen adayları ve en az ise son sınıf öğretmen adayları tercih etmektedir. Buna karşın soyut öğretimsel açıklamalarda ise öğretmen adaylarının tercihleri arasında çok büyük farklılıklar olmadığı görülmektedir.

Öğretmen adaylarının 0÷0 işleminin belirsiz olduğuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihlerinin dağılımı Tablo 5'de sunulmaktadır.

Tablo 5. Sınıf seviyesine göre 0÷0 işleminin sonucunun belirsiz olduğuna yönelik öğretmen adaylarının tercihlerinin frekans ve yüzde değerleri

Kate-goriler	**Yakla-şım**	**Öğretimsel açıklamalar**		**Sınıf seviyesi**			
				1. sınıf	**2. sınıf**	**3. sınıf**	**4. sınıf**
Somut öğretimsel açıklamalar	Eşit olarak paylaştırma	0÷0 işlemi belirsizdir. Örneğin 0 tane şekeri 0 çocuğa eşit olarak paylaştırdığımızda her çocuk kaç tane şeker alır? Açıkça ortada ne şeker ne de çocuk olduğundan bir paylaştırma yapamayız. Yani, olmayan bir şeyi olmayan kişilere bölüştürmek imkânsızdır	f	33	53	56	32
			%	94.3	89.8	91.8	76.2
	Tekrarlı çıkarma	0÷0 işlemi belirsizdir. Örneğin bir kutuda 0 şeker olsun. Her öğrencide de 0 şeker olacak şekilde kutudaki şekerler kaç öğrenciye paylaştırılır? Açıkça ne kutuda şeker ne de öğrencilerde şeker olduğundan istediğimiz sayıda öğrenciye sıfır şeker paylaştırabiliriz. Yani tek bir öğrenci sayısı yoktur. Bu nedenle işlem belirsizdir	f	27	43	44	28
			%	77.1	72.9	72.1	66.7
Soyut öğretimsel açıklamalar	Mantıksal çıkarım	0÷0 işlemi belirsizdir. Çünkü 0÷0 işleminin sonucu 0 olabilir, çünkü sıfırın herhangi bir sayı ile bölümü yine 0'dır. Bunun yanında bir sayının kendisiyle bölümü her zaman 1 olduğundan 0÷0 işleminin sonucu 1'de olabilir. Bu durumda 0÷0 işleminin sonucu hem 0 hem de 1 olabilir. Bu nedenle 0÷0 belirsizdir.	f	11	17	20	13
			%	31.4	28.8	32.8	31.0

Tablo 5'in devamı

Soyut öğretimsel açıklamalar	Çarpma işlemine göre tersi	0÷0 işlemi belirsizdir. Örneğin 0÷0 işleminin sonucu 1 olabilir, çünkü $1 \times 0 = 0$ dır. 0÷0 işleminin sonucu 2'de olabilir, çünkü $2 \times 0 = 0$ dır. 0÷0 işleminin sonucu 3'de olabilir, çünkü $3 \times 0 = 0$ dır. Böyle devam edersek 0÷0 işleminin sonucu herhangi bir sayı olabilir. Bu nedenle 0÷0 işlemi belirsizdir	f %	21 60.0	42 71.2	41 67.2	25 59.5
	Tekrarlı çıkarma	0÷0 işlemi belirsizdir. Çünkü bölme işlemi bölünen sayıdan bölen sayının sıfır sayısına ulaşana kadar ki çıkarılma sayısı olduğundan 0'dan 0'ı kaç kez çıkarırsak çıkaralım sonuç her defasında 0 dır. Yani tek bir çıkarılma sayısı yoktur.	f %	12 34.3	20 33.9	26 42.6	19 45.2

Tablo 5'e göre her sınıf seviyesindeki öğretmen adaylarının somut öğretimsel açıklamalardan en çok eşit olarak paylaştırma yaklaşımındaki açıklamayı tercih ettikleri görülmektedir. Eşit olarak paylaştırma yaklaşımındaki açıklamayı en fazla birinci sınıf öğretmen adayları kabul ederken en az son sınıf öğretmen adayları kabul etmektedir. Somut öğretimsel açıklamalardan tekrarlı çıkarma yaklaşımına yönelik açıklamayı da yine en az son sınıf öğretmen adaylarının tercih ettikleri belirlenmiştir. Soyut öğretimsel açıklamalarda her sınıf seviyesindeki öğretmen adaylarının en çok çarpma işlemine göre tersi yaklaşımındaki açıklamayı tercih ettikleri tespit edilmiştir. Bu yaklaşımdaki açıklamayı en çok ikinci sınıf öğretmen adayları tercih ederken, sınıflar arasında bu açıklamayı tercih eden öğretmen adaylarının oranları arasında çok fazla farkların olmadığı görülmektedir. Bununla birlikte soyut öğretimsel açıklamalardan mantıksal çıkarım yaklaşımındaki açıklamayı ise her sınıf seviyesindeki öğretmen adayının en az tercih ettiği belirlenmiştir. Bu yaklaşımdaki açıklamayı en çok üçüncü sınıf öğretmen adayları tercih ederken, sınıflar arasında bu açıklamayı tercih eden öğretmen adaylarının oranları arasında çok fazla farkların olmadığı görülmektedir. Soyut öğretimsel açıklamalardan tekrarlı çıkarma yaklaşımındaki açıklamayı en çok son sınıf öğretmen adayları tercih ederken son sınıfa doğru bu yaklaşıma göre verilen açıklamayı tercih eden öğretmen adayı oranı da artmaktadır.

Sınıf seviyesine göre öğretmen adaylarının 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik verilen öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek yapılan Kay-Kare testi sonuçlarına göre anlamlı farkın olduğu belirlenen öğretimsel açıklamalar Tablo 6'de sunulmuştur.

Table 6. Öğretmen adaylarının sınıf düzeyi ile öğretimsel tercihleri arasındaki ilişki, Kay-Kare testi sonuçları

Öğretimsel açıklama yaklaşımı	Sınıflar	%	X^2	p	Cramer's V
Eşit paylaştırma (Somut)	1	**94.3***	4.752	p<.05	.248
	4	76.2			
	3	**91.8***	4.873		.218
	4	76.2			

Tablo 6'ya göre sadece somut öğretimsel açıklamalardan eşit paylaştırma yaklaşımında birinci ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihleri arasında birinci sınıf öğretmen adayları lehine orta dereceli ve üçüncü ve dördüncü sınıf öğretmen adaylarının tercihlerinde ise üçüncü sınıf öğretmeni adayları lehine orta dereceli anlamlı farklılıklar bulunmuştur.

Öğretmen adaylarının 6÷0'ın tanımsız ve 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik verilen öğretimsel açıklamaları tercih etme nedenleri Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7. Öğretmen adaylarının verilen öğretimsel açıklamaları tercih etme nedenleri

	Somut öğretimsel açıklamalar		Soyut öğretimsel açıklamalar	
Sınıf düzeyi	**Yapılan açıklama ortaokul öğrencileri için uygun**	**Yapılan açıklama ortaokul öğrencileri için uygun değil**	**Yapılan açıklama ortaokul öğrencileri için uygun**	**Yapılan açıklama ortaokul öğrencileri için uygun değil**
1. sınıf	✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%33) ✓ Yapılan açıklama işlemin somutlaştırılmasını sağlamakta (%9)	✓ Yapılan açıklama öğrenci için karmaşık ve anlaşılması güç (%3)	✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%23) ✓ Daha yapılandırılmış bir açıklama (%5)	✓ Yapılan açıklama öğrenci için karmaşık ve anlaşılması güç (%47) ✓ Lise düzeyi öğrenciler için daha uygun bir açıklama (%5) ✓ Bu seviyede denklem ve değişken kullanılması uygun değil (%2) ✓ Bölme işleminde çıkarmadan bahsetmek anlamsız (%3)

Tablo 7'nin devamı

2. sınıf	✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%23) ✓ Yapılan açıklama işlemin somutlaştırılmasını sağlamakta (%16) ✓ Bölme işleminin paylaştırma anlamını kullanmakta (%7)	✓ Yapılan açıklama öğrenci için karmaşık ve anlaşılması güç (%2)	✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%21) ✓ Daha yapılandırılmış bir açıklama (%7) ✓ Bölme ile çarpma işlemleri arasındaki ilişkiden yararlanılmış (%6) ✓ Bölme ile çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiden yararlanılmış (%5)	✓ Yapılan açıklama öğrenci için karmaşık ve anlaşılması güç (%41) ✓ Lise düzeyi öğrenciler için daha uygun bir açıklama (%4) ✓ Bölme işleminde çıkarmadan bahsetmek anlamsız (%1)
3. sınıf	✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%26) ✓ Yapılan açıklama işlemin somutlaştırılmasını sağlamakta (%15) ✓ Bölme işleminin paylaştırma anlamını kullanmakta (%6)	✓ • Yapılan açıklama öğrenci için karmaşık ve anlaşılması güç (%1)	✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%20) ✓ Örneklerle somutlaştırılmış (%3) ✓ Öğrencinin ön bilgileri ile ilişkilendirilmiş (%9) ✓ Bölme ile çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiden yararlanılmış (%11)	✓ Yapılan açıklama öğrenci için karmaşık ve anlaşılması güç (%34) ✓ Lise düzeyi öğrenciler için daha uygun bir açıklama (%5) ✓ Formal (ispata dayalı) açıklanması bu seviye için uygun değil (%4) ✓ Bu seviyede denklem ve değişken kullanılması uygun değil (%3)

Tablo 7'nin devamı

4. sınıf	✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%18) ✓ Yapılan açıklama işlemin somutlaştırılmasını sağlamakta (%20) ✓ Bölme işleminin paylaştırma anlamını kullanmakta (%11)		✓ Yapılan açıklama açık, anlaşılır ve mantıklı (%17) ✓ Örneklerle somutlaştırılmış (%16) ✓ Tümevarımcı bir anlayışla yapılandırmacı yaklaşıma uygun (%2) ✓ Bölme ile çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiden yararlanılmış (%13) ✓ Daha yapılandırılmış bir açıklama (%12)	✓ Yapılan açıklama öğrenci için karmaşık ve anlaşılması güç (%26) ✓ Lise düzeyi öğrenciler için daha uygun bir açıklama (%2)

Tablo 7'de göre öğretmen adaylarının 6÷0'ın tanımsız ve 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik verilen öğretimsel açıklamaları tercih etme nedenleri sınıf seviyesine göre farklılaşmaktadır. Birinci ve ikinci sınıfta öğretmen adayları daha çok verilen açıklamanın açık, anlamlı ve kendileri için mantıklı olup olmamasına odaklanırken üçüncü ve dördüncü sınıflarda ise verilen açıklamaların öğrencinin anlamasını kolaylaştırmasına, kavramlar arası kurulan ilişkilere ve verilen kavramın farklı anlamlarına odaklandıkları görülmektedir. Örneğin, birinci sınıf Ö26 kodlu öğretmen adayı "sezgisel anlamda limit" açıklamasıyla ilgili olarak *"limit konusuyla ilişkili olduğundan daha çok lise öğrencilerine yönelik bir açıklamadır"* şeklinde bir açıklama yapmaktadır. Buna karşın dördüncü sınıf Ö30 kodlu öğretmen adayı aynı açıklamayla ilgili olarak *"bu yolla açıklamak daha uygun. Çünkü burada özel örneklerden öğrencinin genel bir sonuca ulaşmasını sağlıyoruz. Pay sabit kalıp, payda git gide küçülerek sıfıra yaklaşırken öğrenci belli bir sayının asla bulunamayacağını ve sayıların da giderek büyümeye devam edeceğini görebilir"* şeklinde bir açıklama yapmaktadır. Benzer şekilde "tekrarlı çıkarma" açıklamasıyla ilgili olarak ikinci sınıf Ö3 kodlu öğretmen adayı *"bölme işlemi ile çıkarma işleminin birlikte verilmesi öğrenci için kafa karıştırıcı olabilir"* açıklamasını yaparken üçüncü sınıfta Ö36 kodlu öğretmen adayı *"bölme işleminin aslında bir çıkarma işlemi olduğunun vurgulanması yönüyle farklı ve iyi bir açıklamadır"* açıklamasını yapmaktadır.

4. Tartışma ve Sonuç

Elde edilen sonuçlar hem 6÷0'ın tanımsız hem de 0÷0'ın belirsiz olmasına yönelik verilen açıklamalardan her sınıf seviyesindeki öğretmen adayının somut öğretimsel açıklamaları daha çok tercih ettiklerini göstermektedir. Bunun yanında her sınıf seviyesinde en çok tercih edilen iki yaklaşım somut öğretimsel açıklamalardan eşit olarak paylaştırma ve tekrarlı çıkarma yaklaşımlarıdır. Bölmenin genel olarak eşit olarak paylaştırma ve ölçme olmak üzere iki anlamı vardır (Mulligan & Mitchelmore, 1997; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2013). Ayrıca bölme, okul matematiğinde sıklıkla eşit olarak paylaştırma ve tekrarlı çıkarma anlamlarında açıklanmaktadır. Öğretmenlerin öğretimsel açıklama seçimleri üzerinde geçmiş deneyimleri ve ders kitapları oldukça etkilidir (Leinhardt, 1990). Bu durum öğretmen adaylarının geçmiş deneyimlerinde bölme işleminin anlamıyla ilgili sıklıkla paylaştırma ya da tekrarlı çıkarma yaklaşımlarını içeren örnek ya da açıklamalarla karşılaştıklarını göstermektedir. Bu ise öğretmen adaylarının eşit olarak paylaştırma ve tekrarlı çıkarma yaklaşımlarındaki örnekleri daha fazla tercih etmelerinin nedeni olabilir. Benzer bir durum soyut öğretimsel açıklamalarda da söz konusudur. Hem 6÷0'ın tanımsız hem de 0÷0'ın belirsiz olmasına yönelik verilen soyut öğretimsel açıklamalardan her sınıf seviyesindeki öğretmen adayının en çok çarpma işlemine göre tersi yaklaşımındaki açıklamayı tercih ettikleri belirlenmiştir. Çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimi gerçekleştirilirken öncelikle çarpma işlemi öğretilir. Üçüncü sınıftan itibaren çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiler belirlenmeye çalışılır (Van de Walle ve ark., 2013) ve okul matematiğinde çarpma işleminin tersi bölme ve bölme işleminin tersi ise çarpmadır şeklinde bir algı öğrencilere kazandırılmaktadır (Crespo & Nicol, 2006). Bu araştırmada da öğretmen adayları çarpma ve bölme işlemleri için bu tür bir algıya sahip olabilirler.

Sınıf seviyesi arttıkça öğretmen adaylarının 6÷0'ın tanımsız olduğuna yönelik somut öğretimsel açıklama tercihlerinde azalma gözlenirken soyut öğretimsel açıklamaları tercihlerinde ise artış gözlenmektedir. Bunun nedeni öğretmen adaylarının öğretmen eğitimi programında pedagojik alan bilgisini geliştirmeye yönelik almış olduğu dersler olabilir. Örneğin ilk ve orta dereceli okullarda kesirler konusunun öğretiminde sıklıkla kesrin sadece parça-bütün anlamına yönelik örnek ve açıklamalara yer verilmektedir (Alacacı, 2009). Kesrin anlamıyla ilgili bu sınırlı yaklaşım öğrencilerin ve öğretmen adaylarının kesrin anlamını tam olarak kavramamalarına ve çeşitli kavram yanılgıları oluşturmalarına neden olabilmektedir. Buna karşın öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik özel öğretim yöntemleri ve matematiksel kavram yanılgıları gibi derslerde ise öğretmen adayları kesirlerin parça-bütün, bölüm, işlemci, oran ve ölçü gibi farklı anlamlarıyla karşılaşmakta ve bu anlamlara yönelik örnek ve açıklamaları incelemektedirler. Bu nedenle farklı örnek ve açıklamalarla karşılaşan öğretmen adaylarının verilen açıklamaları tercihlerinde farklılaşmalar olabilmektedir. Kinach (2002) özel öğretim yöntemleri gibi öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik derslerin onların işlemsel öğretimsel açıklamalarının kavramsal öğretimsel açıklamalara dönüşümünde etkili olduğunu belirtmektedir. Ancak Kinach (2002) bu dönüşümde öğretmen adaylarının geçmiş yaşantılarından getirdikleri deneyim ve inançların da etkilerinin olduğunu ifade etmektedir. Matematik öğretmeni eğitimi programında öğretmen adayları özellikle üçüncü ve dördüncü sınıfta matematik öğretimine ve ortaokul matematik öğretim programına yönelik birçok farklı dersler almaktadırlar. Bu durum Kinach'ın (2002) da vurguladığı gibi bu derslerin öğretmen adaylarının tercihleri üzerinde bir etkiye neden olabilir. Literatürde yapılan çalışmalarda da öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamaları üzerinde geçmiş yaşamlarındaki matematiksel deneyimlerinin, matematiğe yönelik inançlarının, matematiksel alan bilgilerinin, matematiği öğretmeye yönelik bilgilerinin ve almış oldukları eğitimlerin etkili olduğu ifade edilmektedir (Chick, 2007; Dede & Karakuş, 2014; Kinach 2002; Richardson, 1996; Thompson, 1992; Toluk Uçar, 2011; Zodik & Zaslavsky, 2008). İlginç bir durum 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik öğretmen adaylarının tercihlerinde gözlenmektedir. Sınıf seviyesi arttıkça öğretmen adaylarının 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik somut öğretimsel açıklamaları tercih etme oranlarında azalma gözlenirken, soyut öğretimsel açıklama tercihlerinde ise çok fazla bir değişim gözlenmemektedir. Kinach (2002) öğretmen adaylarının geçmiş deneyimleri ve sabit inançları nedeniyle yapmış oldukları öğretimsel açıklamaları değiştirmeye yönelik direnç gösterdiklerini ifade etmektedir. Bu çalışmada da özellikle 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik tercihlerde sınıf seviyesine göre çok fazla bir değişimin olmamasının nedeni bu tür sabit inançlar olabilir. Bunun yanında öğretimsel açıklama tercihleri konu bağımlı olabilir ve bazı konularda öğretmen adayları daha çeşitli öğretimsel açıklamaları benimseseler bile bazı konularda daha tutucu olabilmektedirler. Birçok matematik öğretmeni yetiştirme programında öğretmen adaylarının uygun öğretimsel açıklamaları nasıl seçeceğine yönelik yeterli eğitimin verilmediği ifade edilmektedir (Zodik & Zaslavsky, 2008). Benzer şekilde mesleğe yeni başlayan matematik öğretmenlerinin de matematik öğretiminde öğretimsel açıklamaların önemi ve farklı rolleri üzerinde özel bir eğitime ihtiyaç duydukları belirtilmektedir (Rowland, 2008).

Sonuç olarak, her sınıf seviyesindeki öğretmen adaylarının 6÷0'ın tanımsız olduğuna yönelik en az soyut öğretimsel açıklamalardan sezgisel anlamda limiti ve 0÷0'ın belirsiz olduğuna yönelik açıklamalarda ise mantıksal çıkarım yaklaşımındaki açıklamayı tercih ettikleri belirlenmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklama seçimi onların alan ve pedagojik alan bilgileri ile doğrudan ilişkilidir (Chick, 2007; Zodik & Zaslavsky, 2008). Yapılan birçok çalışmada öğretmen adaylarının üniversite öncesinden ve üniversite derslerinden getirdikleri matematiksel anlamaların ilköğretim düzeyinde öğretim yapabilmeleri için yetersiz olduğunu göstermektedir (Ball, 1990; Ma, 1999; Toluk Uçar, 2011). Ayrıca sıfıra bölme konusuna yönelik yapılan çalışmalarda (Ball, 1990; Crespo & Nicol, 2006; Çelik ve Akşan, 2013; Even & Tirosh, 1995; Tsamir, Sheffer & Tirosh, 2000; Wheeler & Feghali, 1983) ise öğretmen adaylarının açıklamalarının yetersiz ve daha çok kural temelli olduğu ifade edilmektedir. Bu durum öğretimini yapacağı konuda yeterli alan bilgisine sahip olmayan öğretmen adaylarını daha çok kendilerinin anlayacağı ve geçmiş deneyimlerinde karşılaştıkları açıklamaları tercih etmelerine yönlendirmiş olabilir.

5. Öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlara bağlı olarak yapılan öneriler aşağıda sunulmuştur:

- Elde edilen sonuçlara göre sıfıra bölme konusunda öğretmen adayları en çok somut öğretimsel açıklamalardan eşit olarak paylaştırma yaklaşımını tercih etmekte, diğer öğretimsel açıklamaları ise çok fazla tercih etmemektedirler. Bu durum öğretmen adaylarının öğretimsel açıklama tercihlerinin sınırlı olduğunu göstermektedir. Bu ise onların Pedagojik alan bilgileri ile doğrudan ilişkilidir. Literatürde öğretmen adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerini inceleyen sınırlı sayıda çalışmaya rastlanmaktadır. Bu nedenle öğretmen adaylarının sıfıra bölme konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerini belirlemeye yönelik çalışmalar yapılabilir.

- Literatürde öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamaları üzerinde geçmiş deneyimleri ve ders kitaplarının etkili olduğu ifade edilmektedir. Bu nedenle ileride yapılacak çalışmalarda sıfıra bölme konusuna yönelik ders kitaplarında yer alan örnek ve açıklamalar incelenebilir.

- Bu araştırmada on tane sıfıra bölmeye yönelik öğretimsel açıklama ve bu açıklamaların dayandığı yaklaşımlar sunulmuştur. Bu açıklamaların öğrencilerin sıfıra bölmeye yönelik anlamaları üzerindeki etkileri ileride yapılacak çalışmalarda incelenebilir.

- Zodik ve Zaslavsky (2008) birçok matematik öğretmeni yetiştirme programında öğretmen adaylarının uygun öğretimsel örnek ve açıklamaları nasıl seçeceğine yönelik yeterli eğitimin verilmediği ifade edilmektedir. Bu çalışmada da öğretmen adayları uygun öğretimsel örnek ve açıklamaları nasıl belirleyeceklerine yönelik bir ders almamışlardır. Bu bağlamda öğretmen yetiştirme programlarına öğretmen adaylarının uygun öğretimsel örnek ve açıklamaları nasıl belirleyeceklerine yönelik farklı dersler konulabilir

- Öğretmenlerin öğretimsel açıklama seçimlerinde bilinçli olmadıkları ve daha çok deneyimleri sonucunda uygun açıklamaları belirledikleri yapılan bazı çalışmalarda ifade edilmektedir. Bu nedenle öğretmenlere uygun öğretimsel açıklamalar seçmesi konusunda hizmet içi eğitim verilebilir.

Choices of Pre-service Elementary Mathematics Teachers' Instructional Explanations: Division by Zero

Extended Abstract

Introduction

Teacher's knowledge is one of the most important factors that determine the quality of teaching. According to the literature, teacher knowledge includes two major components: content knowledge and pedagogical content knowledge (Shulman, 1986). Shulman (1986) describes the content knowledge as the amount and organization of knowledge in the mind of a teacher. Shulman (1986) described pedagogical content knowledge as a knowledge of how to teach. Pedagogical content knowledge based on transforming of knowledge for students to understand easily. This occurs when a teacher interprets the topic, uses different teaching methods and renders the topic in an easy way for students to understand (Baki, 2013). For that reason a teacher should know different presentation methods, representations, analogies, examples and explanations (Shulman, 1986). One of the most important indicators of pedagogical content knowledge is the instructional explanations that the teachers provide in order to explain mathematical concepts and rules. Effective instructional explanations are used for making a concept understandable for students, include organizing sound and extensive mathematical explanations, using suitable representations and explaining core meaning of the concept along with strong subject matter knowledge. Teachers' and pre-service teachers' ability of giving appropriate explanations rely on their having deeper understanding of mathematical concept (Ma, 1999). Teachers and pre-service teachers generally know rules and methods, how to use them, however, they do not have enough knowledge about making proper explanations for given mathematical situations.

Leinhardt (1990, 2010) defines instructional explanation as an activity in which teachers explain subject matter content to students. The activity contains not only verbal explanations, but also teachers' arragements, demonstrations or illustrations. Thus, instructional explanations are more than simple descriptions of the content to students; rather, thay help students to construct a meaningful understanding for a concept. Teachers provide instructional explanations for various purposes such as introducing a new content to their students, to answer students' questions, to help students move from what they already know to what they have to learn, take students' difficulties and misconceptions into account and to clarify what is to be learned (Charalambos, Hill & Ball, 2011). Good instructional explanations are important to help students develop meaningful learning. This is because, instructional explanations provide precise, meaningful, correct information and they clarify the ideas to be learned. Inconsistent, incomplete or unclear instructional explanations can negatively affect students' learning (Charalambos et. al., 2011). Some studies (e.g. Ball, 1990; Charalambos et. al., 2011; Kinach, 2002; Leinhardt, 2001; Quinn et. al., 2008) stated that pre-service and novice teachers are likely to provide incomplete, error-prone and unrelated explanations.

Zero is a complex and interesting concept within mathematics. The prior studies (e.g. Ball, 1990; Crespo & Nicol, 2006; Wheeler & Feghali, 1983) have indicated that students, pre-service teachers and teachers all have misconceptions about division by zero. Division by zero is one of the most notable topics in studies intended to define teachers' and pre-service teachers' understanding and misconceptions about zero. Dividing by zero is one of the most important topics in mathematics and exists in different mathematics courses from elementary school to university. The concept of dividing by zero has a crucial role for developing an understanding of some mathematical ideas such as understanding rational numbers and relationship between multiplication and division (Quinn, Lamberg & Perrin, 2008). However, as in the concept of zero, dividing by zero is still unclear and confusing for students, teachers and pre-service teachers. Teachers instruct division by zero at different class levels and may encounter students who do not understand this concept. If we want our students to have a strong conceptual understanding about division by zero, we have to determine what kind of instructional explanations teachers' and pre-service teachers' choose in teaching division by zero.

The aim of this study was to determine what kind of instructional explanations pre-service teachers choose and what teacher education programs' effects were on these choices about division by zero.

Methodology

This study employed the cross-sectional reserach design. In this type of research, the researcher collects data at one point in time. This design provides information in a short amount of time and measures current attitudes or practices (Çepni, 2005). The sample of this study consisted of 197 pre-service teachers who were attending department of elementary mathematics education in an education faculty of a state university in Aegean region. Of them, thirty-five were freshman, fifty-nine were sophomores, sixty-one were juniors and forty-two were seniors. The aim in selecting students from four different levels was to determine the effects of the teacher education program on the students' pedagogical content knowledge regarding division by zero. Data were collected by a questionnaire prepared by researcher in the light of literature. Qualitative and quantitative analysis methods were used in analyzing the data sets. In determining whether there were significant differences in the percentages of the choosing of the participants in consideration of their class levels, a chi-square test was used.

Results

The research findings pre-service teachers at each grade level preferred concrete instructional explanations more. The most popular instructional explanation was the approach of dividing/sharing evenly. Moreover, pre-service teachers at each grade choose formal instructional explanations fewer. In this category, the most popular explanation was the approach of inverse of multiplication. The reasons for choosing the instructional explanations given to the pe-service teachers differ according to the class level. The freshman and sophomore pre-service teachers seem to focus on whether the given explanation are clear, meaningful and logical for them, whereas junior and senior pre-service teachers focus on whether the given explanation include different meaning of the concept, to make connection between concepts and to make easier for the student to understand. Thus, the teacher education program has positive effects on the instructional explanations of the pre-service teachers.

Conclusion

Findings showed that pre-service teachers at each grade level preferred concrete instructional explanations more. Studies showed that pre-service teachers generally experience concrete explanations such as dividing/sharing evenly or repeated subtraction rule when learning the concept of division. Moreover, there can be many reasons for pre-service teachers to use concrete instructional explanations. Some of them can be sorted as their previous mathematical experiences, theirbelieves for mathematics and their inadequacy of mathematical content knowledge. In this context, suggestions for teacher education programs and future research have been offered on choosing instructional explanations.

Kaynaklar/References

Alacacı, C. (2009). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. M. F. Özmantar ve E. Bingölbali (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s. 63-95). Ankara: Pegem Akademi.

Bağcı, O. (2015). *Ortaokul matematik 7 ders kitabı*. Ankara: Tutku Yayıncılık.

Baki, M. (2013). Pre-service classroom teachers' mathematical knowledge and instructional explanations associated with division. *Eğitim ve Bilim, 38*(167), 300-311.

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Reseach in Mathematics Education, 21*(2), 132-144.

Bütün, M. (2012). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının uygulanan zenginleştirilmiş program sürecinde matematik öğretme bilgilerinin gelişimi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (12. baskı). Ankara: PegemA Yayıncılık.

Cankoy, O. (2010). Mathematics teachers' topic-specific pedagogical content knowledge in the context of teaching a0, 0! and a÷0. *Educational Sciences: Theory and Practice, 10*(2), 749-769.

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., & Ball, D. L. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: How does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(6), 441-463.

Chick, H. L. (2007). Teaching and learning by example. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice, 1*, 3-21.

Crespo, S., & Nicol, C. (2006). Challenging preservice teachers' mathematical understanding: The case of division by zero. *School Science and Mathematics, 106*(2), 84-97.

Çelik, D. ve Akşan, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin anlamaları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 7*(1), 166-190.

Çepni, S. (2005). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (2. baskı). Trabzon: Üçyol Kültür Merkezi.

Dede, Y., & Karakuş, F. (2014). The effect of teacher training programs on pre-service mathematics teachers' beliefs towards mathematics. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *14*(2), 804-809.

Duncan, H. F. (1971). Division by zero. *Arithmetic Teacher, 18*(6), 381-382.

Even, R., & Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational Studies in Mathematics, 29*(1), 1-20.

Henry, B. (1969). Zero, the troublemaker. *The Arithmetic Teacher, 16*(5), 365-367.

Kim, Y. (2007). *Middle school mathematics teachers' subject matter knowledge for teaching in China and Korea.* Retrieved February 11, 2017 from http://search.proquest.com/docview/304854162?accountid=15333

Kinach, B. M. (2002). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, *18*(1), 51-71.

Knifong, J. D., & Burton, G. M. (1980). Intuitive definitions for division with zero. *Mathematics Teacher, 73*, 179–186.

Leinhardt, G. (1990). Capturing craft knowledge in teaching. *Educational Researcher*, *19*(2), 18–25.

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. *Handbook of Research on Teaching*, *4*, 333-357.

Leinhardt, G. (2010). Introduction: Explaning instructional explanation. In M. K. Stein & L. Kucan (Eds.), *Instructional explanations in the disciplines* (pp. 1-15). NY: Springer.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2014). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th ed.). Boston: Pearson Education Inc.

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(3), 309-330.

Quinn, R. J., Lamberg, T. D., & Perrin, J. R. (2008). Teacher perceptions of division by zero. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas, 81*(3), 101-104.

Rea, L. M., & Parker, R. A. (2014). *Designing and conducting survey research: A comprehensive guide.* San Fransisco, CA: John Wiley & Sons Inc.

Reys, R. E. (1974). Division and zero-an area of needed research. *Arithmetic Teacher, 21*(2), 153-156.

Reys, R. E., & Grouws, D. A. (1975). Division involving zero: Some revealing thoughts from interviewing children. *School Science and Mathematics, 75*(7), 593-605.

Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In John Sikula (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (2nd ed.) (pp. 102-119). New York: Macmillan.

Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 149-163.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Sundar, V. K. (1990). Thou shalt not divide by zero. *Arithmetic Teacher, 37*, 50–51.

Thompson, A. G. (1992). *Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research*. New York: Macmillan Publishing Co, Inc.

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 2*(2), 87-102.

Tsamir, P., & Tirosh, D. (2002). Intuitive beliefs, formal definitions and undefined operations: Cases of division by zero. In Leder, G. C., Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 331-344). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Tsamir, P., & Sheffer, R. (2000). Concrete and formal arguments: The case of division by zero. *Mathematics Education Research Journal, 12*(2), 92-106.

Tsamir, P., Sheffer, R., & Tirosh, D. (2000). Intuitions and undefined operations: The cases of division by zero. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 22*(1), 1-16.

Watson, J. M. (1991). Models to show the impossibility of division by zero. *School Science and Mathematics, 91*(8), 373-376.

Wheeler, M. M., & Feghali, I. (1983). Much ado about nothing: Preservice elementary school teachers' concept of zero. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(3), 147-155.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. New Jersey: Pearson Higher Education.

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin konuya özel stratejiler bağlamında incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29*(1), 125-149.

Zodik, I., & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *69*(2), 165-182.

Kaynak Gösterme

Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: Sıfıra bölme konusu. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 8*(3), 352-377.

Citation Information

Karakuş, F. (2017). Choices of pre-service elementary mathematics teachers' instructional explanations: Division by zero. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 8*(3), 352-377.