

Matematiksel Modelleme Yeterliklerini Geliştirme ve Değerlendirme Yaklaşımlarının Sınıflandırılması¹

Funda Aydın Güç² ve Adnan Baki³

Makale geçmişi

Makale geliş tarihi: 29 Temmuz 2015

Yayına kabul tarihi: 26 Nisan 2016

Öz: Muhakeme ve ilişkilendirme becerisine sahip, çevresiyle uyumlu, üreten ve yaşamı boyunca karşılaştığı problemleri çözebilen bireylerin yetiştirilmesi okul matematiğinin en temel amacıdır. Bu amacın tam merkezinde matematiksel modelleme yeterlikleri yer almaktadır. İlgili alan yazın incelendiğinde matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine ve değerlendirilmesine yönelik birçok çalışmaya rastlanmaktadır ve benimsenen yaklaşımların birbirinden farklı olduğu anlaşılmaktadır. Ancak ilgili alan yazında söz konusu bu farklı yaklaşımların sistematik sınıflandırılması, nasıl geliştirilebileceği ve matematiksel modellemenin öğrenme ortamlarına nasıl entegre edilebileceği ayrıntılı olarak ele alınmamıştır. Bu çalışmada, kapsamlı bir alan yazın taraması yapılarak matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme, matematiksel modellemeyi öğrenme ortamına entegre etme ve değerlendirme yaklaşımları karşılaştırmalı olarak çözümlenerek sınıflandırılmıştır. Bu çalışma sonunda, yaklaşımlara ve örnek uygulamalara bağlı olarak ortaya koyulan sınıflandırmaların matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme ve değerlendirme çalışmalarına ve tartışmalarına ışık tutacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, modelleme yeterlikleri, yeterlik gelişimi, yeterlik değerlendirme, yeterlik geliştirme ve değerlendirme yaklaşımları

DOI: [10.16949/turkbilmat.277876](https://doi.org/10.16949/turkbilmat.277876)

Abstract: The main goal of mathematics education is to train individuals as have reasoning and connection skills, well-adjusted with their environment, productive and can solve problems that faced throughout in their lives. Modeling competencies take place in the center of this goal. When the literature examined, it can be seen that there are many studies on developing and assessing mathematical modeling competencies and it is seen that the adopted approaches are different from each other. However, systematic classifications of the relevant approaches, how it can be improve and how mathematical modeling can be integrated into learning environment are not dealt with in detail in the literature. In this study, studies on developing and assessing mathematical modeling competencies were examined and studies were classified by analyzing comparative in terms of integration mathematical modeling on the learning environment approaches and mathematical modeling competencies assessment approaches. The classifications set out in this study depending on the approaches and examples are thought to shed light on the discussions and studies on developing and assessing mathematical modeling competencies.

Keywords: Mathematical modeling, modeling competencies, competency development, competency assessment, development and assessment approaches on competencies

[See Extended Abstract](#)

1. Giriş

Eğitimin genel amaçlarında olduğu gibi matematik eğitiminin amaçlarından biri bireyleri gerçek yaşama hazırlamaktır. Bu amaca ulaşmanın yolu öğrencilere diğer bilimlerde, çevremizde ve günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözebilmelerini

¹ Bu çalışma birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında tamamlamış olduğu doktora tezinden üretilmiştir ve 2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

² Yrd. Doç. Dr., Giresun Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Türkiye, fundaydin05@gmail.com

³ Prof. Dr., Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Türkiye, abaki@ktu.edu.tr

sağlayacak yeterliklerin kazandırılmasıdır. Sadece kavram gelişimine odaklanan bir matematik eğitiminde bu amaca ulaşmanın oldukça zor olduğu söylenebilir. Bir gerçek yaşam problemini matematiksel bir probleme dönüştürerek matematiksel çözümler üretme ve bu matematiksel çözümleri gerçek bağlamda yorumlama alt-süreçlerinin yaşandığı döngü olarak tanımlanan matematiksel modelleme süreci (Berry & Houston, 1995; Blum & Leiß, 2007; Borromeo-Ferri, 2006; Lesh & Doerr, 2003; Mason, 1988), günlük hayatta karşılaşılan problemlere matematiksel bir bakış açısıyla çözüm üretilmesinde önemli bir role sahiptir. Bu bağlamda okul matematiğinde matematiksel modellemeye daha fazla yer verilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Australia Ministry of Education, 2008; Department for Education and Employment, 1999; García, Maaß & Wake, 2010; Jorgensen & Ryan, 2004; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; Ministry of Education, 1992; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Niss, Blum & Galbraith, 2007; Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2003; Queensland Board of Senior Secondary School Studies [QBSSSS], 2000; The New German Educational Standards and Curricula'dan akt., Maaß, 2006; Victorian Curriculum and Assessment Authority [VCAA], 2005). Matematik öğretim programının oldukça ağır ve yoğun olmasından dolayı, matematik derslerine modellemeyi entegre etmeye yönelik çalışmalar çoğu zaman kısıtlı kalmaktadır. Bu durum da matematiksel modellemeye yönelik özel ders içeriklerinin geliştirilmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda birçok araştırmacı matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik tasarlanacak öğrenme ortamlarının içeriklerinin nasıl olması gerektiğine yönelik çalışmalar yürütmüştür. Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik öğrenme ortamları nasıl tasarlanmalı sorusu, matematiksel modelleme yeterliklerinin nasıl değerlendirilmesi gerektiği sorusunu da beraberinde getirmektedir. Birçok araştırmacı matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik yöntemler geliştirmek üzere çalışmalar yürütmüştür.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi ve değerlendirilmesine yönelik kabul görmüş ortak bir anlayıştan söz etmenin mümkün olmadığı görülmekle birlikte çeşitli özelliklere göre çalışmaları sınıflamanın mümkün olduğu görülmektedir. Çalışmaları matematiksel modellemeye bakış açıları ve ana amaçları doğrultusunda sınıflandıran Kaiser ve Sriraman (2006), yaklaşımları gerçekçi, bağlamsal, eğitimsel, epistemolojik, sosyo-kritik ve bilişsel olmak üzere altı gruba ayırmaktadır. Kaiser ve Sriraman (2006) tarafından yapılan sınıflandırma Tablo 1'de açıklanmıştır.

Tablo 1. Matematiksel modelleme yaklaşımları (Kaiser & Sriraman, 2006)

Yaklaşım	Ana Amaç	Matematiksel Modelleme Etkinlikleri	Araştırmacı	
Gerçekçi veya uygulamalı matematiksel modelleme	Gerçek bir içerikte problem çözme matematiksel problemlerini çözebilme becerilerinin kazandırılması	uygulamalı olarak modelleme çözebilme uygulanması	Matematiksel bilginin mühendislik, çevre, diğer alanlardaki durumlarında uygulanması	Pollak
Bağlamsal matematiksel modelleme	Yapaylıktan uzak, gerçek bir bağlam içinde matematiksel kavramların öğretimi	<i>model oluşturma etkinlikleri</i>	Lesh ve Doerr	
Eğitimsel matematiksel modelleme a. Didaktik matematiksel modelleme b. Kavramsal matematiksel modelleme	Pedagojik ve konu ile ilgili hedefler: a. Öğrenme süreçlerinin yapılandırılması ve desteklenmesi b. Kavrama giriş ve yapılandırma	Uygun süreçleri içeren ve kavram öğreten etkinlikler	Niss, Blum ve Galbraith	
Epistemolojik veya teorik matematiksel modelleme	Matematiksel kavramlar arası ilişkilerin kurulması ve bunların üzerine konuşulması	Gerçekliğin ikinci planda olduğu, içinde matematik olan her uğraş	Mette Anderson	
Sosyo-kritik matematiksel modelleme	Yaşanılan çevre ve kültürel yapıya uygun eleştirel düşünme becerileri kazandırma	Basitten karmaşığa matematik içeren modelleme etkinlikleri	Skovsmose	
Üst-yaklaşım				
Bilişsel matematiksel modelleme	Matematiksel modelleme süreci boyunca ortaya çıkan bilişsel süreçlerin analiz edilmesi ve bu bilişsel sürecin anlaşılması	Matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin düşünme süreçlerini anlama ve desteklemede yol gösterici bir ortam sağlar	Borromeo-Ferri	

Araştırmacılar bu sınıflandırmanın öznel fikirlere dayandığını ve yüzeysel bir sınıflandırma olduğunu belirtmektedir (Kaiser & Sriraman, 2006). Erbaş ve arkadaşları (2014) da bu sınıflamanın farklı matematiksel modelleme yaklaşımlarını ve anlayışlarını ifade ettiğini, bununla birlikte yaklaşımların aralarındaki farkı net bir şekilde ortaya koymadığını belirtmektedir.

Matematiksel modellemenin eğitimde ele alınma yaklaşımlarını kullanım amacı bakımından sınıflandıran çalışmalar da mevcuttur. Bu yaklaşımlardan biri matematiksel modellemeyi *matematik eğitiminin amacı* olarak ele alan bir yaklaşımdır (Galbraith, 2012'den aktaran Erbaş ve ark., 2014; Gravemeijer, 2002; Julie & Mudaly, 2007; Niss, Blum & Galbraith, 2007). Matematiksel modellemeyi *matematik eğitiminin amacı* olarak ele alan yaklaşımda amaç öğrencilerin model ve kavramları kullanarak matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesidir. Matematiksel modellemeyi *matematiği öğretmek için bir araç* olarak ele alan yaklaşıma göre amaç matematiksel kavramların öğretimidir ve matematiksel modelleme bunun için bir araç olarak kullanılır. Bu yaklaşımda matematiksel yapıların oluşturulması, geliştirilmesi ve

genelleştirilmesini ifade eden sürece daha çok vurgu yapılmaktadır (Erbaş ve ark., 2014). Erbaş ve arkadaşları (2014), Lesh ve Doerr (2003) tarafından ortaya atılan *Model ve Modelleme Yaklaşımı* (MMY) ve *Gerçekçi Matematik Eğitiminin* ortaya koyduğu matematiksel modelleme yaklaşımını (*emergent modeling*) (Gravemeijer, 2002) matematiksel modellemeyi araç olarak ele alan yaklaşımlar olarak değerlendirmektedir. Ayrıca Erbaş ve arkadaşları (2014) bu iki yaklaşımın kesin olarak birbirinden ayrılamayacağını belirtmektedir.

Stillman (2012) yukarıda ayrıntılı olarak değinildiği gibi matematiksel modellemeyi araç ve amaç olarak ele alan iki yaklaşımı vurgulamaktadır. Erbaş ve diğerleri (2014) tarafından yapılan sınıflandırmadan farklı olarak Lesh ve Doerr (2003) tarafından ortaya atılan MMY, bu iki yaklaşımın da ötesinde ele alınmıştır. Stillman (2012), MMY'yi, matematiksel modellemeyi araç olarak ele almanın yanında, amaç olarak ele alan yaklaşımı da içeren bir yaklaşım olarak değerlendirmektedir. Ayrıca Stillman (2012), kendi yaklaşımını da bu yaklaşımların dışında tutmakta ve matematiksel modellemeyi amaç olarak ele aldığını ancak bu amaca ulaşırken bazı matematiksel kavramların öğretiminin de gerçekleştirilebileceğini de belirtmektedir. Matematiksel modelleme süreci gerçekleşirken matematiksel kavramların gelişim ve değişim göstermesi beklenmeyen bir durum değildir. Ancak yeterlik gelişimine odaklanan çalışmalar, öğrencilerin matematiksel geçmişlerini ayrıntılı olarak tanıtmamakta hatta belirlemeye yönelik kapsamlı çalışmalar yürütmemektedir. Başka bir deyişle matematiksel modelleme yeterliğini geliştirmeye yönelik yürütülmüş çalışmalarda işe başlarken öğrencilerin hangi kavramları bildiği belirlenmemekte, dolayısı ile süreç sonunda hangi kavramlara yönelik gelişim sağlandığına yönelik sonuçlar ortaya koyulmamaktadır. Bu sonuçların bilinmemesi de amaç olarak ele alınan matematiksel modelleme yeterliğinin gelişim sürecinde kavram gelişiminin de sağlanıp sağlanmadığının bilinmemesine yol açmaktadır. Bu bağlamda alan yazındaki çalışmalar incelendiğinde matematiksel modellemenin Stillman (2012) tarafından tanımlanan şekilde ele alıp almadığının doğrudan belirlenmesi oldukça zordur.

Matematiksel modellemeyi bir amaç olarak ele alan ve matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesini amaçlayan araştırmacılar, matematiksel modellemenin sadece matematik için değil diğer disiplinlerde de kullanılabilir, matematiksel modelleme sürecinin tamamlanmasında rol oynayan matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır (örn. Blomhøj & Jensen, 2007; Maaß, 2006). Matematiksel modellemeyi eğitimsel bir amaç olarak ele alan ve matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik öğrenme ortamlarının tasarlandığı çalışmalar incelendiğinde iki farklı yaklaşım olduğu görülmektedir. Bu yaklaşımlar "*mikro-düzeyde yaklaşım*" ve "*bütüncül yaklaşım*"dır (Grünwald, 2012). Bunun yanında da mikro-düzeyde ve bütüncül yaklaşımların dengelenmesi gerektiğini vurgulayarak her iki yaklaşımın kullanıldığı "*karma*" çalışmalar da mevcuttur. Bütüncül yaklaşımın benimsendiği öğrenme ortamlarında amaç model oluşturma etkinliği üzerinde çalışan bireylerin tüm matematiksel modelleme sürecinden geçmelerini sağlamaktır.

Mikro-düzeyde yaklaşımın benimsendiği öğrenme ortamlarında ise amaç bireylerin matematiksel modelleme sürecinin bir alt basamağını veya belli basamaklarını gerçekleştirmeleridir. Yani tüm matematiksel modelleme sürecinden ziyade bireylerde deneyim kazandırılması amaçlanan belirli alt süreçler mevcuttur. Dolayısıyla bütüncül yaklaşımda matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkması beklenen tüm yeterlikler ve alt-yeterlikler bir etkinlik boyunca işe koşularken, mikro-düzeydeki bir yaklaşımda alt-yeterlikler farklı etkinliklerle ayrı ayrı işe koşulmaktadır.

Yapılan sınıflamalar incelendiğinde matematiksel modellemenin eğitimde kullanım amacı (gerçekçi, bağlamsal, eğitimsel, epistemolojik, sosyo-kritik, bilişsel; amaç, araç) ve öğrenme ortamı içeriklerine (bütüncül, mikro-düzey, karma) odaklanıldığı, kullanım amacına göre çalışmaların ayrıntılı sınıflamaları yapılırken öğrenme ortamı içeriklerine göre ayrıntılı sınıflamaların yapılmadığı görülmektedir. Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik alan yazının anlaşılması, yürütülecek yeni araştırmaların ve öğreticiler tarafından geliştirilecek öğrenme ortamlarının tasarımı bakımından ayrıntılı sınıflamaların yapılması önemlidir. Bu bağlamda bu çalışmanın amacı, matematiksel modelleme yeterliklerini matematik eğitiminin amacı olarak ele alıp matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye ve değerlemeye yönelik yapılmış çalışmaları, öğrenme ortamına entegre etme ve değerlendirme yaklaşımları bakımından sınıflamak, benzerlik ve farklarını ortaya koymaktır.

2. Yöntem

Çalışma kapsamında matematiksel modelleme öğretimine yönelik uluslararası çalışmaların yer aldığı, alanda kabul görmüş ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), ICTMA (The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications), CERME (Congress of European Research in Mathematics Education), PME (Psychology of Mathematics Education), ICME (International Congress on Mathematics Education) gibi kongrelerde sunulmuş ve tam metnine ulaşılan bildirimler, Matematik Sempozyumu, TÜRKBİLMAT (Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu), UFBMEK (Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi) gibi ulusal sempozyum ve kongrelerde sunulmuş ve tam metinlerine ulaşılan bildirimler, ulusal ve uluslararası dergilerde yayımlanan makaleler ve erişime açık tezler incelenmiştir. Bu çalışmalar arasından matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimini öğretimsel bir amaç olarak ele alan çalışmalar belirlenmiştir. Bazı çalışmalarda, matematiksel modelleme yeterliğinin doğrudan yeterlik olarak adlandırılmasa da matematiksel modelleme sürecinin tamamlanması olarak ele alındığı görülmüştür. Bu tür çalışmaların amacı incelenmiş, amaç matematiksel modelleme sürecini tamamlayabilen bireyler yetiştirmek ise sınıflandırmaya dâhil edilmiştir. Belirlenen çalışmalar alan yazında tanımlanan bütüncül, mikro-düzey ve karma yaklaşımlar bağlamında ele alınarak sınıflanmıştır. Üç gruptaki çalışmalar kendi içinde ayrı ayrı ele alınarak matematiksel modelleme yeterliklerini öğretim ve değerlendirme yaklaşımları bakımından doküman analizi ile sınıflandırmaya çalışılmıştır. Bu çalışmanın amacı, matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine ve değerlendirilmesine yönelik yürütülmüş farklı çalışmaları sınıflandırmak, benzerlik farklılıklarını ortaya koymak olduğundan, çalışmalar

niceliksel olarak ele alınmamıştır. Başka bir deyişle çalışmaların hangi tür öğrenme ortamı veya değerlendirme yaklaşımında yoğunlaştığı incelenmektense, yaklaşımların belirlenmesine ve tanıtılmasına odaklanılmıştır.

3. Bulgular

Bu bölümde matematiksel modellemeyi öğretimsel bir amaç olarak ele alan çalışmalara ait sınıflandırmalar öğrenme ortamı yaklaşımları ve değerlendirme yaklaşımları olmak üzere iki bölümde tanıtılacaktır.

3.1. Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesine Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamlarının Sınıflandırılması

Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik yürütülen çalışmalar incelenerek tasarlanan öğrenme ortamlarına yönelik yapılan sınıflandırma Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Matematiksel modellemeye yönelik öğrenme ortamı yaklaşımları

Yaklaşım	Tasarlanan Öğrenme Ortamları
1. Mikro-düzey Yaklaşım	Alt-yeterlik odaklı Teorik bilgi odaklı
2. Bütüncül Yaklaşım	Serbest Model Oluşturma Etkinliği (MOE) odaklı Matematiksel modelleme basamaklarını takip etme prosedürü odaklı
3. Karma Yaklaşım	Hem mikro-düzey hem bütüncül yaklaşım içerikli (Mikro-düzey ve bütüncül yaklaşım dengesi)

Tablo 2’den görüldüğü gibi matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimine yönelik mikro-düzey ve karma yaklaşımın benimsendiği çalışmalar kendi içinde sınıflandırılmamıştır. Mikro-düzey yaklaşım benimsenerek yürütülen çalışmaların sınıflandırılmamasının nedeni, yaklaşımın doğasına uygun olarak matematiksel modelleme sürecinin bir veya birkaç alt sürecine ait alt yeterliklerin geliştirilmesine yönelik benzer çalışmalar yürütülmesidir. Karma yaklaşımın benimsendiği çalışmalarda ise model oluşturma etkinliklerine ayrıntılı olarak yer verilmediğinden öğrenme ortamlarının tam anlamıyla sınıflandırmanın olanaklı olmadığı görülmüştür.

Mikro-düzey yaklaşımın benimsendiği çalışmalar incelendiğinde, benzer yaklaşım benimsenerek öğrenme ortamlarında herhangi bir yönerge içermeyen etkinliklere yer verildiği görülmektedir. Örnek olarak matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine mikro-düzeyde bir yaklaşımla bakan Crouch ve Haines (2004) tarafından tasarlanan öğrenme ortamları verilebilir. Crouch ve Haines (2004), öğrenme ortamında yer verdikleri model oluşturma etkinliklerinde matematiksel modelleme sürecinin tamamına odaklanmak yerine, her etkinlik için matematiksel modelleme sürecinin bir ve ya birkaç alt sürecine odaklanarak, bu süreçlerdeki yeterlikleri geliştirmeyi

amaçlamaktadır. Örneğin bir etkinlikte özel olarak belirlenen amaç gerçek modelden matematiksel modele geçiş yeterliğini kazandırmak iken, diğer etkinlikte amaç matematiksel modeli doğrulama yeterliğini kazandırmak olabilir. Bu araştırmacılar modelleme yeterliklerinin ayrı ayrı etkinliklerle kazandırılmasının tüm yeterlikleri bir bütün halinde işe koşmayı sağlayabileceğini belirtmektedir. Uluslararası literatürde bu yaklaşıma sahip çalışmalar genellikle aynı araştırmacılar tarafından yürütülmektedir (Crouch & Haines, 2004; Haines & Crouch, 2001; Izard, Haines, Crouch, Houston & Neil, 2003). Ulusal literatürde ise Bal ve Doğanay (2014) tarafından mikro-düzeyde bir yaklaşımla tasarlanan öğrenme ortamında yeterlik gelişimine yönelik bir çalışmaya rastlanmaktadır. Bal ve Doğanay (2014) öğretmen adaylarına matematik ön kavrama testi uygulayarak, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde değişkenlerin belirlenmesi, modelin oluşturulması ve modelin çözümlenmesi aşamalarında hatalar yaptıklarını belirlemiş, bu doğrultuda matematiksel modellemeye yönelik öğrenme ortamında uygulanacak mikro-düzeyde eylem planları geliştirilmiştir. Mikro-düzeydeki eylem planları değişkenler hakkında açıklayıcı bilgilerin verilmesi, model oluşturma ve dikkat edilmesi gerekenlerin belirlenmesi, modelin çözüm aşaması temalarını içermektedir. Çalışmada bu temaları bir bütün halinde işe koşacak etkinlikler yerine, her tema için farklı etkinlikler içeren eylem planları yürütülmüştür. Görüldüğü gibi bu çalışmada matematiksel modelleme sürecindeki basamaklar ayrı ayrı ele alınmaktadır. Bu bağlamda çalışma mikro-düzeyde bir yaklaşımla tasarlanan öğrenme ortamı niteliğindedir.

Bütüncül yaklaşımın benimsendiği çalışmalar kapsamında tasarlanan öğrenme ortamları incelendiği ise, öğrenme ortamlarının “teorik bilgi odaklı”, “serbest MOE odaklı” ve “matematiksel modelleme basamaklarını takip etme prosedürü odaklı” olmak üzere üç grupta sınıflandırılabilirliği görülmektedir.

Bütüncül yaklaşıma dayalı “teorik bilgi odaklı” tasarlanan öğrenme ortamlarında ilk olarak matematiksel modelleme ve matematiksel modelleme sürecine yönelik teorik bilgi odaklı dersler yürütülmektedir. Teorik bilgi dersleri tamamlanmasının ardından öğrencilerin matematiksel modelleme sürecine yönelik hiçbir yönerge içermeyen serbest MOE’ler ile çalışmalarına fırsatlar sunulmaktadır. Öğrencilerin çalışmaları sırasında gerektiğinde öğretmen tarafından stratejik ipuçları verilmektedir. Bu tür öğrenme ortamlarına Bukova-Güzel (2011) tarafından tasarlanan öğrenme ortamı örnek olarak verilebilir. Bu öğrenme ortamının içeriği teorik bilgi ve uygulama olmak üzere iki grupta ele alınabilir.

1. Teorik içerik:

- Model ve matematiksel model örnekleri
- Matematiksel model ile matematiksel modelleme arasındaki farklılıklar
- Öğretim programlarında matematiksel modellemeye verilen önem ve örnekler
- Matematiksel modelleme sürecine yönelik farklı yaklaşımlar

2. Uygulamaya yönelik içerik:

- Literatürde yer alan MOE örnekleri üzerine yürütülen grup ve bireysel çalışmalar
- Çalışmalara ait sunumlar

- MOE tasarım çalışmaları
- Tasarlanan MOE çözümlerinin sunumları

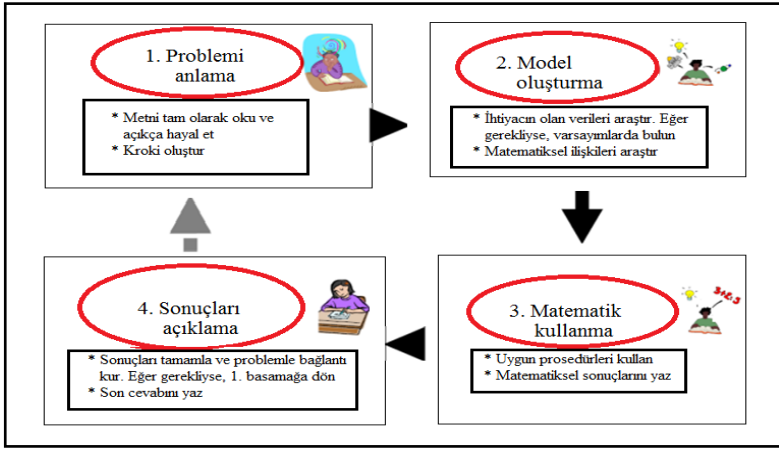
Görüldüğü gibi öğrenme ortamında MOE'lerin yanı sıra teorik bilgilere de yer verilmektedir. Ayrıca ele alınan MOE'ler herhangi yönerge içermeyen ve matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmeyi amaçlayan etkinliklerdir. Benzer şekilde Galbraith ve Clatworthy (1990), Ji (2012), Kaiser (2007), Kaiser, Schwarz ve Tiedemann (2010), Maaß (2006), Mehraein ve Gatabi (2014a) gibi birçok araştırmacı matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmek amaçlı teorik bilgi odaklı bütüncül yaklaşımı benimseyerek öğrenme ortamları tasarlamış ve sonuç olarak matematiksel modelleme süreci hakkında verilen teorik bilginin matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesinde pozitif etkisi olduğunu belirlemiştir.

Bütüncül yaklaşıma göre tasarlanan öğrenme ortamlarından bir diğeri “serbest MOE odaklı” öğrenme ortamlarıdır. Bu tür öğrenme ortamlarında matematiksel modellemeye yönelik herhangi teorik bilgi verilmez. Öğrencilerden modelleme sürecine yönelik herhangi bir yönerge içermeyen MOE'lere çözüm getirecek matematiksel modelleri oluşturmaları beklenir. İhtiyaç duyan öğrencilere rehberlik yapılarak stratejik ipuçları verilebilir. Bu yaklaşımla tasarlanan öğrenme ortamına örnek olarak Korkmaz (2010) tarafından tasarlanan öğrenme ortamı verilebilir. Korkmaz (2010), öğretmen adaylarına matematiksel modelleme bakış açısını kazandırmak amacıyla grup çalışması ile yürütecekleri 7 farklı serbest MOE uygulamıştır. Bu MOE'ler herhangi bir yönerge içermeyen açık uçlu problemlerdir. Öğrenme ortamında kullanılan bir MOE aşağıda verilmiştir.

Semih çıkacağı tatil için bir araba kiralamak istiyor. A şirketindeki arabaların kiralama koşulları günlüğü 38 YTL ve her km için de 2.60 YTL ödeme yapılması şeklindedir. B şirketinin koşulları ise, günlüğü 26 YTL ve her km için de 3.20 YTL ödeme olması şeklindedir. Semih'in tatili üç gün sürecektir. Semih için en uygun araba kiralama modelini oluşturunuz.

Görüldüğü gibi öğretmen adaylarına sunulan MOE, öğretmen adaylarını matematiksel modelleme alt süreçlerine yönlendirecek herhangi bir yönerge içermeyen, öğretmen adaylarını çözüm sürecinde serbest çalışmaya teşvik eden açık uçlu bir etkinliktir ve matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmeyi gerektirmektedir. Diğer MOE'ler de benzer şekildedir. Bu bağlamda Korkmaz (2010) tarafından tasarlanan öğrenme ortamı bütüncül yaklaşımın benimsendiği serbest MOE odaklı bir öğrenme ortamıdır denilebilir. Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik yürütülen birçok çalışmada (Braun, 2014; Huang, 2011; Korkmaz, 2010; Mehraein & Gatabi, 2014b; Özdemir ve Üzel, 2013) benzer şekilde serbest MOE odaklı bütüncül yaklaşım benimsenerek öğrenme ortamları tasarlanmış ve sonuç olarak serbest MOE'ler ile çalışmanın matematiksel modelleme yeterliklerinin kazandırılmasında pozitif etkisi olduğu belirlenmiştir.

Bütüncül yaklaşıma göre tasarlanan öğrenme ortamlarından bir diğeri de “matematiksel modelleme basamaklarını takip etme prosedürü odaklı” öğrenme ortamlarıdır. Bu grupta sınıflandırılan öğrenme ortamlarında matematiksel modelleme sürecinin basamakları öğrencilerin bilişsel seviyelerine uygun şekilde revize edilerek, MOE çalışmaları sırasında öğrencilere rehber olarak sunulmaktadır. Öğrencilerden herhangi bir yönerge içermeyen MOE’ler üzerinde çalışırken, rehber niteliğindeki basamakları takip ederek çalışmalarına yön vermeleri beklenmektedir. Bu sayede öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmelerine imkân sağlanmaktadır. Bu yaklaşımla matematiksel modelleme yeterliğinin tüm ana-yeterliklerinin desteklenmesi amaçlanmaktadır. Bu tür öğrenme ortamlarına örnek olarak Blum ve Borromeo-Ferri (2009) tarafından yürütülen çalışmalar verilebilir. Blum ve Borromeo-Ferri (2009) DISUM (Didaktische Interventionsformen für einen Selbständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten Unterricht am Beispiel Mathematik/ Didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self-regulation and directed by tasks) ve COM² (Cognitive-psychological analysis of modelling processes in mathematics lessons) projelerinde ilk kez matematiksel modelleme eğitimi alacak öğrenciler için Şekil 1’de verilen “çözüm planı”nı rehber olarak önermektedir.



Şekil 1. Matematiksel modelleme etkinlikleri için "Çözüm Planı" (Blum & Borromeo-Ferri, 2009, s. 54)

Blum ve Borromeo-Ferri (2009) ileri matematiksel modelleme eğitimi için Şekil 1’de verilen çözüm planının ayrıntılandırılarak seviyeye uygun çözüm planlarını önermektedir.

Matematiksel modelleme basamaklarını takip etme prosedürü odaklı bütüncül yaklaşımın benimsendiği çalışmalarda rehber nitelikteki matematiksel modelleme döngüsünü takip ederek MOE’ler ile çalışmanın matematiksel modelleme yeterliklerinin kazandırılmasında pozitif etkisi olduğu belirlenmiştir. Bu tür yaklaşımla tasarlanan öğrenme ortamları hakkında ayrıntılı bilgi edinmek için Blomhøj ve Jensen (2003), Blum

ve Borromeo-Ferri (2009), Tekin-Dede ve Yılmaz (2013) tarafından yürütülen çalışmalar incelenebilir.

Her ne kadar alan yazında öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinin çeşitli alt-yeterlikleri içerdiği vurgulansa da (Maaß, 2006), bütüncül yaklaşım benimsenerek tasarlanan öğrenme ortamlarında alt-yeterliklerden ziyade ana-yeterliklere odaklanıldığı görülmektedir. Matematiksel modellemenin alt-yeterliklerinin gelişiminin amaçlandığı, dolayısıyla öğrenme ortamında alt-matematiksel modelleme yeterliklerinin desteklendiği bir öğrenme ortamı da farklı bir yaklaşım olarak ele alınabilir.

Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik mikro-düzey ve bütüncül yaklaşımın dengesini öneren karma yaklaşımı benimseyen çalışmalarda (Blomhøj, 2007; Blomhøj & Jensen, 2003) tasarlanan öğrenme ortamları incelendiğinde, bütüncül bir yaklaşımla tüm yeterliklerin bir bütün olarak ele alındığı etkinliklere yer verildiği gerek duyulduğunda da bazı yeterliklerin mikro-düzeyde ele alındığı görülmektedir. Bu yaklaşıma göre bütüncül ve mikro-düzey yaklaşımlar arasında bir denge kurulması gerekmektedir. Karma yaklaşıma örnek olarak Blomhøj (2007) tarafından yürütülen bütüncül ve mikro-düzeyde yaklaşımın entegre edildiği öğrenme ortamları verilebilir. Blomhøj (2007) fen bilimlerde okuyan üniversite öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirilmeye yönelik var olan iki yıllık bir öğretim programında, ilk olarak öğrenme ortamına hazır projeler ve üretilmiş modeller getirmiştir. Bu modeller üzerinde sınıf tartışmaları yürütülmüştür. Hazır modeller üzerine tartışmaların yürütülmesindeki amaç belli bir modelin toplumsal bağlamlarda uygulamalarına vurgu yapmak ve öğrencilerin modeli yorumlama yeterliklerini desteklemektir. Bu etkinlikler hazır modeller üzerinde analiz yaparak öğrencilerin modelli sorgulama yeterliklerine yönelik olduğundan mikro-düzeyde etkinliklerdir. Mikro-düzey etkinliklerin ardından varsayımları, hipotezleri test etmeye imkân sağlayan ve matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmeyi gerektiren projelere yer verilmiştir. Öğrencilerin bu etkinliklere yönelik model oluşturabilmesi için matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmesi gerekmektedir. Bu nedenle bu etkinlikler bütüncül yaklaşımla tasarlanan etkinliklerdir denilebilir. Görüldüğü gibi öğrenme ortamında bazı yeterlikleri kazandırmaya yönelik mikro-düzey MOE'lere de özel olarak yer verilirken, matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmeyi gerektiren bütüncül yaklaşımla tasarlanmış MOE'ler de yer verilmektedir. Bu bağlamda bu öğrenme ortamı bütüncül ve mikro-düzey yaklaşımın birlikte kullanıldığı karma bir yaklaşımdır denilebilir. Sonuç olarak böyle bir ortamın çeşitli matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirdiği görülmüştür.

3.2. Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik yürütülen çalışmaların sınıflandırılması

Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik yürütülen çalışmalar incelenerek değerlendirme yaklaşımlarına yönelik yapılan sınıflandırma Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3. Matematiksel modelleme yeterlikleri değerlendirme yaklaşımları

Yaklaşım	Yapılan Değerlendirme Çalışmaları
1. Mikro-düzey Yaklaşım	Bir veya birkaç alt-yeterliği ayrı ayrı ele alma
2. Bütüncül Yaklaşım	<p>A. Yeterlik değerlendirme</p> <p>(Bazı çalışmalarda süreç basamakları olarak ele alınmıştır)</p> <p>B. Düzey belirleme</p> <p>C. Çok boyutlu değerlendirme</p> <p>a. Hangi yeterliklere sahip olduğunun belirlenmesi (hangi basamakların gerçekleştirilmiş olduğunun belirlenmesi)</p> <p>b. Hangi yeterliklerin (basamakların) ne ölçüde gerçekleştirildiğinin belirlenmesi</p> <p>c. Yürütülen çalışmanın hangi düzeyde (basamaklara göre) olduğunun belirlenmesi</p> <p>d. Yeterliklere ait hangi alt-yeterliklerin gerçekleştirildiğinin belirlenmesi</p>
3. Karma Yaklaşım	Mikro-düzey ve bütüncül yaklaşım dengesi

Tablo 3'den görüldüğü gibi matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik mikro-düzey ve karma yaklaşımın benimsendiği çalışmalar kendi içinde sınıflandırılmamıştır. Mikro-düzey yaklaşım benimsenerek yürütülen çalışmaların sınıflandırılmamasının nedeni, yaklaşımın benimsendiği çalışmalarda alt yeterliklerin değerlendirilmesine yönelik yürütülen mikro-düzey değerlendirmelerin benzer şekilde geliştirilen testler yardımıyla yapılmış olmasıdır. Karma yaklaşımın benimsendiği çalışmalarda yapılan değerlendirmenin de birbirine benzer şekilde mikro-düzeyde çoktan seçmeli sorular ve bütüncül MOE'ler içeren testlerle yapıldığı görülmüştür. Bu bağlamda bu yaklaşımı benimseyen çalışmaların aynı türden olduğu, kendi içinde farklılık göstermediği görülmüştür.

Matematiksel modelleme öğretimine mikro-düzeyde yaklaşan ve matematiksel modelleme yeterliklerini mikro-düzeyde yaklaşımla değerlendiren Crouch, Davis, Fitzharris, Haines, Izard, Houston ve Neil gibi araştırmacılar, matematiksel modelleme yeterliklerinin öğretimi gibi değerlendirilmesinin de alt yeterlikler bağlamında ele alınması gerektiğini savunmaktadırlar. Bu bağlamda bu araştırmacılar uzun çalışmalar sonucu mikro-düzey değerlendirmeye uygun olarak alt-yeterliklere yönelik çoktan seçmeli sorular içeren bir test geliştirmişlerdir. Bu test Haines, Crouch ve Davis (2001) tarafından oluşturulmuş ve Houston ve Neil (2003), ardından Izard ve arkadaşları (2003) tarafından geliştirilmiştir (Kaiser, 2007). Bu testin değerlendirmeyi amaçladığı alt-yeterlikler Kaiser (2007) tarafından şu şekilde tanımlanmaktadır:

1. Gerçek yaşam problemi ile ilgili sadeleştirme ve varsayımlar yapma
2. Gerçek modelin hedefini açıklama
3. Kesin bir problem durumu formüle etme
4. Modelin değişkenlerinin, parametrelerinin ve değişmezlerinin atanması
5. Problemi tanımlamak için ele alınan durumların matematiksel formülasyonu

6. Matematiksel model seçimi
7. Grafiksel gösterimleri kullanma
8. Geri dönerek gerçek durumuyla ilişki kurma ve gerçek yaşam bağlamında çözümü yorumlama

Hazırlanan test, tanımlanan sekiz alt yeterliğin her birini ayrı ayrı ölçecek çoktan seçmeli sorular içermektedir. Sorular 0, 1 veya 2 puan alınabilecek sıklardan oluşmakta ve kısmi kredilendirme ile öğrencilerin matematiksel modelleme yeterlikleri değerlendirilmektedir. Bu test ile matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmeyi amaçlayan herhangi bir etkinlik yürütülmeden, matematiksel modelleme sürecinin her bir basamağı arasındaki geçişlerine yönelik öğrenci becerilerinin anlık görüntüsü ayrı ayrı belirlenmektedir. Öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliği bu testten alınan toplam puanla değerlendirilmektedir. Araştırmacılar tarafından teste eş olarak hazırlanan son-test formu da geliştirildiğinden, tasarlanan öğrenme ortamlarındaki yeterlik kazanımı ön ve son testlerden alınan puanlar arasındaki değişim incelenerek belirlenebilmektedir. Bu değerlendirme yaklaşımı Dan ve Xie (2011), Kaiser (2007) ve Kertil (2008) gibi araştırmacıların çalışmalarında görülmektedir.

Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik yürütülen çalışmalar incelendiğinde, birçok çalışmada matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesinde tüm alt-yeterliklerin bir bütün olarak ele alınması gerektiği gibi değerlendirilmesinde de tüm süreçte işe koşulan yeterliklerin bir bütün olarak ele alınması ve değerlendirilmesi gerektiğini vurgulayan bütüncül yaklaşımın benimsendiği çalışmalar da dikkat çekmektedir. Bu tür bir yaklaşımla öğrencilerin tüm matematiksel modelleme sürecini gerektiren MOE'ler üzerinde yürüttükleri çalışmalar değerlendirilmektedir. Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik bütüncül yaklaşımın benimsendiği çalışmalar incelendiğinde, değerlendirme yaklaşımlarının “yeterlik değerlendirme”, “düzey belirleme” ve “çok boyutlu değerlendirme” olarak gruplandırılabilirliği görülmektedir.

Yeterlik değerlendirme yaklaşımları incelendiğinde, yaklaşımların “hangi yeterliklere sahip olduğunun belirlenmesi”, “hangi yeterliklerin (basamakların) ne ölçüde gerçekleştirildiğinin belirlenmesi”, “yürütülen çalışmanın hangi düzeyde (basamaklara göre) olduğunun belirlenmesi” ve “yeterliklere ait hangi alt-yeterliklerin gerçekleştirildiğinin belirlenmesi” olarak gruplandırılabilirliği görülmektedir. Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine öğrencilerin hangi yeterliklere sahip olduğunun belirlenmesi (matematiksel modelleme sürecinin hangi alt basamaklarının gerçekleştiğinin belirlenmesi) yaklaşımı ile bakan çalışmalarda, literatürce tanımlanan bir matematiksel modelleme süreci ele alınmakta ve öğrencilerin verilen MOE'ler üzerinde çalışma süreçleri analiz edilmektedir. Örnek olarak Schwarz ve Kaiser (2007) tarafından yürütülen çalışma verilebilir. Schwarz ve Kaiser (2007) matematiksel modelleme sürecini “gerçek bir model/ matematiksel model oluşturma; matematik içi problemi çözme; doğrulama” basamakları olarak tanımlamış ve MOE'ler üzerine çalışan

öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerini bu basamakları gerçekleştirilip gerçekleştirilmediğine göre değerlendirmiştir. Benimsenen farklı matematiksel modelleme süreçlerine göre bu yaklaşımla yapılan matematiksel modelleme yeterlikleri değerlendirme çalışmaları Blum ve Leiß (2007), Plath, Leiss ve Schwippert (2014), Sekerak (2010) tarafından yürütülen çalışmalarda da görülmektedir. Matematiksel modelleme yeterliklerini bütüncül bir yaklaşımla yeterlik değerlendirme olarak ele alan çalışmalardan bazıları da alt-yeterliklerin ya da matematiksel modelleme süreci basamaklarının ne ölçüde gerçekleştiğine odaklanmaktadır. Örnek olarak Bukova-Güzel ve Uğurel (2010) tarafından yapılan çalışma verilebilir. Bukova-Güzel ve Uğurel (2010) matematiksel modelleme sürecinin “problemi anlamlandırma, problemlerin değişkenlerini ve değişkenler arasındaki ilişkileri kurmak için gerekli matematiksel kavramları ortaya çıkarma, problemi matematiksel forma dönüştürme, matematiksel bir model oluşturma ve matematiksel olarak problemi çözme, problemin çözümünden elde edilen sonuçları yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama” basamaklarını dikkate alarak, öğrenci çalışmalarını matematiksel modelleme sürecindeki her basamak için 0-3 arası dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirmiştir. Matematiksel modelleme başarısı, öğrencilerin her basamak için tüm etkinliklerden aldığı toplam puan ve bir etkinlikten tüm basamaklar için aldığı toplam puan hesaplanarak belirlenmiştir. Farklı matematiksel modelleme basamakları benimsenerek de bu tür değerlendirme yaklaşımının benimsendiği çalışmalar da mevcuttur. Bu çalışmalara örnek olarak Bukova-Güzel (2011), Biccard (2010), Eric, Dawn, Wanty ve Seto (2012), Hıdıroğlu, Tekin-Dede, Kula ve Bukova-Güzel (2014), Korkmaz (2010), Kösa ve Aydın-Güç (2014), Özdemir ve Üzel (2013) tarafından yürütülen çalışmalar verilebilir. Huang (2011), Ji (2012), Ludwig ve Xu (2010), Mehraein ve Gatabi (2014a, 2014b) gibi çalışmalarda da bütün bir matematiksel modelleme sürecinde yürütülen çalışmaların hangi düzeyde olduğu alt-yeterlikler bağlamında değil de bir bütün olarak ele alınmaktadır. Bu tür çalışmalar yürütülen çalışmanın hangi düzeyde (basamaklara göre) olduğunun belirlenmesine yönelik yaklaşım benimseyen çalışmalar olarak sınıflandırılmıştır. Bu grup çalışmalara örnek olarak verilebilecek Huang (2011) tarafından benimsenmiş ve matematiksel modelleme yeterlikleri dört düzeyde değerlendirilmeyi amaçlayan düzey belirleme anahtarı aşağıdaki gibidir:

Düzyey 0: 1. Cevapların doğru ya da doğruya yakın olmasına rağmen, seçeneklerin doğruluğu hakkında bir akıl yürütme yok

2. Yanlış cevap

Düzyey 1: Cevaplar tamamen doğru değil ancak matematiksel modelleme süreci veya algılanan gerçeklik ve matematiksel dünya arasındaki ilişki kısmen kabul edilebilir. Ya da algılanan gerçeklik veya matematik bilgisi yetersiz.

Düzyey 2: Doğru bir yol izlendi; matematiksel modelleme süreci veya algılanan gerçeklik ve matematiksel dünya arasındaki ilişki kabul edilebilir. Ancak algılanan gerçeklik veya matematik bilgisi yetersiz.

Düzey 3. Doğru bir yol izlendi; matematiksel modelleme süreci veya algılanan gerçeklik ve matematiksel dünya arasındaki ilişki kabul edilebilir ve bu ilişki doğru şekilde uygulandı.

Görüldüğü gibi düzeyler matematiksel modelleme sürecinin basamakları ile paralel şekilde ilerlemektedir. Bu tür bir yaklaşımla yapılacak olan düzey değerlendirmesinde, öğrencilerin MOE'lere yönelik model oluşturma süreçleri izlenerek, öğrenci çalışmalarının hangi düzeyde oldukları belirlenmektedir. Matematiksel modelleme yeterliklerini her yeterliğin alt-yeterlikleri bağlamında ele alan ve yeterliklere ait hangi alt-yeterliklerin gerçekleştirildiğinin belirlenmesine yönelik yaklaşımın benimsendiği çalışmalara örnek olarak da Tekin-Dede ve Yılmaz (2013) tarafından yapılan çalışma verilebilir. Tekin-Dede ve Yılmaz (2013), Borromeo-Ferri (2006) tarafından tanımlanan matematiksel modelleme döngüsünün basamaklarının yazılı olarak verildiği bir MOE'de, öğretmen adaylarından bu basamakları takip ederek MOE'de verilen probleme uygun çözüm getirebilecek bir model oluşturmalarını istemiştir. Buradaki amaç, matematiksel modellemenin her basamağına yönelik veri elde etmeyi mümkün kılmak olarak açıklanmaktadır. Video kayda alınan öğrenci çalışmaları Blum ve Kaiser (1997) tarafından tanımlanan Maaß (2006) tarafından aktarılan matematiksel modelleme alt-yeterlikleri bağlamında incelenmiş, model oluşturma sürecinde her alt-yeterlik için çalışma yapılıp yapılmadığı değerlendirilmiştir.

Her ne kadar alan yazında öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinin çeşitli alt-yeterlikleri içerdiği vurgulansa da (Maaß, 2006), bütüncül yaklaşım benimsenerek matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlendiği çalışmalarda alt-yeterliklerden ziyade ana-yeterliklere odaklanıldığı görülmektedir. Matematiksel modellemenin alt-yeterliklerine odaklanan çalışmalarda da alt-yeterlikler üzerinde çalışılıp çalışılmadığı araştırılmış, ancak hangi alt-yeterliğin ne ölçüde gerçekleştirildiği araştırılmamıştır. Bu bağlamda, öğrencilerin alt-matematiksel modelleme yeterliklerine ne ölçüde sahip olduklarını incelemek amacıyla “yeterliklere ait hangi alt-yeterliklerin ne ölçüde gerçekleştirildiğinin belirlenmesi” yeni bir değerlendirme yaklaşımı olarak önerilebilir.

Bütüncül yaklaşım benimseyerek matematiksel modelleme yeterliklerini değerlendirirken farklı düzeylerin tanımlandığı çalışmalara da rastlamak mümkündür. Bu çalışmada bu tür yaklaşım “düzey belirleme” yaklaşımı olarak adlandırılmıştır. Bu yaklaşıma örnek olarak Henning ve Keune (2004) ve Keune ve diğerleri (2004) tarafından önerilen ve “yeterlik düzeyi modeli” olarak adlandırılan (akt. Henning & Keune, 2007) değerlendirme yaklaşımı verilebilir. Yeterlik düzeyi modeline göre matematiksel modelleme yeterliği üç düzeyde değerlendirilmektedir. Bu düzeyler ve karakteristik beceriler aşağıda verilmiştir:

Düzey 1: Matematiksel modellemeyi tanıma ve anlama:

- Tanıma
- Matematiksel modelleme sürecini açıklama

- Karakterize etme, matematisel modelleme sürecinin basamaklarını ayırt etme ve yerleştirme

Düzyey 2: bağımsız matematisel modelleme:

- Problemleri yapılandırma ve analiz etme, nicelikleri sadeleştirme
- Farklı bakış açılarını benimseme
- Matematisel modeller kullanma
- Modeller üzerine çalışma
- Modellerin sonuçlarını ve ifadelerini yorumlama
- Modeller ve tüm süreci doğrulama

Düzyey 3: matematisel modellemeye üst-yansıtma

- Matematisel modellemeyi eleştirel analiz etme
- Matematisel model değerlendirme kriterlerini karakterize etme
- Matematisel modellemenin nedeni üzerine yansıtma yapma
- Matematiğin uygulamaları üzerine yansıtma yapma

Görüldüğü gibi düzyeylerdeki ilerleme matematisel modelleme sürecinin basamaklarındaki ilerlemeye paralel olmaktan ziyade bütüncül olarak çalışmaların kalitesine odaklanmaktadır.

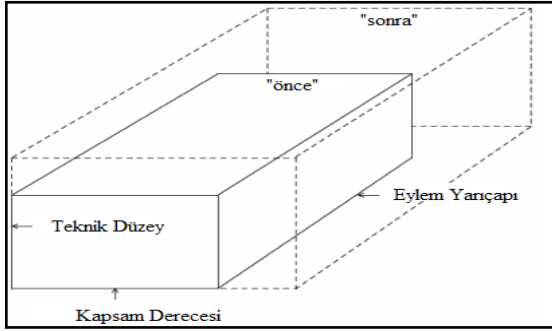
Matematisel modelleme yeterliklerinin çok boyutlu bir değerlendirme yaklaşımıyla ele alınması gerektiğini vurgulayan çalışmalar da mevcuttur (Örn., Rensaa, 2011; Niss & Jensen, 2006'dan aktaran Jensen, 2007). Bu çalışmalar matematisel modellemenin

Tablo 4. Matematisel modelleme yeterliğinin iki boyutlu değerlendirilmesine yönelik matris (Rensaa, 2011)

Bilgi Boyutu	Bilişsel Süreç Boyutu							
	Hatırlama (tanıma, geri çağırma)	Temsil etme (transfer etme)	Karşılaştırma (ilişkilendirme, sınıflandırma)	Hesaplama (uygulama, yürütme)	Model (analiz, ölçme)	İletişim kurma (tanımlama, açıklama, savunma)	Üst-biliş (kontrol, düzenleme)	
Kavramsal Bilgi								
Etkinliğin yorumlanması								
Diferansiyel denklem türleri								
İntegral								
Yerine koyma, başlangıç şartları								
Çözümün yorumlanması								
Prosedür bilgisi								
Kesir bölme kuralları								
İntegrasyon								
Üssel ve logaritma kuralları								
Mutlak değer kuralları								
Denklem çözme kuralları								

oldukça karmaşık olduğunu ve matematiksel modellemenin tek boyutlu olarak ele alınmanın karmaşık yapısına uygun olmadığını vurgulamaktadır. Bu çalışmalara örnek olarak Rensaa (2011) tarafından yapılan çalışma verilebilir. Rensaa (2011) mühendislik öğrencilerinin matematiksel modelleme yetkinliklerini analiz etmek için, kullanılan etkinliğin içerdiği konu alanına uygun olarak iki boyutlu bir değerlendirme matrisi geliştirmiştir. Geliştirilen bu değerlendirme matrisi Tablo 4’de verilmiştir.

Bölmelere yazılacak değerlendirme kriterleri “evet”, “hayır, yapılmadı”, “hayır, istenmedi” ve “hayır, ilgili değil” şeklindedir. Bu matris özel bir konuya yönelik hazırlanmıştır. Farklı konular için konu alanına özgü değerlendirme kriterlerini içeren yeni matrisler hazırlanabilir. Niss ve Højgaard (2011) de “kapsam derecesi”, “eylem yarıçapı”, “teknik düzey” boyutlarını içeren çok boyutlu bir değerlendirme yaklaşımı önermektedir. Tanımlanan çok boyutlu değerlendirme yaklaşımı Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2. Üç boyutlu yeterlik değerlendirme yaklaşımının görselleştirilmesi (Niss & Jensen, 2006’dan akt., Jensen, 2007)

Bu yaklaşıma göre kapsam derecesi; yürütülen matematiksel modelleme sürecinin, teknik düzey; kullanılan ve benimsenen matematiğin, eylem yarıçapı; matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan matematiğin değerlendirilmesini amaçlayan boyutlar olarak tanımlanmaktadır (Jensen, 2007). Bu üç boyutlu değerlendirme bir hacim olarak temsil edilir ve ilerleme hacimdeki artış olarak temsil edilmektedir. Çok boyutlu böyle bir yaklaşımın matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesinde kullanılmasında zorlukların yaşanmasının şaşırtıcı olmayacağı da vurgulanmaktadır (Jensen, 2007).

Farklı öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerini karşılaştırma isteği araştırmacıları çoktan seçmeli mikro-düzeyde çalışmalara yönlendirmesine rağmen, bu tür değerlendirmelerde bütüncül değerlendirmenin göz ardı edilmesi matematiksel modelleme yeterliklerinin tam anlamıyla değerlendirilmediği eleştirisini beraberinde getirmektedir. Bu eleştiriler araştırmacıları mikro-düzeyde testlere bütüncül yaklaşıma dayalı MOE’ler yerleştirmeye yönlendirmiştir. Bu tür yaklaşımı benimseyen çalışmalar karma yaklaşımlar olarak adlandırılmaktadır. Karma yaklaşımla matematiksel modelleme yeterliklerini

değerlendirmek amacıyla Zöttl, Ufer ve Reiss (2011) dört kategoriden oluşan bir test geliştirmiştir. Bu testin üç kategorisi matematiksel modelleme sürecinin farklı basamaklarının ayrı ayrı ele alındığı mikro-düzye değerlendirme yaklaşımını benimseyen sorular içermektedir. Dördüncü kategorisi ise bütüncül yaklaşımı benimseyen, kısa ama tüm matematiksel modelleme sürecinden geçmeyi gerektiren matematiksel modelleme etkinliği içermektedir. Alt-yeterliklere yönelik çoktan seçmeli mikro-düzye soruları, matematiksel modelleme sürecinin tamamını gerektiren bütüncül MOE'ler ile destekleyen çalışmalara örnek olarak Maaß ve Mischo (2011), Mischo ve Maaß (2012, 2013) tarafından yürütülen çalışmalar verilebilir.

4. Sonuçlar

Yapılan doküman analizi sonucunda, matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik mikro-düzye ve karma yaklaşımla yürütülen çalışmaların benzer içeriklerde olduğu, bütüncül yaklaşımla yürütülen çalışmaların “teorik bilgi odaklı”, “serbest model oluşturma etkinliği odaklı” ve “matematiksel modelleme basamaklarını takip etme prosedürü odaklı” olmak üzere üç farklı kategoride sınıflandırılabilceği, bu sınıflandırma doğrultusunda da “matematiksel modelleme alt-yeterliklerini desteklemeye yönelik öğrenme ortamı” önerilebileceği görülmüştür. Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde ise benzer şekilde mikro-düzye ve karma yaklaşımla yürütülen çalışmaların benzer içeriklerde olduğu, bütüncül yaklaşımla yapılan yeterlik değerlendirmesinin ise “A.Yeterlik değerlendirme: a)hangi yeterliklere sahip olduğunun belirlenmesi, b) hangi yeterliklerin ne ölçüde olduğunun belirlenmesi, c) yürütülen çalışmanın hangi düzeyde olduğunun belirlenmesi, d) yeterliklere ait hangi alt yeterliklerin gerçekleştirildiğinin belirlenmesi”, “B.Düzye belirleme”, “C.Çok boyutlu değerlendirme” şeklinde sınıflandırılabilceği ve bu sınıflandırma doğrultusunda da “yeterlik değerlendirme” çalışmalarına beşinci bir yaklaşım olarak “e.yeterliklere ait hangi alt-yeterliklerin ne ölçüde gerçekleştirildiğinin belirlenmesi” yaklaşımının önerilebileceği görülmüştür. Bu farklı yaklaşımların bir birinden net bir şekilde ayrılabilcek özelliklere sahip olduğu, çalışmaların bir yaklaşım baskın olmakla birlikte diğer yaklaşımlardan da izler taşıyabileceği söylenebilir.

Bu çalışmada matematiksel modelleme yeterliğini geliştirme ve değerlendirme yaklaşımları sınıflandırılmıştır. Matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmek isteyen araştırmacılar ve ya öğretmenler, farklı yaklaşımları inceleyerek ihtiyaçlarına cevap verecek öğrenme ortamı ve değerlendirme yaklaşımını belirleyebilirler. Yapılan sınıflandırmada her ne kadar farklı yaklaşım benimseyen çalışmalar karşılaştırılsa da, yaklaşımların sonuçları diğer yaklaşımların sonuçları ile karşılaştırılmamıştır. Yaklaşımların matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmedeki etkilerinin karşılaştırıldığı teorik ve uygulamalı çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada ortaya koyulan sınıflandırmaların, matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme ve değerlendirme çalışmalarına ve tartışmalarına ışık tutacağı düşünülmektedir.

The Classification of Development and Assessment Approaches for Mathematical Modelling Competencies

Extended Abstract

Intruduction

As a result of related literature review, we can see that it is difficult to deal with a consensus on the development and assessment of mathematical modeling efficiencies. Beside this fact we can specify some studies classifying approaches through various features. Kaiser and Sriraman (2006) developed a six-fold categorization of the studies with reference to their perspectives of mathematical modeling and primary purposes: realist, conceptual, educational, epistemological, socio-critical, and cognitive. There are also some studies which categorize the educational perspectives to mathematical modeling with reference to the case. One such perspective discusses mathematical modeling as the *objective of mathematics education*, while another sees mathematical modeling as a *tool (method) to teach mathematics* (Galbraith, 2012 quoted by Erbaş et al., 2014). The researchers considering mathematical modeling as an objective try to ensure the development of mathematical modeling competencies which play a part in the conclusion of the mathematical modeling process, and which can be used not only for mathematical modeling but also for other disciplines as well (etc. Blomhøj & Jensen, 2007; Maaß, 2006). A review of the studies considering mathematical modeling as an educational objective and as a learning environment to develop mathematical modeling competencies contains within itself two distinct approaches. These approaches are "*micro-level approach*" and "*holistic approach*" (Grünewald, 2012). Furthermore, there are also some studies which adopt a "*mixed*" perspective, underlining the need to establish a balance of the micro-level and holistic approaches both (Blomhøj, 2007). Therefore, in the holistic approach all competencies and sub-competencies expected through the mathematical modeling process are implemented through the activity (Maaß, 2006), while micro-level approach implement various sub-competencies within the framework of distinct activities (Crouch and Haines, 2004).

When examining present classifications, it can be suggested that detailed classifications are not performed according to contents of learning environment. It is important to understand the literature related to development of mathematical modeling competencies, to use detailed classifications for new researches to be performed and learning environment design to be developed by teachers. In this respect, purpose of this study is to classify studies about mathematical modeling competencies as the purpose of mathematics education and develop and assess mathematical modeling competencies in respect to learning environment and to reveal their similarities and differences.

Methods

The full text of oral presentations that accepted and presented in ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), ICTMA (The International Community of Teachers of Mathematical Modeling and Applications), CERME (Congress of European Research in Mathematics Education), PME (Psychology of Mathematics Education), ICME (International Congress on Mathematics Education), TURCOMAT (Turkish Computer and Mathematics Symposium) and NSMEC (National Sciences and Mathematics Education Congress); open access thesis and articles which are published on national and international journals are examined. These studies are not considered as quantitative data because the purpose of this study is to classify different studies performed related to development and assessment of mathematical modeling competencies and reveal similarities and differences.

Results

The classification related to learning environments designed by examining studies performed regarding development of mathematical modelling competencies, is given in Table-1.

Table 1. Learning environment approaches of mathematical modelling

Approaches	Learning Environments
1. Micro-level Approach	Sub-competency-oriented
	Theoretical knowledge-based
	Open MEA-oriented
2. Holistic Approach	Focusing on the procedure to follow the steps of mathematical modeling
3. Mixed Approach	Contains both micro-level and holistic approaches (Balance of micro-level approach and holistic approach)

Table 1 reveals that studies which adopt a micro-level or mixed approach regarding the development of mathematical modeling competencies were not categorized further into sub-categories. The failure to categorize micro-level approach studies further is related with the execution of similar studies for the development of sub-competencies regarding one or more sub-processes of the mathematical modeling in line with the nature of the perspective. The studies based on the mixed approach, on the other hand, do not lend themselves to categorization, as no detailed description of model development activities are provided.

The classification related to learning environments designed by examining studies performed regarding assessment of mathematical modelling competencies, is given in Table-2. Table 2 summarizes that the studies which adopt a micro-level or mixed approach regarding the assessment of mathematical modeling competencies were not categorized further into sub-categories. The failure to categorize studies based on a micro-level approach was perhaps caused by the fact that micro-level assessments carried out with respect to sub-competencies in such studies were based on tests developed on an ad hoc basis with the micro-level in mind. The assessments provided in the studies which

implemented a mixed approach were also found to be based on tests containing micro-level

Table 2. Evaluation approaches of mathematical modeling competencies

Approaches	Assessment Methods
1. Micro-level Approach	One or more sub-competence to deal separately
2. Holistic Approach	<p data-bbox="260 336 1020 395">A. Competency evaluation</p> <p data-bbox="260 443 412 560">(Some studies have dealt with the process steps)</p> <p data-bbox="449 336 1020 395">a. Identification of existing competencies (identification of the steps implemented)</p> <p data-bbox="449 411 1020 470">b. Identification of the actual level of implementation of individual competencies (steps)</p> <p data-bbox="449 486 1020 545">c. Establishment of the level of progress regarding the efforts so far (with reference to individual steps)</p> <p data-bbox="449 561 1020 620">d. Identification of individual sub-competencies implemented within the framework of competencies</p> <p data-bbox="260 620 499 647">B. Level Determination</p> <p data-bbox="260 647 568 675">C. Multidimensional evaluation</p>
3. Integrated Approach	Balance of micro-level approach and holistic approach

multiple-choice questions alongside holistic MEAs. Therefore, the studies which employed such an approach can be claimed to be of the same vein, and not to differ in any significant form to allow sub-categorization.

Implications

In this study, development and assessment approaches for mathematical modeling competencies are classified. Researches or teachers who want to develop mathematical modelling competencies can examine different approaches and determine learning environments and assessment approaches which respond to their needs. Although the results of studies adopted different approaches are discussed in themselves in performed classification, the approaches are not compared with the other approaches. It is required for theoretical and practical studies in which effects of approaches on mathematical modeling competencies are compared. Finally, it is considered that revealed classifications will provide an insight for studies and discussion of development and assessment for mathematical modelling competencies.

Kaynaklar/References

- Australia Ministry of Education. (2008). *Australian curriculum*. Retrieved from <http://www.australiancurriculum.edu.au/mathematics/rationale>
- Bal, A. P. ve Doğanay, A. (2014). Sınıf öğretmenliği adaylarının matematiksel modelleme sürecini anlamalarını geliştirmeye yönelik bir eylem araştırması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1363-1384.
- Berry, J., & Haouston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bistol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners*. (Unpublished master's thesis). Stellenbosh University, Stellenbosh.
- Blomhøj, M. (2007). *Developing mathematical modelling competency through problem based project work - experiences from Roskilde University*. Paper presented at Philosophy and Science Teaching Conference. Retrieved from <http://www.ucalgary.ca/ihpst07/proceedings/ihpst07%20papers/125%20blomhoj.pdf>.
- Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123-139.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 45-56). New York: Springer.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86-95.
- Braun, E. A. (2014). Designing a learning environment for elementary students based on a real life context. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*, 6 (pp. 26). Vancouver, Canada: PME.
- Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Modelling and Its Applications*, 39, 19-36.
- Bukova-Güzel, E. ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 69-90.
- Crouch, R., & Haines, C. (2004). Mathematical modelling: Transitions between the real world and mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(2), 197-206.
-

- Dan, Q., & Xie, J. (2011). Mathematical modelling skills and creative thinking levels: An experimental study. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 457-466). New York: Springer.
- Department for Education and Employment. (1999). *Mathematics: The national curriculum for England*. London: HMSO.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14 (4), 1-21.
- Eric, C. C., Dawn, N. K., Wanty, W., & Seto, C. (2012). Assessment of primary 5 students' mathematical modelling competencies. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 35(2), 146-178.
- Galbraith, P., & Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models – Meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 21(2), 137-163.
- García, F. J. G., Maaß, K. & Wake, G. (2010). Theory meets practice—Working pragmatically within different cultures and traditions. In R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modelling students' modelling competencies* (pp. 445–457). New York: Springer.
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modelling. In K. Gravemeijer, R. Lesrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Grünewald, S. (2012). *Acquirement of modelling competencies – First results of an empirical comparison of the effectiveness of a holistic respectively an atomistic approach to the development of (metacognition) modelling competencies of students*. Paper presented at 12th International Congress on Mathematical Education Program. COEX, Seoul, Korea. Retrieved from <http://icme12.org/upload/UpFile2/TSG/0629.pdf>
- Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 20(3), 129-138.
- Henning, H., & Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 225-232). US: Springer.
- Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin-Dede, A., Kula, S. ve Bukova-Güzel, E. (2014). Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-17.
- Huang, C. H. (2011). Assessing the modelling competencies of engineering students. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 9(3), 172-177.
- Izard, J., Haines, C., Crouch, R., Houston, K., & Neil, N. (2003). Assessing the impact of teachings mathematical modeling: Some implications. In S. J. Lamon, W. A. Parker & K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: A way of life* (pp. 165-177). Chichester, UK: Horwood Publishing.

- Jensen, T. H. (2007). Assessing mathematical modelling competency. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 141-148). Chichester: Horwood.
- Ji, X. (2012). *A quasi-experimental study of high school students' mathematics modelling competence*. Paper presented at 12th International Congress on Mathematical Education Program, COEX, Seoul, Korea. Retrieved from <http://www.icme12.org/upload/upfile2/tsg/0266.pdf>
- Jorgensen, L., & Ryan, S. (2004). Relativism, values and morals in the New Zealand curriculum framework. *Science and Education, 13*, 223- 233.
- Julie, C., & Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. In W. Blum, P. Galbraith, M. Niss & H. W. Henn (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 503-510). New York, NY: Springer.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling Education, Engineering And Economics* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 302-310.
- Kaiser, G., Schwarz, B., & Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 433-444). New York: Springer.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri* (Yayınlanmamış doktora tezi). Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Kösa, T. ve Aydın-Güç, F. (2014). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi. (Araştırma Raporu, Proje Kod No: 9962), Karadeniz Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi, Trabzon.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003). Foundations of model and modelling perspectives on mathematic teaching and learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspectives on mathematics teaching, learning and problem solving* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal for Didactics of Mathematics, 31*(1), 77-97.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 113-142.
- Maaß, K., & Mischo, C. (2011). Implementing modelling into day-to-day teaching practice - the project stratum and its framework. *Journal for Didactics of Mathematics, 32*(1), 103-131.
- Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn? In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* (pp. 201-215). London: Hodder and Stoughton.
-

- Mehraein, S., & Gatabi, A. R. (2014a). Gender and mathematical modelling competency: primary students' performance and their attitude. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 128, 198-203.
- Mehraein, S., & Gatabi, A. R. (2014b). Sixth grade Iranian students engage in mathematical modelling activities. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*. Vancouver, Canada.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Ministry of Education. (1992). *Mathematics in the nz curriculum*. Wellington: Author.
- Mischo, C., & Maaß, K. (2012). Which personal factors affect mathematical modelling? The effect of abilities, domain specific and cross domain-competences and beliefs on performance in mathematical modelling. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(7), 3-19.
- Mischo, C., & Maaß, K. (2013). The effect of teacher beliefs on student competence in mathematical modeling – an intervention study. *Journal of Education and Training Studies*, 1(1), 19-38.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In M. Niss, W. Blum, H. Henn & P. L. Galbraith (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 3-32). New York: Springer.
- Niss, M., & Højgaard, T. H. (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark (English edition)*. Roskilde, Denmark: IMFUFA.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: Author
- Özdemir, E. ve Üzel, D. (2013). A case study on teacher instructional practices in mathematical modeling. *The Online Journal of New Horizons in Education*, 3(1), 1-14.
- Plath, J., Leiss, D., & Schwippert, K. (2014). Characteristics of comprehension processes in mathematical modelling. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (6, pp. 198). Vancouver, Canada: PME.
- Queensland Board of Senior Secondary School Studies [QBSSSS]. (2000). *Mathematics b senior syllabus 2001*. Brisbane, QLD: Author.
- Rensaa, R. J. (2011). A task based two-dimensional view of mathematical competency used to analyse a modelling task. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 19(2), 37-50.
-

- Schwarz, B., & Kaiser, G. (2007). Mathematical modelling in school-experiences from a project integrating school and university. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2180-2189). Larnaca: University of Cyprus.
- Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics*, 13(2), 105-112.
- Stillman, G. (2012). Applications and modelling research in secondary classrooms: What have we learnt? Paper presented at 12th International Congress on Mathematical Education Program, COEX, Seoul, Korea. Retrieved from http://www.icme12.org/upload/submission/1923_f.pdf
- Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Victorian Curriculum and Assessment Authority [VCAA]. (2005). *Victorian essential learning standards: Discipline-based learning strand mathematics*. Melbourne: Author.
- Zöttl, L., Ufer, S., & Reiss, K. (2011). Assessing modelling competencies using a multidimensional IRT approach. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 427-437). New York: Springer.

Kaynak Gösterme

Aydın-Güç, F. ve Baki, A. (2016). Matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme ve değerlendirme yaklaşımlarının sınıflandırılması. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(3), 621-645.

Citation Information

Aydın-Güç, F. & Baki, A. (2016). The classification of development and assessment approaches for mathematical modelling competencies. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(3), 621-645.
